СИРИУС
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

МФТИ

СБОРНИК ЗАДАЧ
ДЛЯ ПОДГОТОВКИ
К ОЛИМПИАДАМ ПО ФИЗИКЕ

Основы механики

7 класс

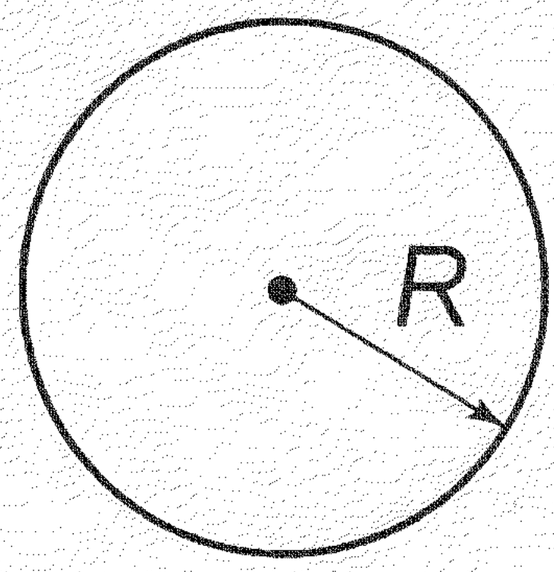
Под редакцией М.Ю. Замятнина

СПРАВОЧНЫЕ ФОРМУЛЫ

Геометрия

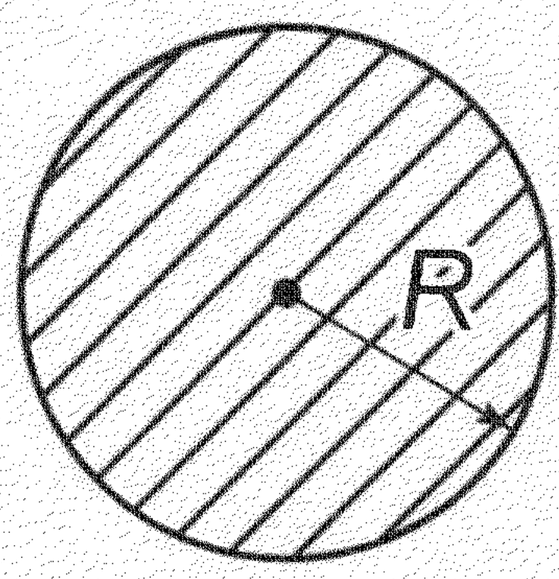
Длина окружности

$$l = 2\pi R$$



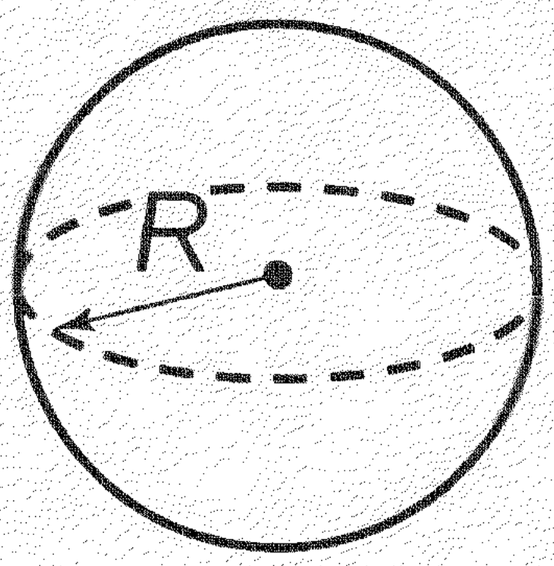
Площадь круга

$$S = \pi R^2$$



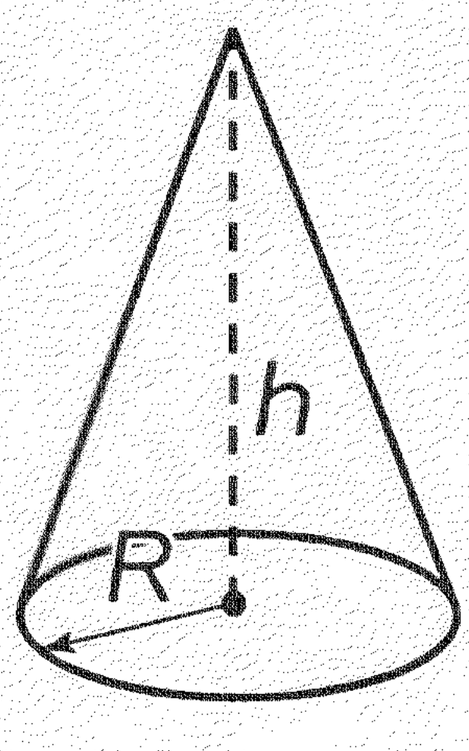
Объем шара

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$



Объем конуса

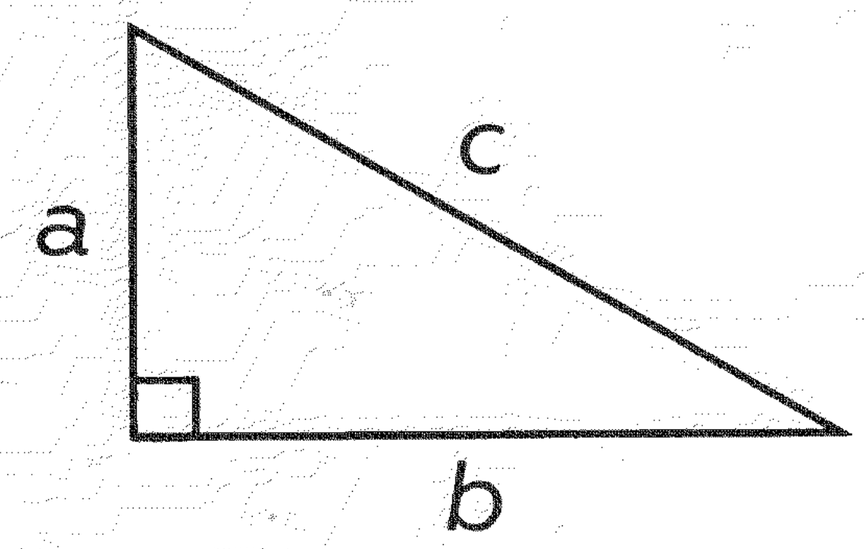
$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$



$$\pi = 3{,}14$$

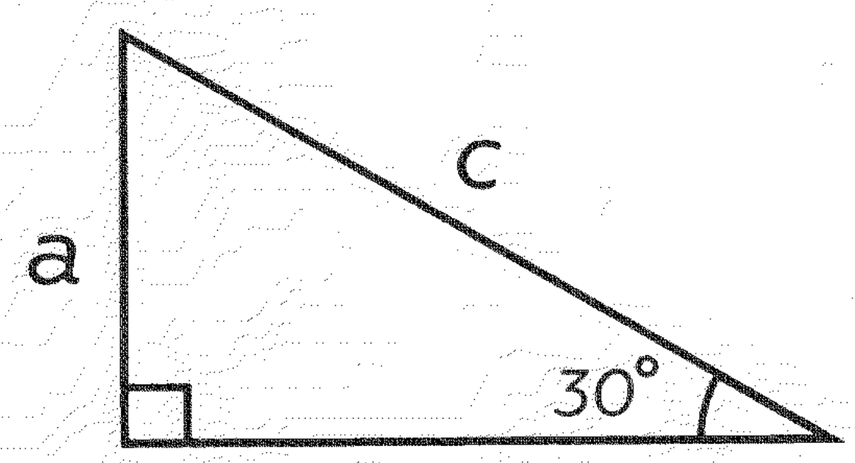
Теорема Пифагора

$$c^2 = a^2 + b^2$$



Катет, лежащий против угла 30°

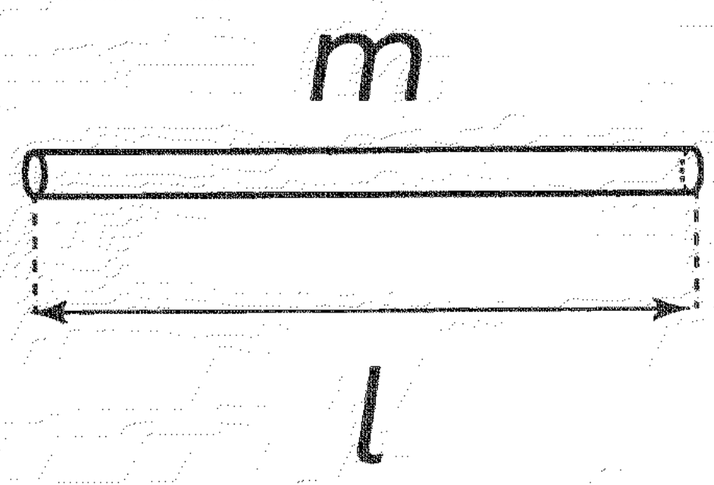
$$a = c/2$$



Физические величины

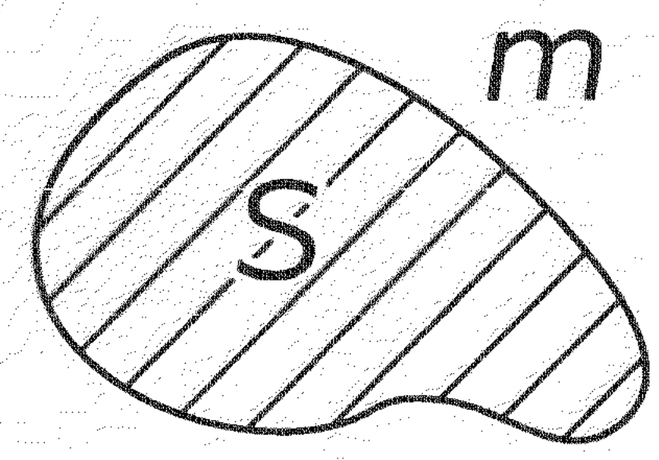
Линейная плотность

$$\lambda = \frac{m}{l}$$



Поверхностная плотность

$$\sigma = \frac{m}{S}$$



СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

7 КЛАСС

Сочи 2017

УДК 373.176.1:53 + 53(075.3)
ББК 22.3я721

Под редакцией М.Ю. Замятнина
Авторский коллектив: А.А. Киреев, Г.М. Корепанов,
И.О. Зыков, Г.С. Зикрацкий

3-26

Сборник задач по физике. Основы механики

Сборник открывает серию из трех книг «Основы механики», «Тепловые явления. Постоянный ток. Оптика», «Экспериментальные задания на физических олимпиадах» для подготовки учащихся 7 и 8 классов к региональным и заключительным этапам всероссийской олимпиады школьников по физике (олимпиады им. Дж. К. Максвелла).

Данный том содержит более 1000 оригинальных тренировочных и олимпиадных задач разного уровня по механике – от совсем простых до очень сложных. Наряду с ними, в сборник включены некоторые широко известные и важные в методологическом плане задачи, являющиеся украшением физических олимпиад последних 15 лет.

Авторы надеются, что сборник окажется полезен как для интересующихся физикой школьников, начинающих нелегкий путь в олимпиадном движении, так и для их учителей.

ISBN 978-5-600-01908-9

Учебное издание

Михаил Юрьевич Замятнин

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

7 класс

Редактор *А.А. Киреев*
Дизайн обложки *Ф.И. Хамаганов*
Компьютерная верстка *Г.М. Корепанов*

Подписано в печать 24.09.17. Формат 60 × 90 $^{1}/_{16}$.
Усл. печ. л. 11,0. Тираж 1500 экз.
Печать офсетная.

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами.
Полиграфический салон «Шанс», г. Москва

ПРЕДИСЛОВИЕ

Шесть глав сборника соответствуют основным темам курса физики 7 класса. Так как, в силу особенностей учебной программы, данные разделы в школе не повторяются, сборник может представлять интерес и для учащихся 8, 9 классов. Для удобства, задачи каждого параграфа разделены на два блока: тренировочный и олимпиадный. Тренировочный блок содержит задания, помогающие привыкнуть к применяемым в данном разделе формулам, подходам и приёмам, обозначениям и порядкам используемых величин. Олимпиадный блок включает задачи, требующие не только уверенного знания теории, но и применения сообразительности, смекалки и более сложного математического аппарата.

При составлении сборника предпочтение отдавалось задачам не с повышенной математической сложностью, а имеющим красивые и лаконичные физические решения, позволяющие продемонстрировать, отработать и закрепить основные подходы и методы решения. Все задачи подобраны в соответствии с рекомендациями Центральной предметно-методической комиссии всероссийских олимпиад по физике. В связи с тем, что сборник рассчитан на учащихся не только 7-х, но и 8-х классов, в отдельных заданиях возможен выход за рамки школьной программы 7-го класса. В первую очередь это касается используемого математического аппарата.

Задачи, вошедшие в данный сборник, являются коллективным трудом преподавателей различных вузов и школ. Авторы привели в систему этот значительный по объему и содержанию материал, дополнив его оригинальными примерами и задачами. На обложку вынесены важные формулы из геометрии и необходимые справочные данные.

В сборник включены задания олимпиады по физике им. Максвелла для учащихся 7-х и 8-х классов, у истоков которой стояла лаборатория по работе с одаренными детьми Московского физико-технического института, возглавляемая В.П. Слободяниным.

Заключительный этап этой олимпиады по инициативе и при поддержке фонда «Талант и успех» проводится в образовательном центре «Сириус» в г. Сочи.

Авторы выражают глубокую благодарность фонду «Талант и успех», образовательному центру «Сириус», Центральной предметно-методической комиссии по физике, Московскому физико-техническому институту за помощь в подготовке и выпуске сборника.

Особая благодарность А. И. Сеитову и А. И. Бычкову за ценные замечания и советы, а также юным физикам, участникам смены в образовательном центре «Сириус»: Левину Н., Васенину Е., Голомедову А., Горбунову Л., Гордееву И., Дроздовой А., Еськину М., Зыкову А., Казакову М., Коркину И., Мелентьеву Л., Мошкину А., Подоляко Е., Саранской С., Томашук Т., Хоружему К., Чистому А., Эскоскину Д., оказавшим неоценимый вклад в оформление сборника, подготовку иллюстраций и совершенствование его структуры.

ГЛАВА 1

ПРОСТЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

1.1. ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Тренировочные задания

1.1. Выразите в м/с следующие скорости: 90 км/ч; 120 км/ч; 60 см/мин; 1 дюйм/неделю; 10 км/мин. 1 дюйм = 2,54 см.

1.2. Выразите в саженях в сутки скорость улитки, которая проползает 1 метр за 31 минуту. 1 сажень = 84 дюйма. 1 дюйм = 2,54 см.

1.3. Выразите в $см^2$ следующие площади: 0,25 $м^2$; 20 $дюймов^2$; 300 $мм^2$. 1 дюйм = 2,54 см.

1.4. Ванна наполняется со скоростью 2 л/мин. Сколько это $мм^3$/час, баррелей/неделю? 1 баррель = 159 л.

1.5. Какой угол между часовой и минутной стрелками, если на часах 16 ч 12 мин?

1.6. На острове Бананас пользуются четырьмя единицами измерения длины: попугаями, мартышками, слонятами и удавами. Известно, что в 1 удаве 38 попугаев, одна мартышка равна 0,4 слоненка, а 2 удава составляют 10 мартышек. Определите, что длиннее: 58 попугаев или 3 слоненка.

1.7. Турист обратил внимание, что 100 метров он проходит за 58 двойных шагов (двойной шаг складывается из двух шагов – одного левой ногой и одного правой). Из истории турист знает, что в Древнем Риме милей называли путевую меру длины, равную 1000 двойных шагов. Чему равна длина римской мили?

Олимпиадные задания

1.8. В традиционной японской системе измерения длин используют величину тё, равную 36 дзё. Еще есть величина сяку, состоящая из 10 сун. Известно, что 1 сун = 3,03 см, а 1 тё = 109 м. Определите, сколько сяку в 1 дзё.

1.9. В старинных мерах длины внутренний диаметр русской винтовки равен трем линиям. Известно, что в 1 метре содержится 3,28 фута. В 1 футе – 12 дюймов, в одном дюйме – 10 линий. Выразите в миллиметрах диаметр ствола русской винтовки.

1.10. Из-за испарения уровень воды в цилиндрическом стакане понижается со скоростью 1,2 дюйма/неделю. Выразите эту скорость в мм/час. Определите, через какое время из стакана испарится вся вода, если изначально в нем было налито 2 вершка воды. В 1 дюйме 2,54 см, а в 1 вершке 44,5 мм.

1.11. В старину на Руси применялись меры объема жидкости: шкалик, чарка, штоф, ведро и бочка. Определите, сколько чарок помещалось в бочке, если известно, что: чарка = 2 шкалика, ведро = 10 штофов, бочка = 40 ведер, шкалик = 60 миллилитров, а штоф = 1,23 литра.

1.12. В США и Великобритании для измерения объемов иногда используют жидкую унцию (обозначают *fl. oz.*, 1 *fl. oz.* = 29,6 мл). На парфюмерном заводе 1 тонну сырья используют для производства 80 м^3 одеколона, который затем разливают во флаконы объемом 2,0 *fl. oz.* Рассчитайте, сколько тонн сырья нужно закупить для производства партии одеколона в 5 миллионов флаконов.

1.13. У древних шумеров, заселявших более 4 тысяч лет тому назад междуречье Тигра и Евфрата, максимальной единицей массы был «талант». В одном таланте содержится 60 мин. Масса одной мины равна 60 сиклям. Масса одного сикля равна 8,33 г. Сколько килограммов содержит один талант?

1.14. Тупу – сельскохозяйственная единица измерения земельной площади в некоторых районах Перу и Боливии – составляет 60 шагов в длину и 50 в ширину, то есть около 0,164 гектара. Опре-

делите, сколько квадратных шагов в одной квадратной миле, если она состоит из 640 акров, а в одном гектаре 40,5 акр.

1.15. Когда-то в Египте для измерения площади применялась единица измерения – квадратная касаба, равная 12,6 м^2. Одновременно с ней для измерения больших площадей использовалась другая единица – арура, равная 0,2 гектара. Определите, что больше: 300 квадратных касаб или 2 аруры, если один гектар равен 100 арам, а каждый ар – это 100 м^2.

1.16. В Таиланде, чтобы уберечь от заморозков прямоугольную плантацию ананасов размером 100 м на 200 м, закупили специальную пленку. Пленка продается по цене 100 бат за 20 таланг вах. Единица измерения площади «таланг вах» соответствует 4 м^2. Во сколько бат обошлась фермерам покупка?

1.17. В 17 веке на Руси массу измеряли в пудах, а длину в аршинах. Известно, что 1 пуд = 16,4 кг, а 1 аршин = 71 см. Выразите плотность воды в старинных единицах (пуд/аршин^3), если в системе СИ она равна 1000 кг/м^3.

1.18. Короб – мера объема древесного угля, заготавливаемого на горных заводах. По указу 1847 года, для казенных заводов нормальная форма короба определена в виде опрокинутой усеченной пирамиды с основанием (в четвертях аршина) длиной 12 и шириной 3, вверху длиной 14 и шириной 6, при высоте 6, то есть равная по объему 22660 куб. вершков (или по массе 20 пудов угля). По тексту этого указа определите, чему равна плотность древесного угля, выраженная в кг/м^3. Известно, что 1 пуд = 16,4 кг, 16 вершков составляют 1 аршин = 0,711 м.

1.19. Английский купец говорит русскому, что у них в Англии плотность золота 0,697 фунта на дюйм в кубе. Русский купец отвечает, что если длину измерять в аршинах, а массу – в пудах, то плотность золота на Руси будет равна... Чему равна плотность золота на Руси? *Примечание:* в одном фунте 0,4536 кг, в одном дюйме 25,4 мм, в одном пуде 16,38 кг, в одной сажени три аршина или 2,1336 м.

1.20. Китайскому крестьянину нужно построить плот. Крестьянин знает, что хороший плот получается из 40 цельных стволов бам-

бука, каждый длиной 100 чи (чи – древнекитайская мера длины, 1 чи = 30,12 см). Беда в том, что весь бамбук в округе вчера вырубили. Сколько времени придется ждать, пока он не вырастет заново, если бамбук за сутки вырастает на 75,3 см, а в округе есть 60 бамбуковых растений?

1.21. В 1724 году немецкий ученый Габриель Фаренгейт предложил шкалу для измерения температур. Эта шкала линейная, так же как и шкала Цельсия (это значит, что постоянно отношение разности показаний шкалы Фаренгейта к разности показаний шкалы Цельсия при любом изменении температуры). За ноль Фаренгейт принял шкалу замерзания смеси льда и соли, взятых в равных количествах, которая составляет примерно −17,8 °C (еще Фаренгейт ошибочно полагал, что температура на Земле не опускается ниже ноля его шкалы). За 100 градусов своей шкалы Фаренгейт принял температуру тела человека (по одной из версий Фаренгейт измерял температуру своей жене, которая в тот момент была больна и лежала с температурой 37,8 °C). Определите закон преобразования градусов Фаренгейта в градусы Цельсия и обратно, а также температуры замерзания и кипения воды по шкале Фаренгейта.

1.22. В спиртовом термометре Реомюра интервал между температурами таяния снега 0 °C = 0 °R и кипения воды 100 °C = 80 °R разделен не на 100 частей, как в термометре Цельсия, а на 80 частей. Какова нормальная температура человеческого тела (36,6 °C) по шкале Реомюра?

1.23. У нормально работающего термометра стерлась шкала. Во время ремонта на него нанесли новую. Но как-то неудачно. И сдвинули ее, и расстояние между штрихами неверное сделали. В результате, когда на улице температура 20 °C, он показывает 22 °C, а когда замерзает вода, он показывает 2 °C. Какие будут показания у этого термометра в кипящей воде? Давление атмосферное. Обе шкалы считайте линейными.

1.24. Сколько километров содержится в одной морской миле?
Примечание.
а) Морская миля определяется как длина части экватора на поверхности земного шара при смещении на одну угловую минуту. Таким образом, перемещение на одну морскую милю вдоль эква-

тора соответствует изменению географических координат на одну минуту долготы.
б) Экватор – воображаемая линия пересечения с поверхностью Земли плоскости, перпендикулярной оси вращения планеты и проходящей через ее центр. Длина экватора приблизительно равна 40 000 км.
в) Вавилоняне придумали деление окружности на 360° (соответственно делению года в вавилонском календаре на 360 дней).
г) Один градус делится на 60 угловых минут.

1.25. В Древнем Китае параллельно использовалось деление суток на 100 кэ и на 12 «двойных часов» ши. Для совместимости каждый кэ делился на 60 фэней. Выразите в кэ и в фэнях интервалы времени, равные: 1 ч; 1 нед; 1 мин. Чему равен в минутах интервал времени, равный 2 ши 15 кэ 35 фэней?

1.26. Во время Великой французской революции декретом конвента было введено Десятичное время. Сутки от полуночи до полуночи делились на 10 десятичных часов, час – на 100 десятичных минут, а минута – на 100 десятичных секунд. Таким образом, полночь приходилась на 0:00:00, полдень – на 5:00:00 и т. п. Однажды курьер отправился из Парижа в Версаль (расстояние между городами 5,2 лье), когда его новые десятичные часы показывали 3:36:78. Завершил он свое путешествие в 6:79:40. С какой средней скоростью шел курьер? Ответ выразите в привычных нам км/ч. 1 лье равен ровно 4 км.

1.27. Иногда в астрономии время указывается в долях суток. Например, 15 ч 36 мин 1 января 2000 года может быть обозначено как: 1,65 января 2000. Круизный лайнер, отправившийся из Кейптауна 23,4 февраля 2017 года (по местному времени), шел до Нью-Йорка 255 часов и 15 мин. Определите, какого числа и в какое время (по нью-йоркскому времени) завершился круиз, если из-за смены часовых поясов время в Нью-Йорке на 6 часов меньше, чем в Кейптауне.

1.28. Расстояния между звездами столь велики, что их принято измерять в астрономических единицах и парсеках. Одна астрономическая единица (а.е.) численно равна среднему расстоянию от Земли до Солнца, 1 а.е. = 150 млн км. Один парсек – это расстояние, с которого радиус земной орбиты виден под углом в одну

угловую секунду. В одном градусе содержится 60 угловых минут ($1^\circ = 60'$), а в одной угловой минуте содержится 60 угловых секунд ($1' = 60''$). Скорость света 300 тысяч км/с. Сколько астрономических единиц содержится в одном парсеке? За сколько лет свет преодолевает расстояние в 1 парсек?

1.29. Теоретику Багу подарили английский барометр, который измеряет давление в необычных для нас (и обычных для англичан) единицах *psi* (с англ. *pound-force per square inch* – давление, которое оказывает тело массой 1 фунт на площадь 1 дюйм^2). Багу захотелось перевести показания 15,0 *psi* в Паскали. К сожалению, у него не оказалось таблиц для перевода единиц измерения давления, но он обнаружил финансовый журнал, в котором нашел статью, посвященную стоимости золота в России и Англии. Золото можно было купить либо в слитках, либо в проволоке стандартного сечения. Помогите Багу понять, сколько Паскалей все-таки показывает барометр, если реальная стоимость золота в России и Англии одинакова, а по данным Центробанка фунт стерлингов в те славные времена стоил: £ = 43 рубля 78 копеек.

	В России	В Англии
Слитки	522,0 тыс. руб./кг	5413 £/фунт
Проволока	10,07 тыс. руб./м	5,845 £/дюйм

1.2. ПРИБОРЫ И ШКАЛЫ

Тренировочные задания

1.30. На рисунке в одном и том же масштабе изображены три геометрические фигуры и линейка. Определите цену деления линейки и площади заштрихованных фигур.

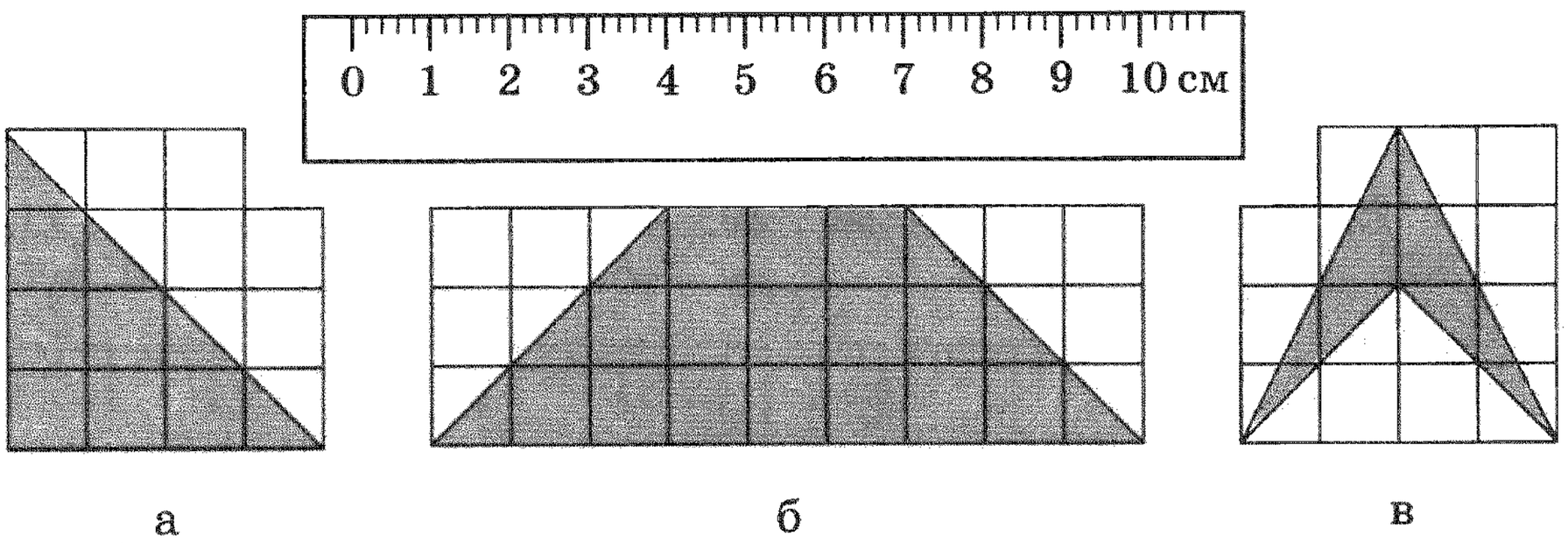


Рис. 1.30

1.31. Определите площади фигур (см. рисунок). Площадь одной клетки 1 см^2.

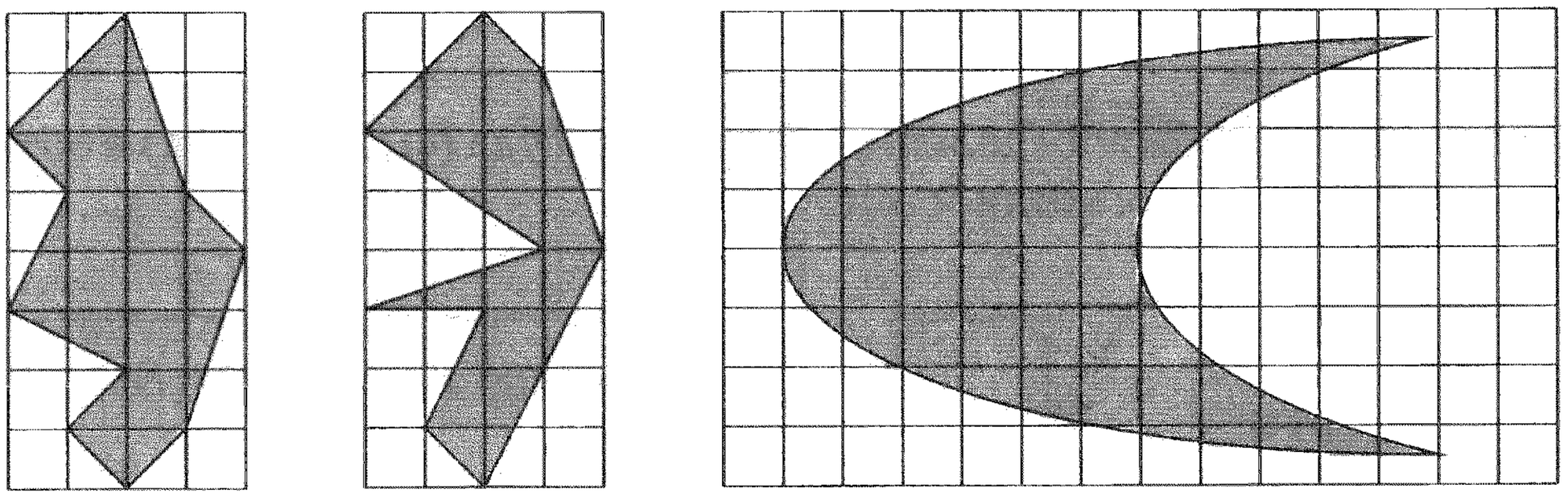


Рис. 1.31

1.32. Апельсин и Землю обтянули нитками, а затем увеличили длину каждой из них на 10 см. Между каким телом и нитью зазор оказался больше?

1.33. По линии экватора Землю обтянули обручем, а затем увеличили его длину на 1 метр. Сможет ли кошка подлезть под обручем?

1.34. Определите цену деления шкалы и определите показания прибора с учетом абсолютной погрешности (см. рисунок). *Примечание:* по умолчанию абсолютная погрешность равна половине цены деления прибора.

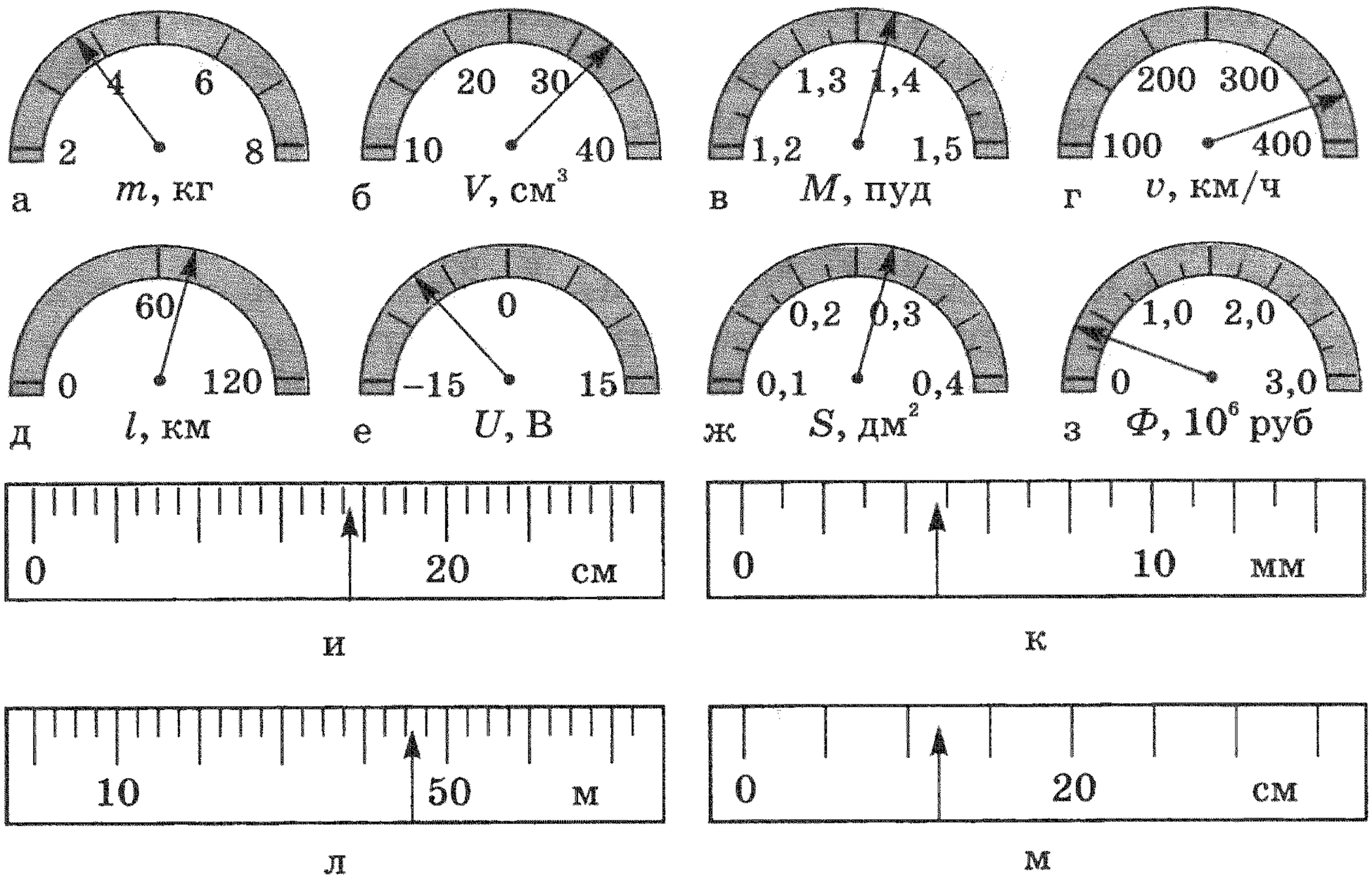


Рис. 1.34

1.35. Определите цену деления каждого сосуда (см. рисунок) и объемы налитых в них жидкостей.

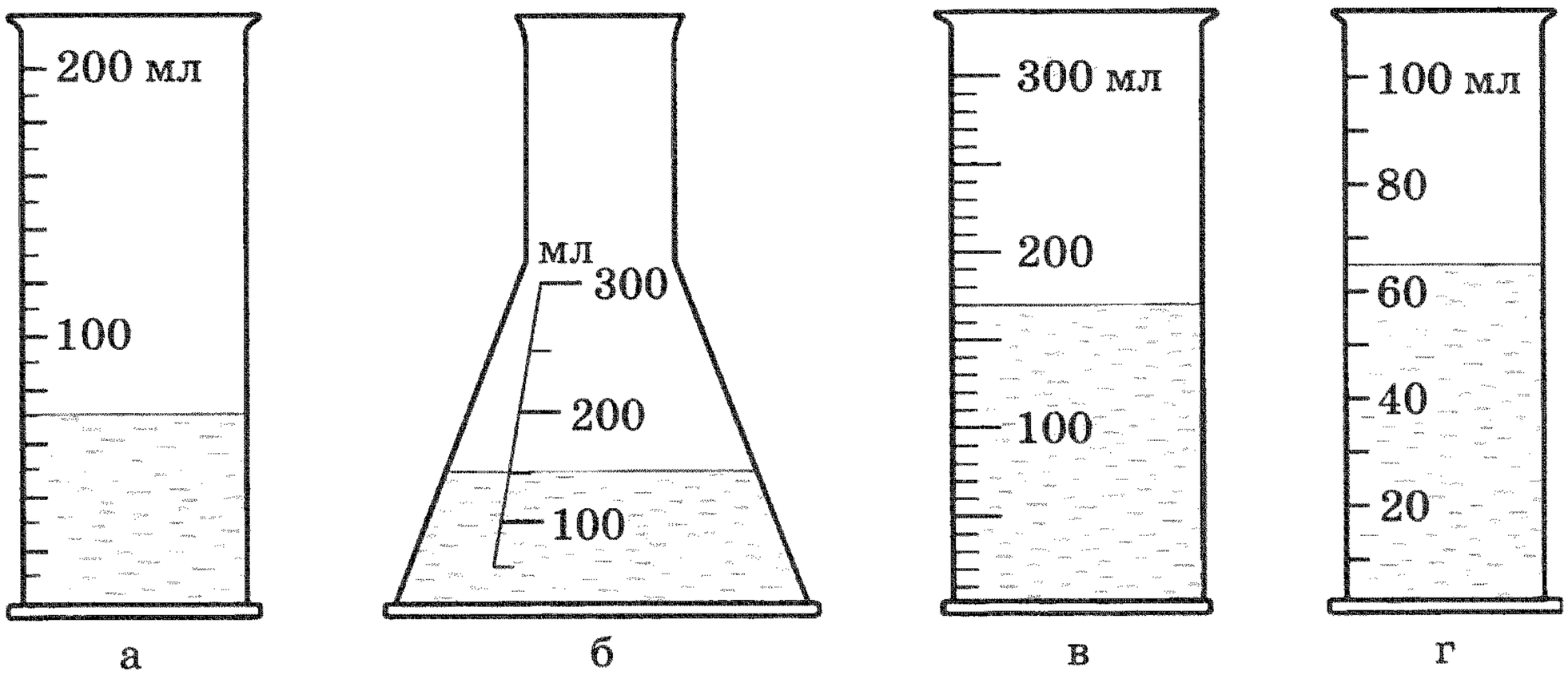


Рис. 1.35

1.36. Определите цену деления и показания приборов (см. рисунок).

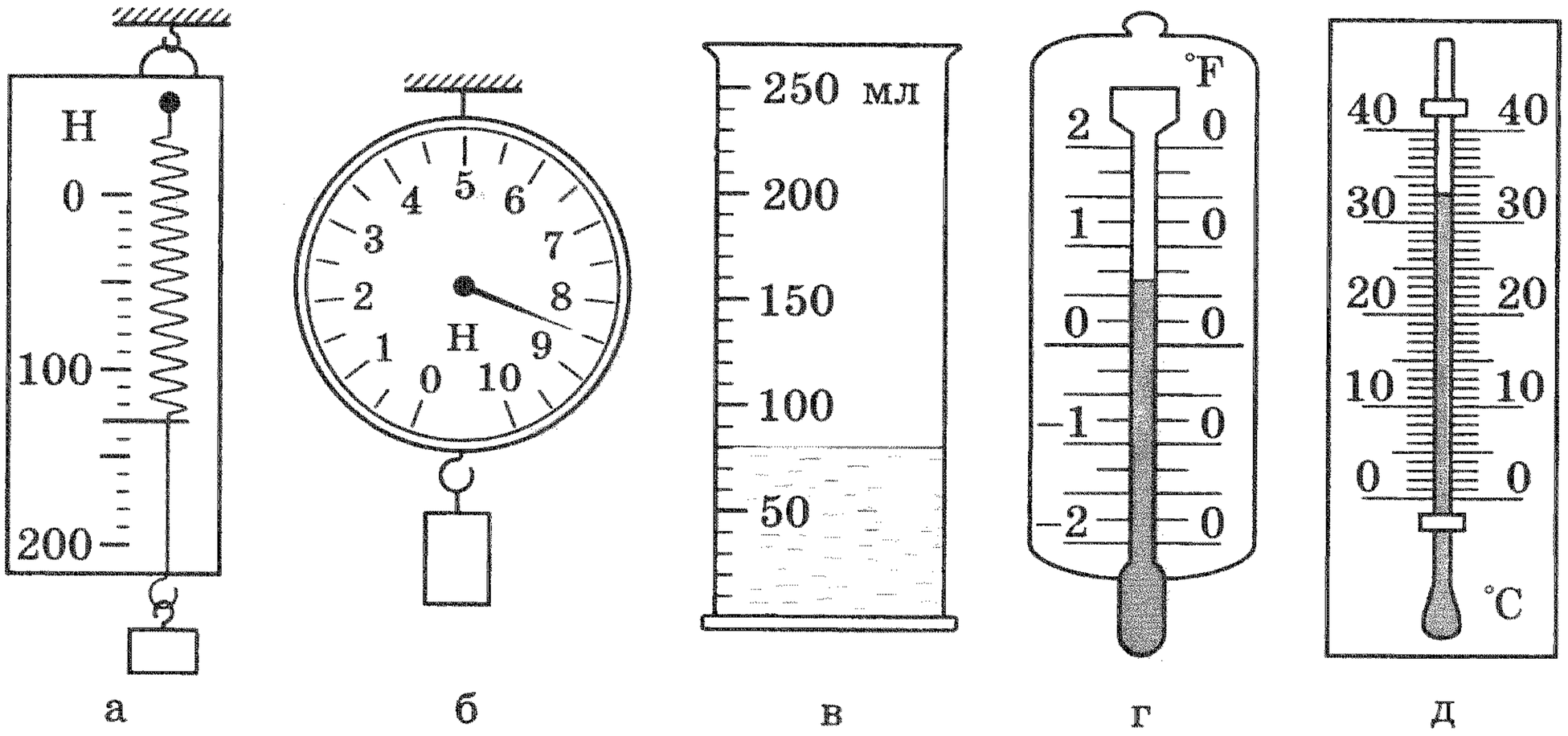


Рис. 1.36

1.37. Определите объем камушка, погруженного в мензурку (см. рисунок), с учетом абсолютной погрешности.

1.38. Определите цену деления часов (см. рисунок). Ответ выразите в минутах.

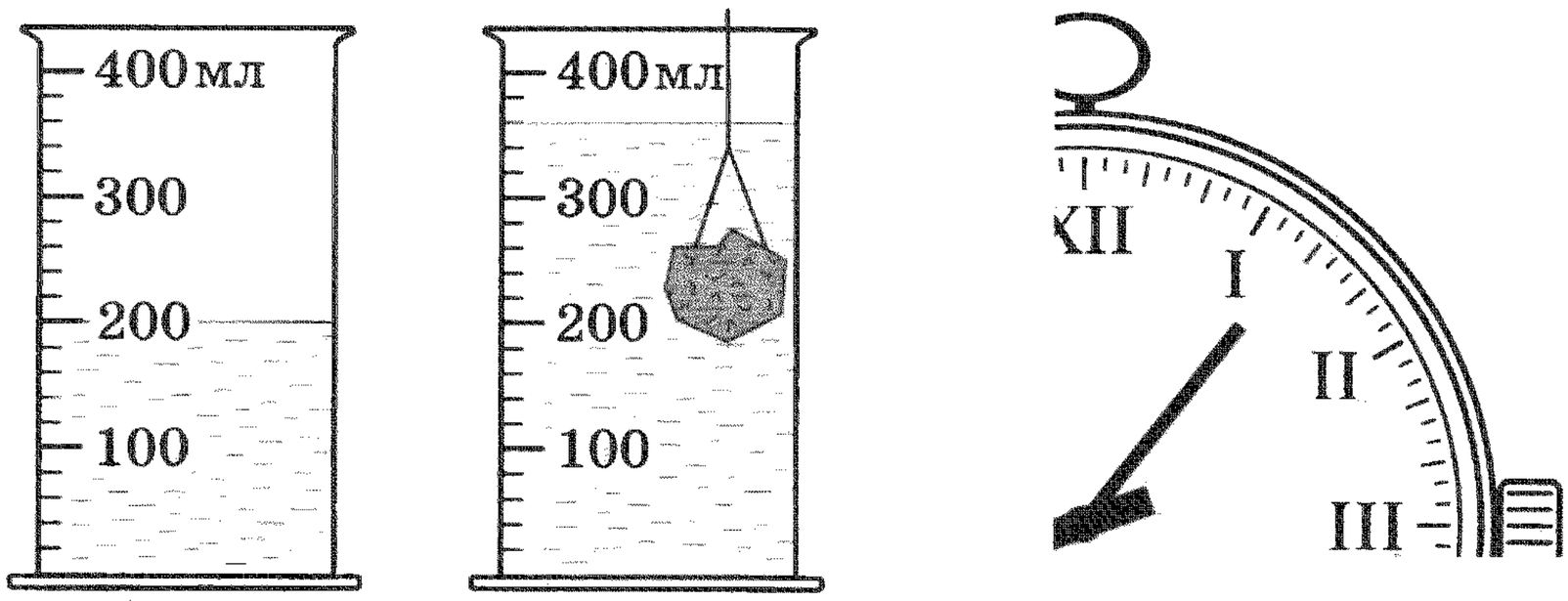


Рис. 1.37 Рис. 1.38

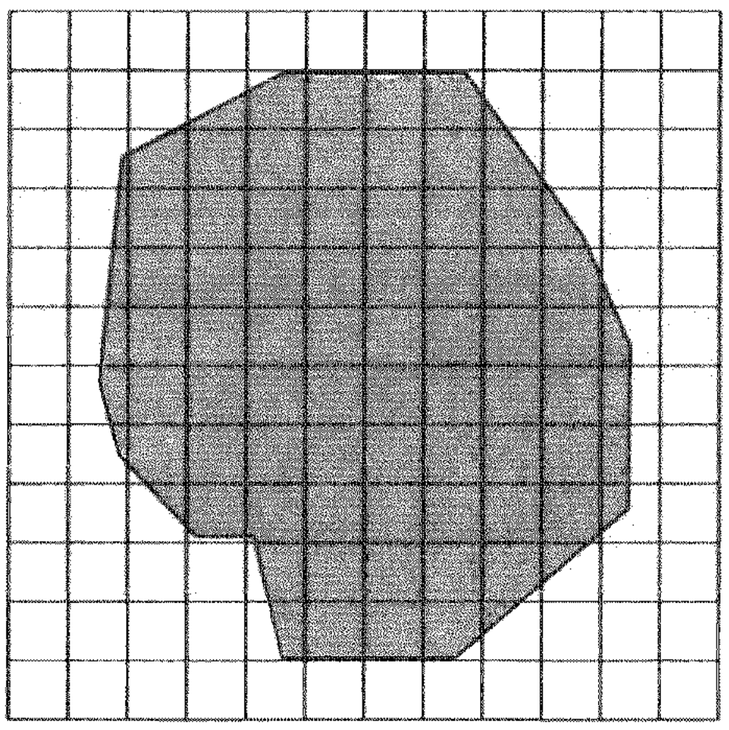
1.39. Имеются два неоднородных шнура и зажигалка. Если поджечь любой из шнуров, то он полностью сгорит за час. Как нужно действовать, чтобы таким способом отмерить 45 минут? Резать и рвать шнуры нельзя.

1.40. У экспериментатора есть в наличии двое песочных часов. В одних песок пересыпается за 3 минуты, в других – за 5 минут.

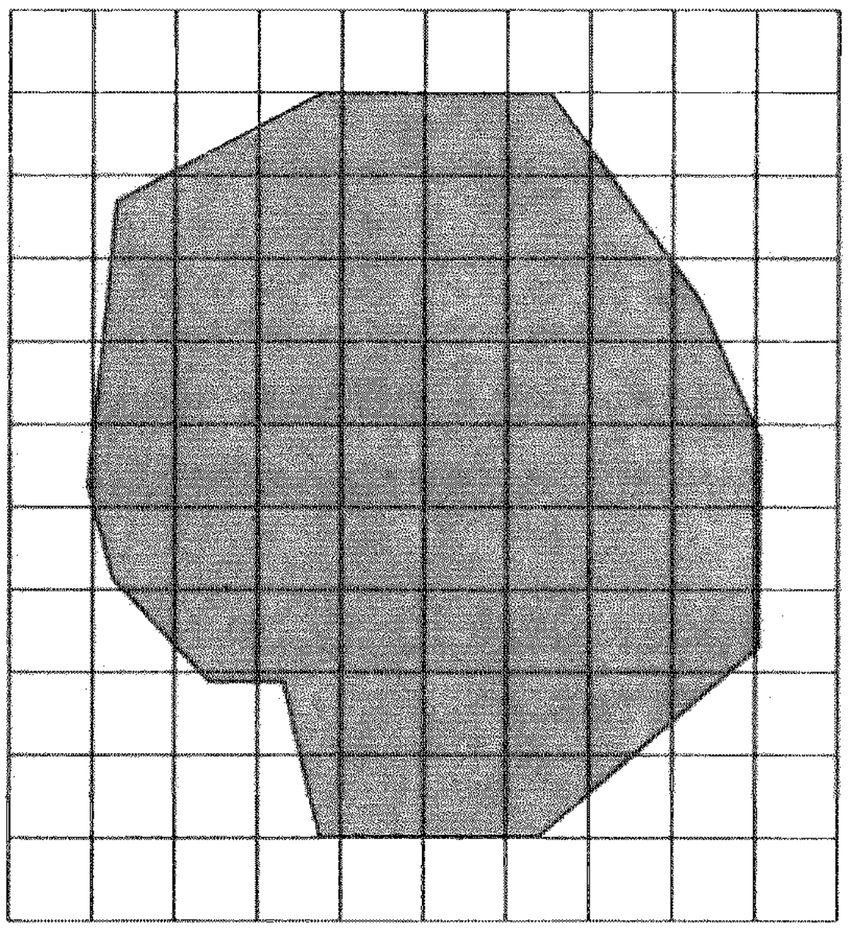
Можно ли с помощью только этих часов отмерять временные интервалы в 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 минут? Если да, то в каждом возможном случае подробно опишите последовательность действий.

Олимпиадные задания

1.41. В двух крупных лабораториях в Кембридже и в Дубне проводили похожие эксперименты по изучению пятен, изображенных на рисунке. Сравните, в какой лаборатории получилось пятно большей площади. 1 дюйм = 25,4 мм.



Кембридж,
13.11.2013, 0:15 am
(1 клетка = 0,5 дюйма)



Дубна, 01.01.2013, 0:01 am
(1 клетка = 10 мм)

1.42. Экспериментатор Глюк предложил для измерения времени измерять длину пути, пройденного концом часовой стрелки его наручных часов. Взяв необходимые данные из рисунка, определите, чему будет равна длительность:

а) часа, выраженная в миллиметрах;

б) суток — в сантиметрах;

в) года — в метрах.

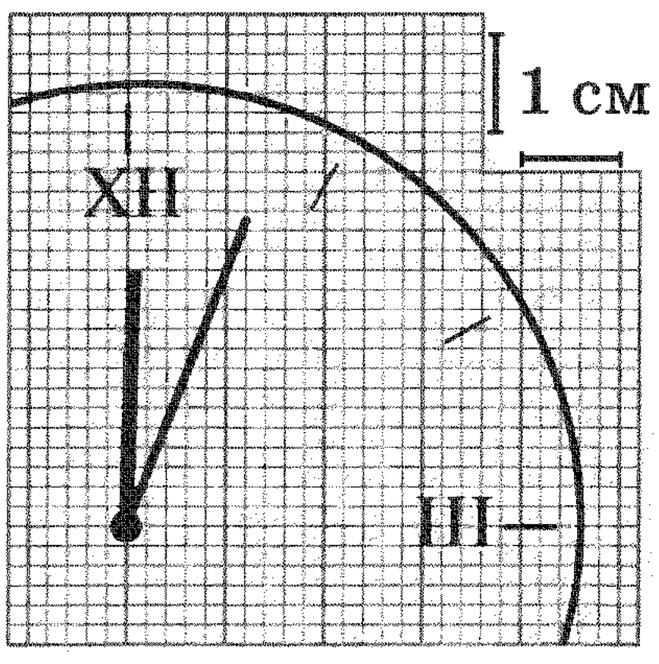


Рис. 1.42

1.43. Только появившиеся на свет змейки довольно маленькие. С помощью рисунка определите цену маленького деления линейки и длину змейки в сантиметрах. 1 дюйм = 2,54 см.

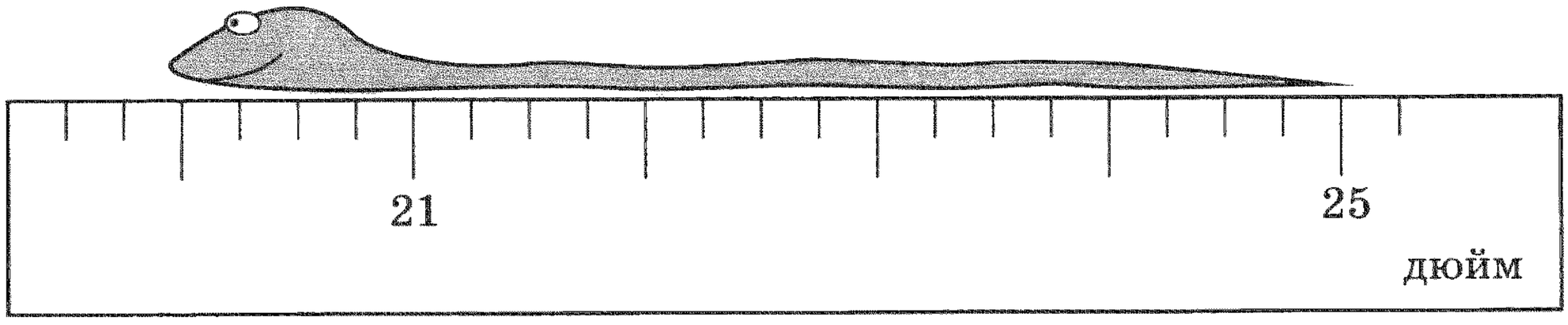


Рис. 1.43

1.44. Разбирая дома материалы экспедиции, зоолог Бот случайно пролил кофе на фотографию неизвестного науке червячка (см. рисунок). В результате часть важной информации пропала. Определите цену маленького деления линейки и найдите длину неизвестного науке червячка.

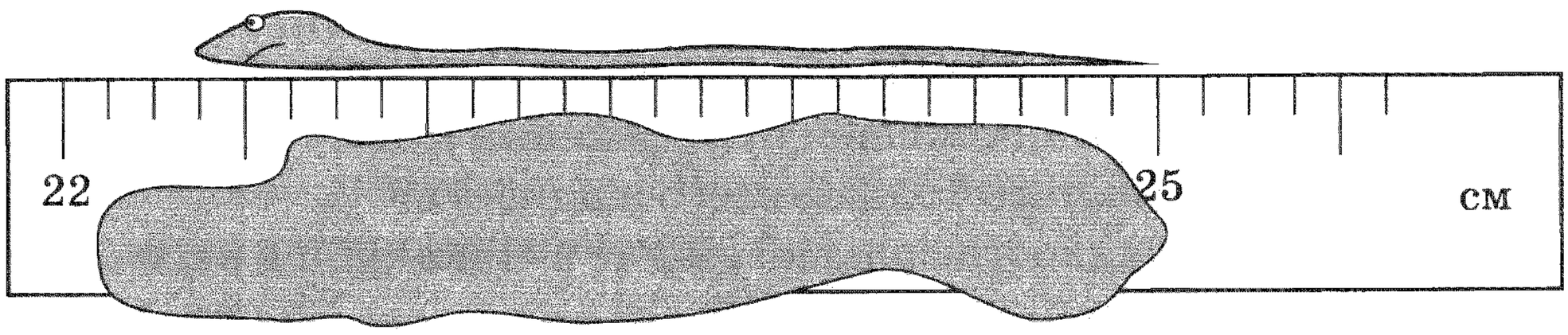


Рис. 1.44

1.45. Когда в доме включили отопление, температура в комнате стала медленно расти и за 45 минут увеличилась на 5 °C. Найдите, с какой средней скоростью (в мм/ч) поднимался верхний край столбика ртути. Для удобства слева от шкалы термометра приложили линейку (см. рисунок).

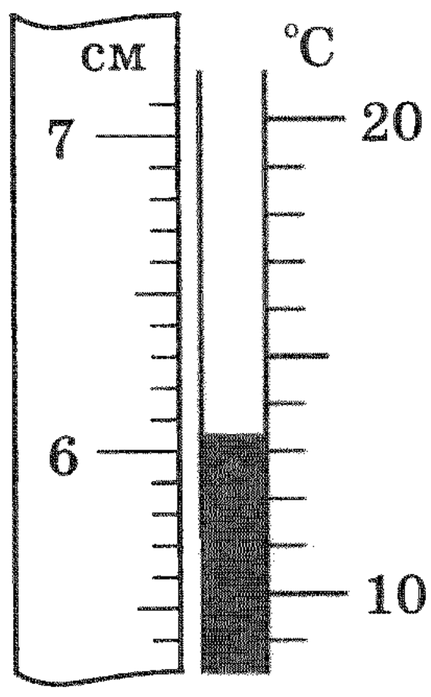


Рис. 1.45

1.46. В 1960 году XI Генеральная конференция по мерам и весам приняла решение об установлении Международной системы единиц (СИ). В качестве единицы измерения плоского угла был введен радиан (сокращенно рад). Развернутый угол (в 180°) в СИ приближенно равен 3,14159 радиан (обозначается π). С помощью

транспортира (см. рисунок) определите величину плоского угла α и выразите результат через внесистемную единицу – градус.

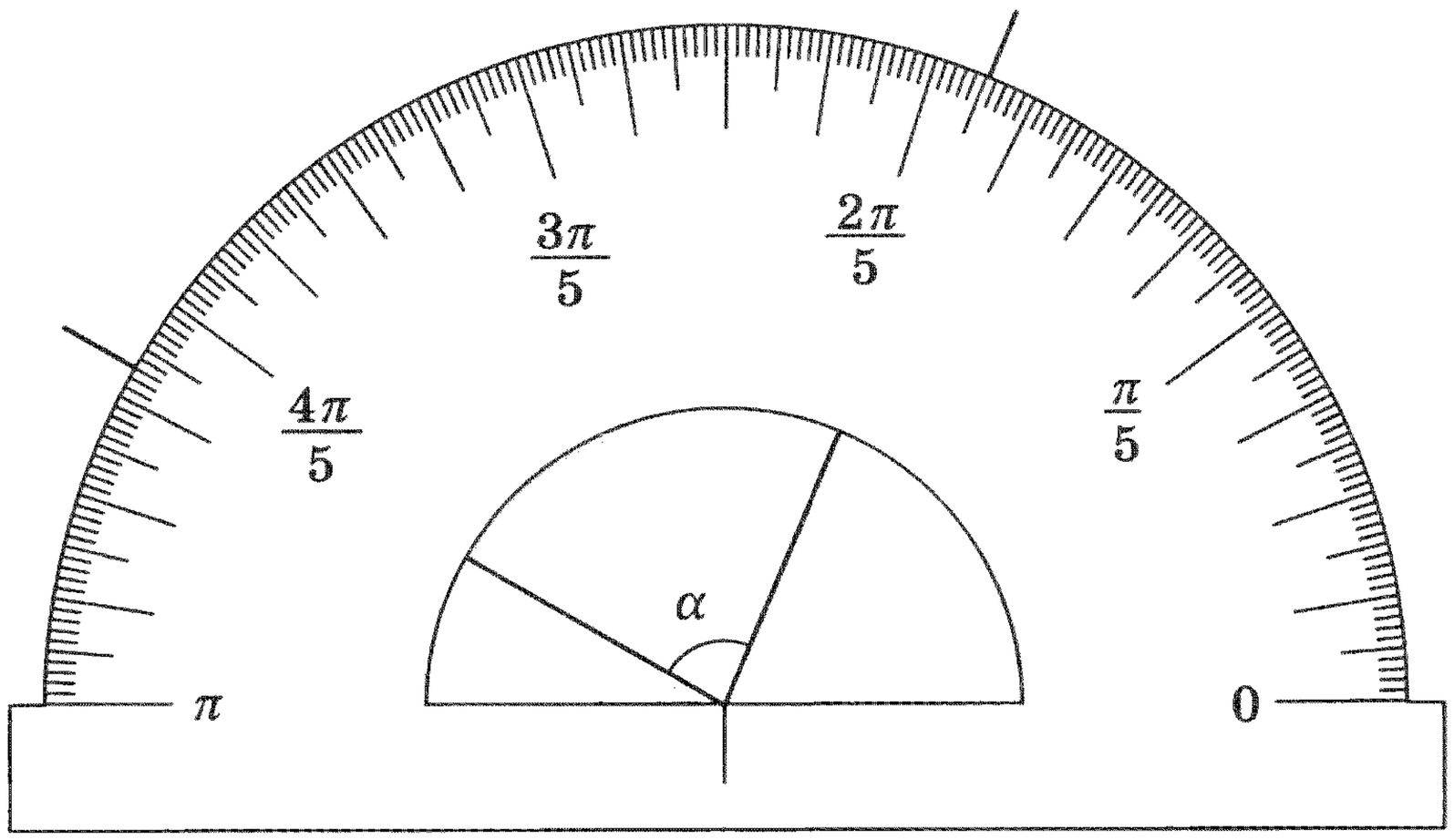


Рис. 1.46

1.47. На рисунке изображены четыре мерных стакана, частично заполненные жидкостями. Определите:
1) у какого стакана наименьшая цена деления и чему она равна;
2) в какой стакан налито больше всего жидкости;
3) где суммарно жидкости больше: вместе в стаканах *а* и *в* или вместе в стаканах *б* и *г*;
4) если во все стаканы тонкой струйкой добавлять за равные промежутки времени одинаковые объемы жидкости, во сколько раз будут отличаться максимальная и минимальная скорости подъема уровней жидкости в стаканах.

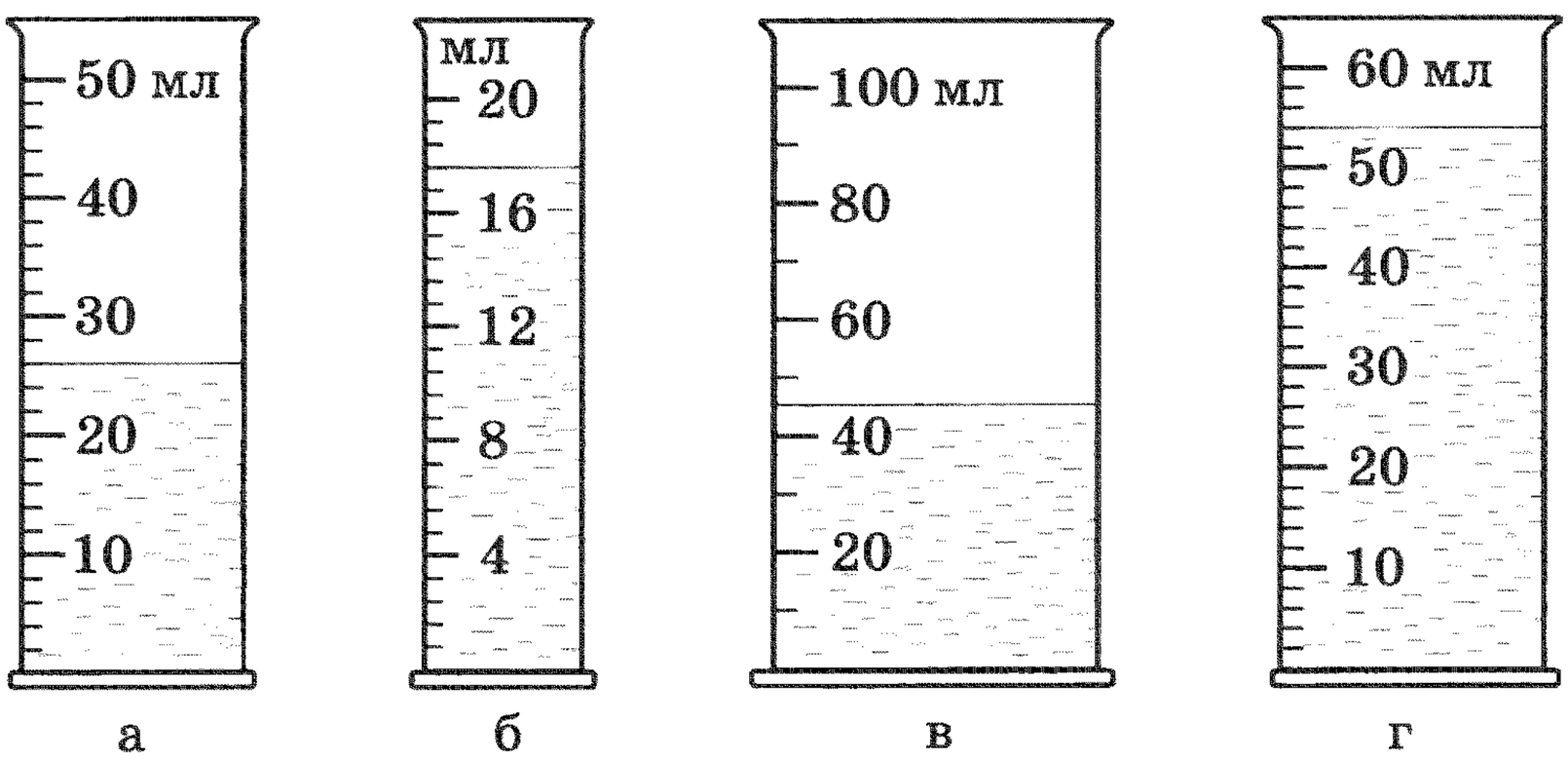


Рис. 1.47

1.48. На рисунке приведена фотография мерного сосуда с вертикальными стенками до погружения в него цилиндрического груза. На ней видно, что объем воды в сосуде равен 40 мл. На соседнем рисунке видна фотография сосуда после погружения цилиндра. Чему равен объем грузика?

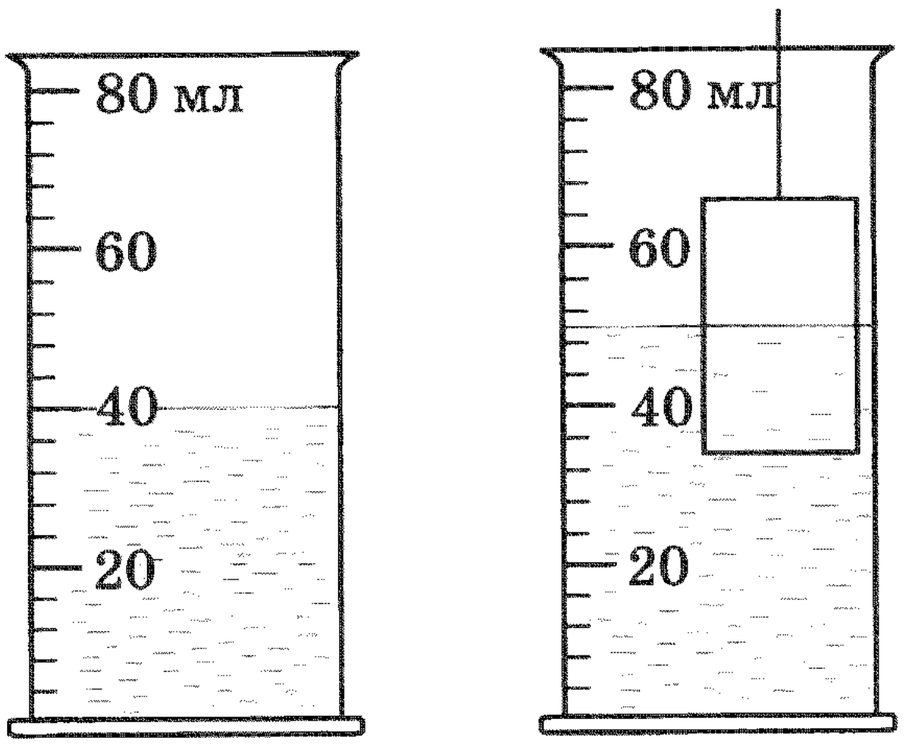


Рис. 1.48

1.49. На рисунке приведено изображение кончика иглы, наблюдаемой в микроскоп. Расстояние между делениями 0 и 1 соответствует одному миллиметру. Чему равен внешний диаметр иглы d? Найдите толщину стенок иглы h.

1.50. Внешний радиус рулона скотча равен $R = 60$ мм, а толщина рулона $d = 19$ мм (см. рисунок). Длина ленты в рулоне $L = 150$ м. Пользуясь этими данными, определите количество слоев в рулоне и толщину одного слоя.

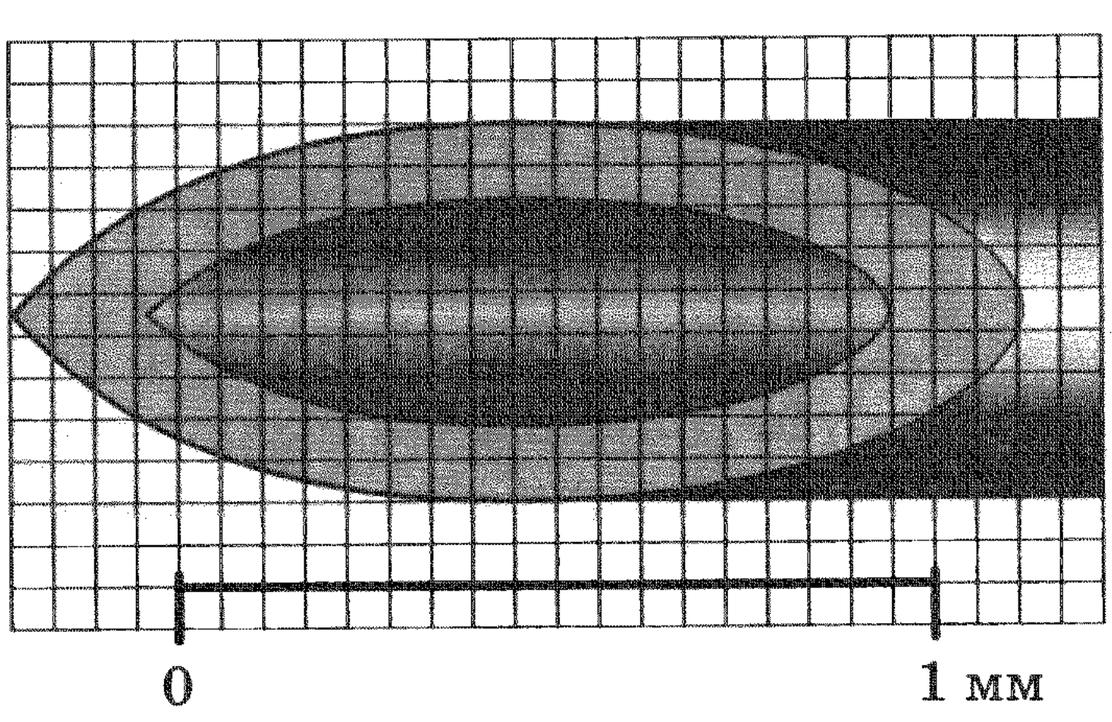


Рис. 1.49

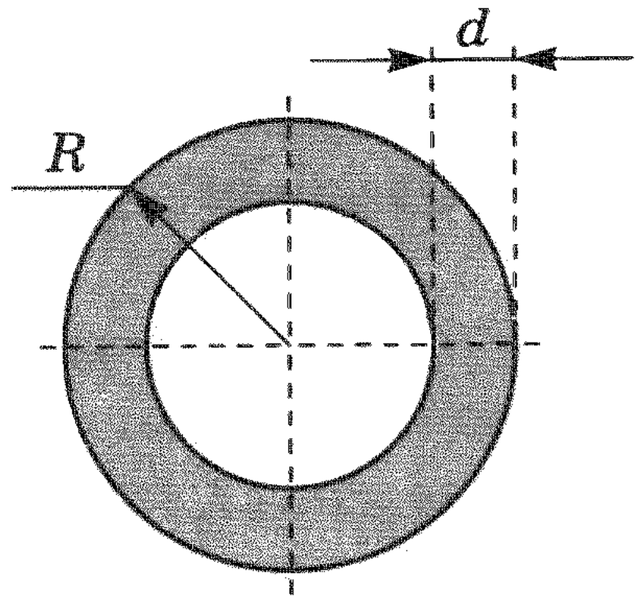


Рис. 1.50

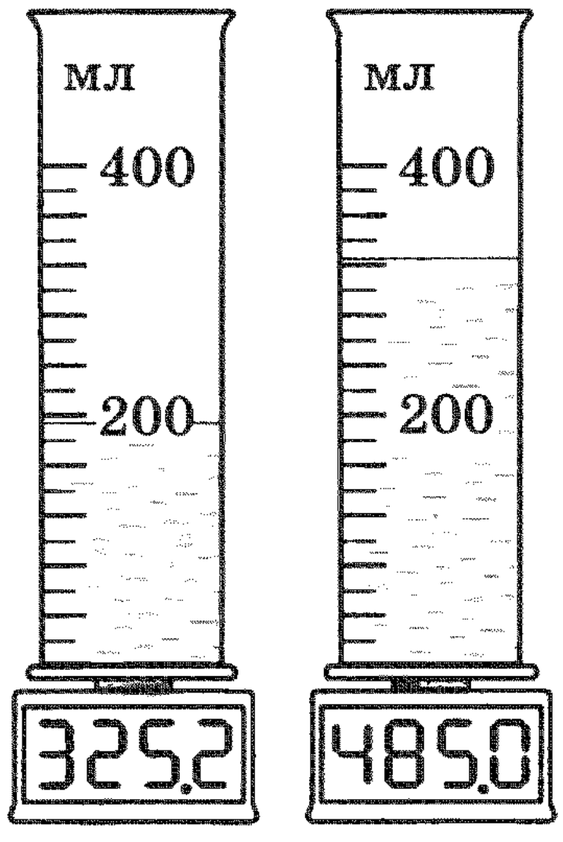


Рис. 1.51

1.51. Исследуя плотность неизвестной жидкости, экспериментатор Глюк провел серию измерений. Поставив мерный стакан с жидкостью на весы, он сфотографировал установку (показания весов в граммах), а затем, долив еще немного жидкости, сделал второй снимок (см. рисунок). Через несколько дней Глюк понял, что из-за поломки в день эксперимента показания весов были завышенными ровно на 10 %. Помогите экспериментатору определить плотность неизвестной жидкости и массу пустого мерного стакана.

ГЛАВА 2

МЕХАНИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

2.1. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Тренировочные задания

2.1. Поезд длиной 240 м, двигаясь равномерно, прошел мост за 2 мин. Какова скорость поезда, если длина моста 360 м?

2.2. Скорость гусеницы $v_г = 5{,}2$ сажени в час, а скорость червяка $v_ч = 7{,}0$ дюймов в минуту. Кто из них перемещается быстрее? *Примечание:* в 1 сажени 7 футов, в 1 футе 12 дюймов, в 1 дюйме 25,4 мм.

2.3. Вычислите глубину океана под кораблем, если его эхолот принял отраженный от дна сигнал через 6 с. Скорость звука в воде 1500 м/с.

2.4. Автомобиль движется от моста со скоростью 72 км/ч. В начальный момент расстояние от автомобиля до моста равно 200 м. На каком расстоянии от моста будет автомобиль через 8 с?

2.5. Автобус движется к мосту со скоростью 72 км/ч. В начальный момент расстояние от него до моста равно 200 м. На каком расстоянии от моста будет автобус через 50 с, если длина моста 400 м?

2.6. Пассажир поезда заметил, что проехал по мосту за 20 с. Часовой, охраняющий мост, зарегистрировал, что поезд находился на мосту 70 с. Во сколько раз длина поезда больше длины моста?

2.7. В подрывной технике используют медленно сгорающий бикфордов шнур. Какой длины надо взять шнур, чтобы успеть отбежать на расстояние 300 м после того как он будет зажжен? Скорость бега 10 км/ч, а шнур горит со скоростью 0,8 см/с.

2.8. Вагон поезда, движущегося со скоростью 36 км/ч, был пробит пулей, летевшей перпендикулярно движению вагона. Одно отверстие в стенках вагона оказалось смещено относительно другого на 3 см. Ширина вагона 2,7 м. Какова скорость движения пули?

2.9. Минутная стрелка часов в 1,5 раза длиннее часовой и равна по длине секундной. Определите, во сколько раз скорость конца часовой стрелки меньше, чем скорость конца минутной и секундной стрелок.

2.10. Бегун, стартовавший на дистанцию 10 км, первый километр пробежал за 200 с. Каждый следующий километр он пробегал на t секунд дольше предыдущего. Найдите t, если всю дистанцию бегун пробежал так, как если бы на каждый километр он затрачивал 202 с.

2.11. В дельфинарии дрессированный дельфин плавает со скоростью $v = 18$ км/ч вдоль стенок квадратного бассейна, описывая квадрат на постоянном расстоянии от прямолинейных участков стенок. Вид сверху дан на рисунке. За $t = 1$ мин он полностью «обходит» бассейн 3 раза. Найдите расстояние между дельфином и стенкой. Длина каждой стенки $a = 35$ м.

2.12. Пес Мухтар охраняет территорию склада, окруженную забором радиусом $R = 100$ м. План территории приведен на рисунке. Вдоль забора натянута проволока, к которой привязана цепочка длиной $L = 20$ м. Мухтар умеет бегать со скоростью $v = 20$ км/ч. За какое минимальное время он сможет обежать вокруг склада? Можно считать, что размер склада пренебрежимо мал, а сам склад расположен в центре круга.

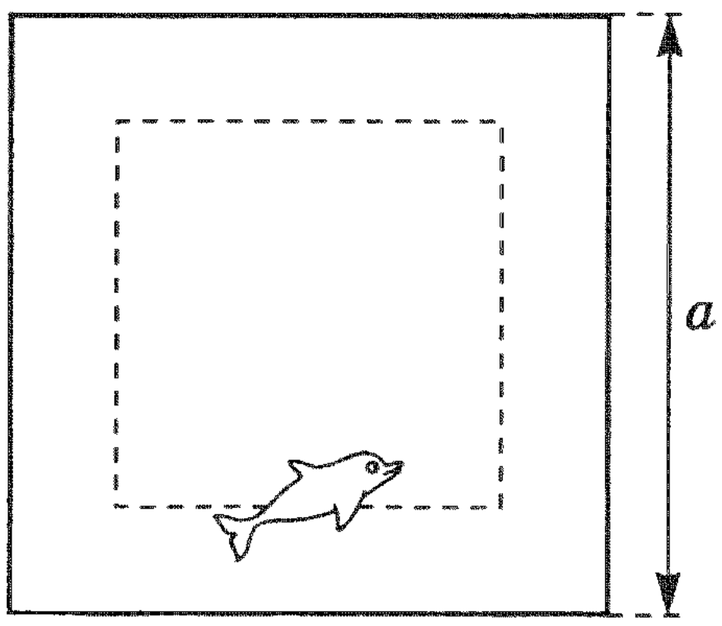


Рис. 2.11

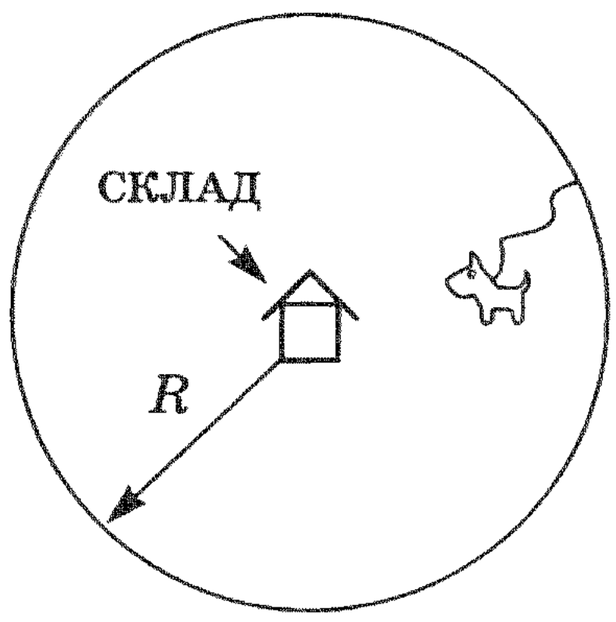


Рис. 2.12

2.13. Грузовой автомобиль едет со скоростью 60 км/ч. С какой скоростью должен ехать легковой автомобиль, чтобы проходить каждый километр на 2 мин быстрее?

2.14. Путешественник катит чемодан на колесиках со скоростью $v = 4{,}5$ км/ч по дорожке, вымощенной квадратной тротуарной плиткой, в направлении, перпендикулярном стыкам между плитками. При этом колеса постукивают на стыках с частотой $n = 5$ стуков в секунду. Чему равен размер тротуарной плитки?

Олимпиадные задания

2.15. Кольцо сварено из двух полуколец, сделанных из разных материалов. Скорость звука в одном материале v_1, а в другом v_2. По месту спая стукнули молотком. Через какое время после удара звуковые волны встретятся в первый раз, если длина всего кольца L?

2.16. Поезд проехал мост длиной $l = 450$ м за время $t_1 = 45$ с. Охранник, стоящий на мосту, заметил, что поезд двигался мимо него время $t_2 = 30$ с. За какое время проехал по мосту пассажир, находящийся в вагоне поезда? Вычислите скорость поезда и его длину.

2.17. Мальчик в хорошую погоду едет в школу и обратно на велосипеде. При этом он затрачивает на всю дорогу в обе стороны $t = 20$ минут. Однажды утром он поехал в школу на велосипеде, но днем погода испортилась, и домой ему пришлось бежать по лужам пешком. При этом на всю дорогу у него ушло $T = 30$ минут. За какое время мальчику удастся сбегать из дома в магазин и обратно пешком, если расстояние от дома до магазина вдвое больше, чем до школы?

2.18. Если некий человек идет пешком на работу, а обратно едет на транспорте, то всего на дорогу он затрачивает полтора часа. Если же в оба конца он едет на транспорте, то весь путь занимает у него 30 мин. Сколько времени затратит человек на дорогу, если и на работу, и обратно пойдет пешком?

2.19. Внедорожник «Нива» может проехать расстояние $l = 39$ км от Дубны до Орудьева, имея скорость на асфальте $v_1 = 100$ км/ч, а на грунтовом участке $v_2 = 25$ км/ч. Автомобиль BMW на той же дороге по асфальту разгоняется до $v_3 = 160$ км/ч, но по грунтовке едет только со скоростью $v_4 = 10$ км/ч. При какой длине грунтового участка время движения машин окажется одинаковым?

2.20. Петя и Вася поспорили, кто быстрее преодолеет расстояние $l = 3{,}0$ км от дома до поляны с земляникой. Первую часть пути они бежали по лесу, а вторую плыли по озеру. Петя бежал со скоростью $v_1 = 10$ км/ч, а Вася с $v_2 = 11$ км/ч, но плыл Петя с $v_3 = 2{,}0$ км/ч, а Вася с $v_4 = 1{,}0$ км/ч. Сколько времени Петя плыл по озеру, если до поляны мальчики добрались одновременно?

2.21. Однажды Красная Шапочка решила навестить бабушку. Путь ей предстоял неблизкий. Сначала она треть пути не спеша шла по дорожке со скоростью v, затем, проголодавшись, села на пенек и съела несколько пирожков. Потратив на еду много времени, девочка загрустила, так как уже начинало темнеть. К счастью, тут из леса выбежал Волк, который любезно согласился домчать ее до бабушки со скоростью $3v$. В результате получилось, что на все путешествие девочке потребовалось столько же времени, сколько и при движении с постоянной скоростью v. Сколько пирожков на пеньке скушала Красная Шапочка, если на каждый пирожок она затрачивала время, равное одной девятой времени всего своего путешествия?

2.22. Экспериментатор Глюк получил приглашение выступить с докладом на научной конференции в сибирском городе N. Он вылетел из Москвы в 9:00 по московскому времени и приземлился в городе N в 16:00 по местному времени. Через несколько дней экспериментатор отправился домой. Он вылетел из города в 13:00 по местному времени и приземлился в Москве в 14:00 по московскому времени. Оба рейса выполнял один и тот же самолет. Ветра не было. Сколько часов длился полет в одну сторону?

2.23. Отправляясь навестить Кролика, Винни-Пух заметил, что его настенные часы стоят, показывая 10 часов 35 минут. Он завел их и пошел в гости. Войдя в дом к Кролику, первым делом Винни посмотрел на часы. На них было 10 часов 10 минут. Через 3 часа,

после того как весь мед был съеден, медведь отправился в обратный путь. Когда он вернулся, его часы показывали 2 часа 5 минут. Винни немедленно перевел стрелки на точное время. Какое время он выставил на своих часах? Известно, что все путешествие заняло меньше 6 часов.

2.24. В комнате сидел котенок. Мышь выскочила из одной норки в стене и побежала по прямой с постоянной скоростью к другой норке, расстояние до которой $S = 3{,}2$ м (см. рисунок). Котенок заметил мышь в тот момент, когда она выскочила из норки, и пустился за ней в погоню. В каждый момент времени он бежал в направлении на мышь с постоянной скоростью, в полтора раза большей скорости мыши. Котенок и мышь одновременно достигли норки. На сколько метров путь, пройденный котенком, больше, чем путь мыши?

2.25. Карлсон купил квартиру на крыше семнадцатиэтажной новостройки на высоте $H = 55$ м над землей. За вареньем теперь ему приходится летать в соседний магазин, который находится на расстоянии $L = 100$ м от его дома (см. рисунок). В горизонтальном полете Карлсон развивает скорость v, при вертикальном спуске – $2v$, а при вертикальном подъеме – $v/2$. Определите, чему равна скорость v, если на полет до магазина и обратно Карлсон тратит ровно $t = 5$ мин.

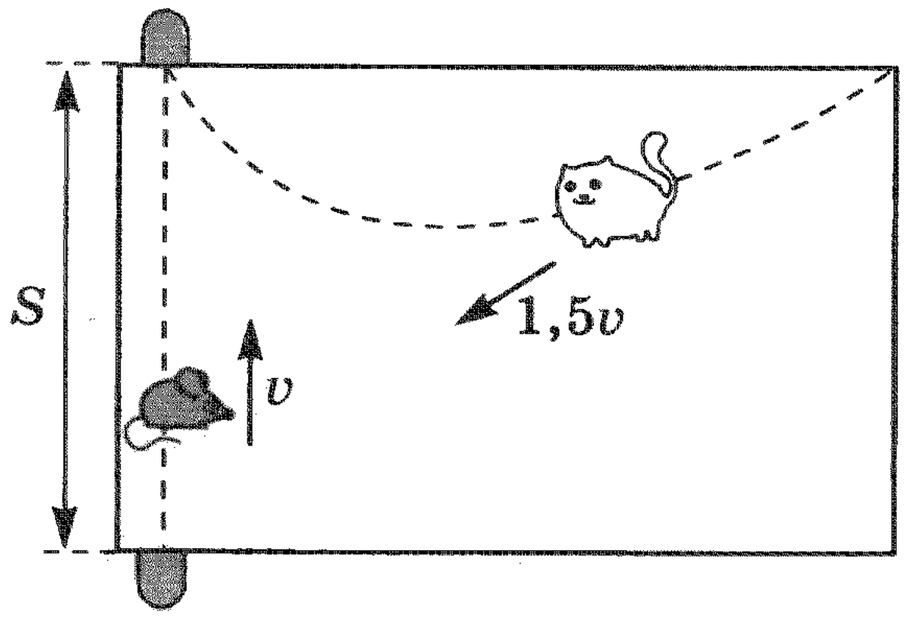


Рис. 2.24

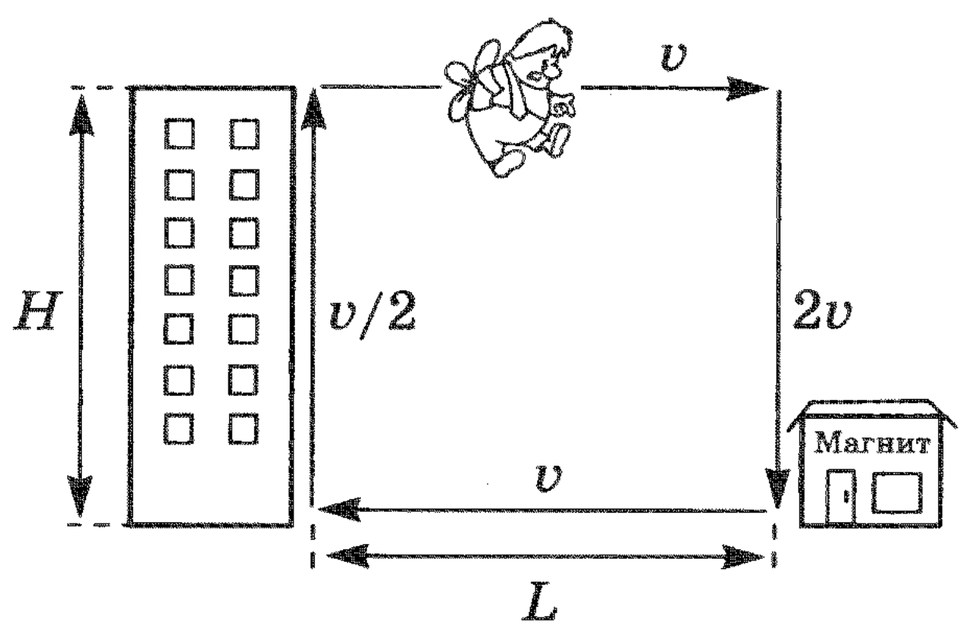


Рис. 2.25

2.26. Мальчик решил погулять с компасом по лесу. В течение $t_1 = 40$ минут он шел с постоянной скоростью v на север, затем в течение $t_2 = 15$ минут со скоростью $2v$ на запад. Вспомнив, что уже поздно, он побежал по кратчайшему пути со скоростью $5v$ в начальную точку прогулки. Сколько минут длилась вся прогулка?

2.27. Мальчику разрешили погулять по лесу сорок пять минут. В течение 20 минут он шел с постоянной скоростью на север, затем в течение 15 минут он с той же скоростью шел на запад. Вспомнив о времени прогулки, он поторопился вернуться назад и побежал по кратчайшему пути со скоростью в два раза большей, чем шел до этого. Успеет ли мальчик вернуться к намеченному сроку?

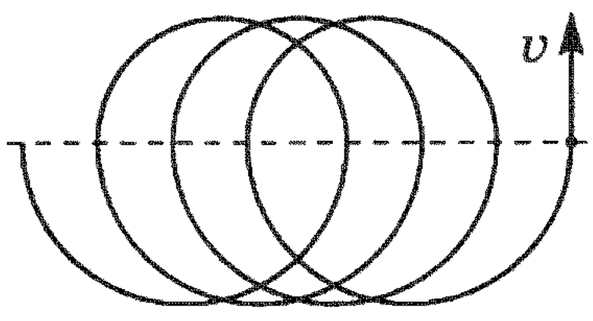


Рис. 2.28

2.28. Заряженная частица движется вдоль границы раздела двух магнитных полей по полуокружностям с радиусами $R_1 = R$ и $R_2 = 1{,}3R$ с постоянной по модулю скоростью v (см. рисунок). На какое расстояние сместится частица за время T, гораздо большее времени движения по полуокружности?

2.29. Муравей отправился на разведку. Стартовав от муравейника, он время $t = 10$ с полз на восток со скоростью $v = 1$ см/с, затем повернул и время $2t$ двигался со скоростью $2v$ на север, потом бежал на запад в течение времени t со скоростью $3v$ и, наконец, повернув на юг, мчался с максимально возможной скоростью $4v$ еще время t. После этого его движение в точности повторялось. Через $T = 20$ мин поиска муравей наконец-то обнаружил добычу. Какое минимальное время ему потребуется для возвращения в муравейник по кратчайшему пути?

2.30. Любопытный котенок бежит по дорожке осеннего парка к речке, но не с постоянной скоростью. Ему все интересно, поэтому 1 минуту он бежит со скоростью $v = 1{,}4$ м/с, затем на 15 секунд останавливается и играет с листочками, потом 15 секунд бежит в обратную сторону с прежней скоростью v, опять 15 секунд играет, после чего спохватывается и продолжает бежать в начальном направлении к речке. Характер движения раз от раза в точности повторяется. Примерно за какое время котенок добежит до речки, если до нее $S = 1{,}8$ км?

2.31. Расстояние $L = 63$ км от Москвы до Сергиева Посада электричка преодолевает за время $T = 1$ час 10 мин, совершая N промежуточных остановок. На пути следования между любыми двумя соседними платформами (от момента начала движения до остановки) электричка движется со средней скоростью $v = 60$ км/ч.

Продолжительность одной остановки $\Delta t = 1$ мин. Сколько остановок делает электричка?

2.32. На дорогу от Дубны до Дмитрова ($L = 65$ км) электричка тратит $T = 1$ ч 10 минут. Средняя скорость электрички на перегонах между платформами $v = 70$ км/ч. Сколько времени электричка стоит на остановках?

2.33. Автобус, двигавшийся со скоростью $v_1 = 60$ км/ч, простоял перед закрытым переездом $t = 6$ мин. Если бы водитель не потерял указанное время, то, продолжая движение с той же скоростью, на ближайшую остановку он прибыл бы вовремя. Чтобы не выбиваться из расписания, водитель должен увеличить скорость движения автобуса. Сможет ли автобус прибыть в пункт назначения по расписанию, если расстояние от переезда до остановки маршрута $L = 15$ км, а на этом участке установлено ограничение скорости $v_2 = 90$ км/ч?

2.34. Велосипедист, двигаясь по дороге, через каждые 6 секунд проезжает мимо столба линии электропередачи. Увеличив скорость на некоторую величину Δv, велосипедист стал проезжать мимо столбов через каждые 4 секунды. Через какой промежуток времени он будет проезжать мимо столбов, если увеличит скорость еще на такую же величину?

2.35. Вдоль железной дороги через каждые 100 м расставлены столбики с номерами 1, 2, ... , 10, 1, 2, ... , 10, ... Через 2 минуты после того, как кабина машиниста равномерно движущегося поезда проехала столбик с цифрой «1», машинист увидел в окне столбик с цифрой «2». Известно, что скорость поезда меньше 100 км/ч. С какой максимальной скоростью мог ехать поезд?

2.36. Первая половина дороги между деревней и озером покрыта асфальтом, а оставшиеся 3 км проходят по грунту. Водовоз набрал в реке полную бочку воды и поехал в деревню со скоростью 9 км/ч. В бочке оказалась дырочка, через которую вода вытекала со скоростью 0,05 ведра/мин. На хорошей дороге скорость движения повозки вдвое возросла, а скорость вытекания воды вдвое уменьшилась. Сколько ведер воды умещается в бочке, если водовоз довез 95 % набранной воды?

2.37. Восьмиклассник ходит в школу из дома с постоянной скоростью 2 м/с. Однажды выйдя вовремя, чтобы прийти к началу урока, он решает вернуться с полпути домой, так как вспомнил, что забыл дома дневник. Успеет ли мальчик в школу к началу урока, если с этого момента будет бежать со скоростью 14,4 км/ч?

2.38. На маршрут от дома до школы Егор обычно тратил $t_0 = 16$ мин и приходил к началу первого урока. Как-то раз, выйдя в привычное время, после $t_1 = 4$ мин ходьбы он вспомнил, что забыл тетрадку по физике, и побежал обратно. Поиски тетрадки дома заняли $t_2 = 1$ мин, после чего он побежал в школу и прибежал за $t_3 = 2$ мин до начала урока. Найдите скорость бега Егора, если при привычной ходьбе его скорость $v = 4{,}5$ км/ч.

2.39. В полдень из деревни в город выехал автомобиль. Он ехал с постоянной скоростью и прибыл бы в город в час дня. Но в дороге двигатель заглох, и водитель потратил на ремонт треть времени, ушедшего на дорогу от деревни до места поломки. Чтобы успеть в город по расписанию, водителю пришлось ехать оставшуюся часть пути со скоростью в два раза больше запланированной. Какое время показывали часы в тот момент, когда заглох двигатель?

2.40. Честный мальчик Петя вышел из дома в школу. По дороге он нашел велосипед и, поскольку опаздывал, решил воспользоваться находкой и доехать на нем, подумав, что потом обязательно вернет велосипед на место. В результате вся дорога в школу заняла 14 минут. Возвращаясь обратно, он вспомнил о своем намерении, только подъезжая к дому. Пете стало стыдно, и он вернулся к месту находки, оставив там велосипед, и пешком дошел до дома. Таким образом, дорога из школы заняла у него 22 минуты. Как далеко от дома лежал велосипед, если на нем Петя мчался со скоростью 15 км/ч?

2.41. Лыжник рассчитал, что если он станет делать в час 10 км, то прибудет на место назначения часом позже полудня. При скорости 15 км/ч он прибудет часом раньше полудня. С какой скоростью должен он бежать, чтобы прибыть на место ровно в полдень?

2.42. Три лучника стоят на расстоянии 2 м друг от друга на одной линии и последовательно стреляют с интервалом 1 с по длинной мишени, движущейся параллельно этой линии. Скорость

мишени 0,5 м/с. На каком расстоянии друг от друга попадут стрелы в мишень, если известно, что все они летят с одинаковыми скоростями?

2.43. Три микрофона, расположенные на одной прямой в точках D, K, M (причем $DK = KM = L = 10\,000$ м), зарегистрировали сигнал от взрыва, произошедшего в точке X, расположенной на этой же прямой. В моменты регистрации взрыва часы около микрофонов D, K, M показывали времена $t_D = 10{:}45{:}44$, $t_K = 10{:}45{:}14$ и $t_M = 10{:}45{:}32$ (чч:мм:сс) соответственно. Найдите, на каком расстоянии от точки K находится точка X. Часы синхронизированы и идут верно.

2.44. Поезд прошел прямой участок железной дороги от полустанка «582 км» до полустанка «603 км» с постоянной скоростью без остановок. Пассажир, находящийся на полустанке «582 км», отметил, что поезд прошел его полустанок в 15:32, а пассажир, находящийся на полустанке «603 км», отметил, что его полустанок прошел в 15:48. С какой скоростью мог двигаться поезд, если известно, что часы пассажиров установлены не точно, но отклонение от точного времени не превышает 1 минуты?

2.45. Оказывается, управлять луноходом с Земли не так-то просто. Дело в том, что телекамера, установленная на луноходе, позволяет наблюдать объекты, расположенные не далее $L = 3$ м от машины. Время реакции человека на неожиданно появившийся в поле зрения объект или препятствие (от момента его появления до начала действий или размышлений о том, что же делать) составляет $t_1 = 0{,}3$ с, время принятия решения $t_2 = 0{,}5$ с, время на подачу команды $t_3 = 0{,}3$ с. С какой безопасной максимальной скоростью v может ехать луноход? *Примечание:* расстояние от Земли до Луны равно $R = 380\,000$ км, а скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

2.46. Человек стоит на расстоянии 6 м от реки. На расстоянии 34 м от реки горит костер. Расстояние между перпендикулярами, опущенными на берег реки из точек, в которых находятся человек и костер, равно 30 м. Человек бежит со скоростью 5 м/с к реке, зачерпывает ведро воды, потом бежит к костру и заливает его. Какое минимальное время необходимо для этого, если на зачерпывание воды уходит 5 с?

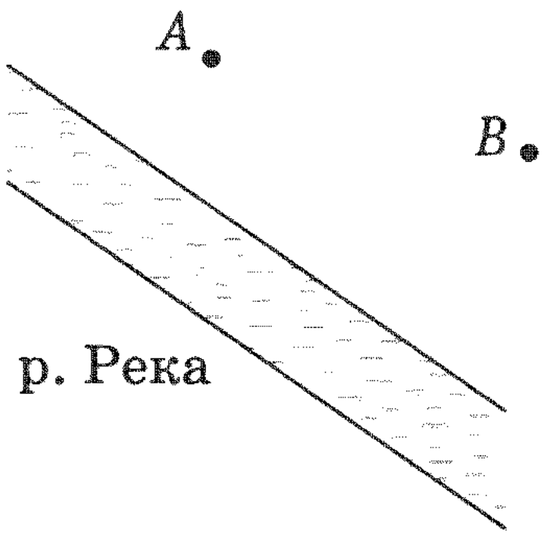


Рис. 2.47

2.47. Петя и Вася живут в соседних деревнях A и B на одном берегу речки, протекающей рядом, на которую они часто ходят летом купаться (см. рисунок). Построением, используя только циркуль и линейку без делений, определите, в каком месте на берегу мальчикам надо встречаться, чтобы суммарное расстояние от деревень, пройденное ими до места встречи, оказалось минимальным.

2.48. Муравей хочет быстрее добраться по кубу от точки A до точки B (см. рисунок). Какой маршрут ему следует выбрать?

2.49. Муравей хочет за минимальное время добраться по поверхности куба от точки A до точки B (см. рисунок). Какой маршрут ему следует выбрать? Точка A находится на середине ребра куба.

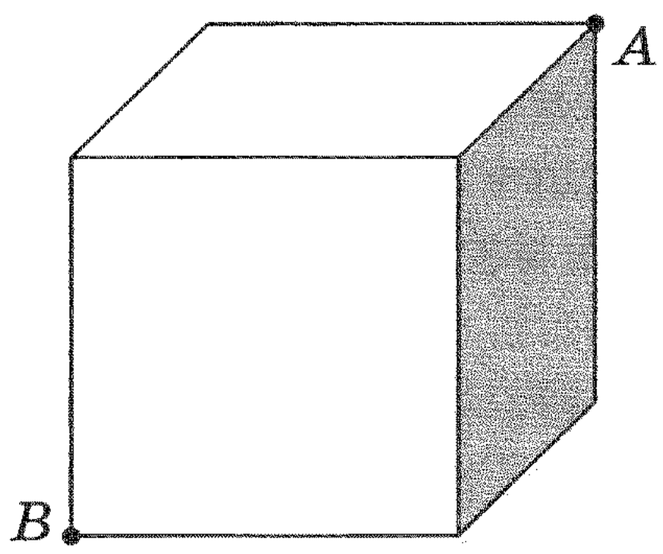


Рис. 2.48

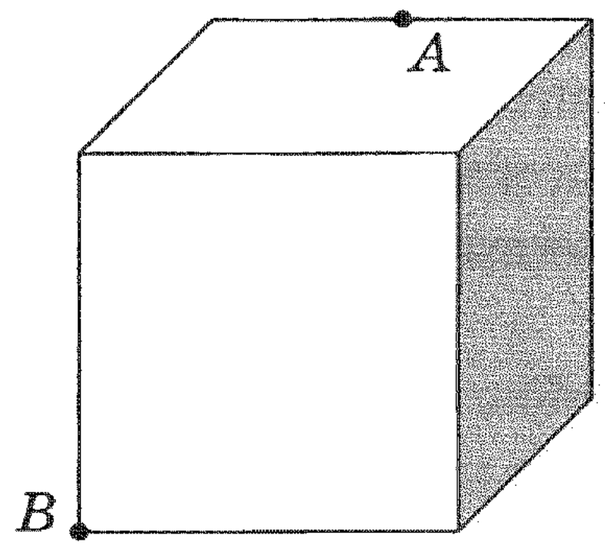


Рис. 2.49

2.50. Муравей хочет как можно быстрее добраться по поверхности бруска от точки A до точки B (см. рисунок). Какой маршрут ему следует выбрать? Точка A находится на середине наименьшего ребра бруска, стороны которого соотносятся как 1 : 2 : 4.

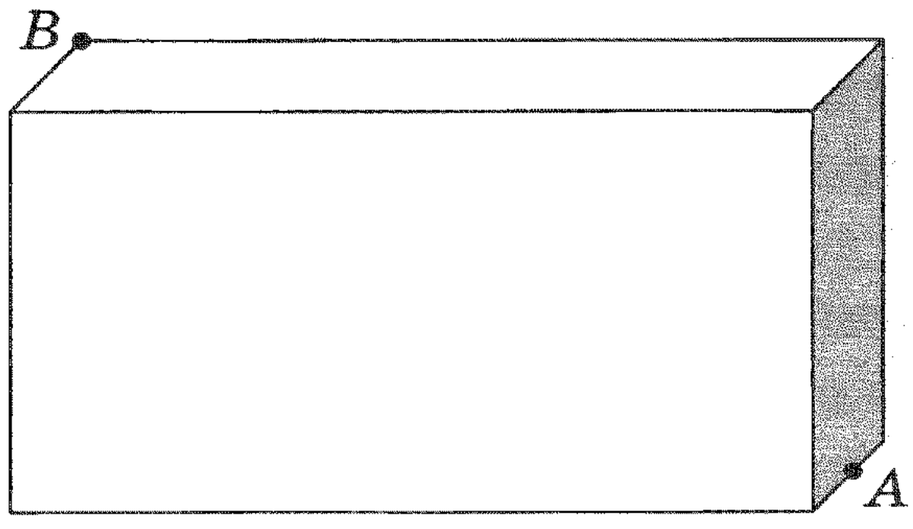


Рис. 2.50

2.51. В каком направлении надо ударить бильярдный шар (см. рисунок), чтобы он после двух отражений от стенок попал в верхнюю правую лузу?

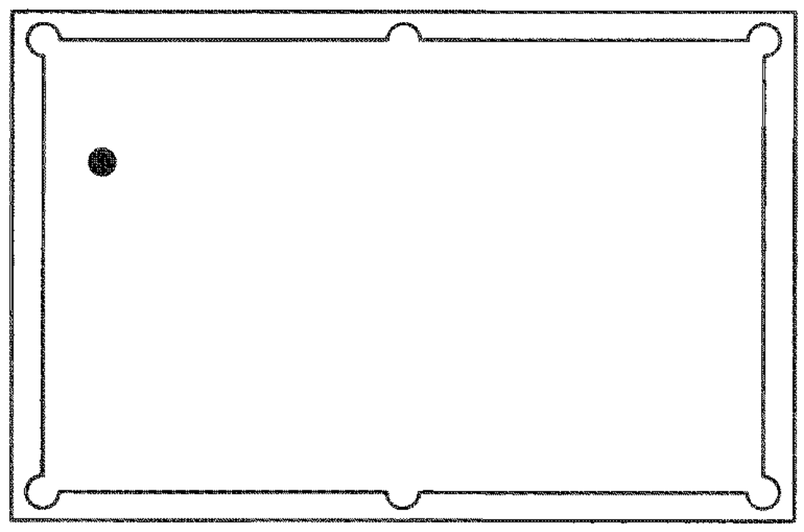


Рис. 2.51

2.2. СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ

Тренировочные задания

2.52. Трактор 2 часа ехал со скоростью 10 км/ч, затем 30 мин стоял на одном месте, а потом ехал со скоростью 5 м/с еще 30 мин. Определите среднюю скорость трактора.

2.53. Поднимаясь в гору, лыжник проходит путь 3 км со скоростью 5,4 км/ч. Спускаясь с горы со скоростью 10 м/с, он проходит 1 км пути. Определите среднюю скорость движения лыжника на всем пути.

2.54. Трактор несколько часов ехал со скоростью 30 км/ч. Затем он один час стоял и ремонтировался, после чего еще два часа двигался со скоростью 45 км/ч. Найдите среднюю скорость трактора на всем пути.

2.55. Средняя скорость автомобиля равна 15 м/с. С какой скоростью двигался автомобиль первые 6 с, если за остальные 12 с он прошел расстояние 150 м?

2.56. Велосипедист первую половину времени движения ехал со скоростью 20 км/ч, а вторую половину – со скоростью 60 км/ч. Определите среднюю скорость велосипедиста.

2.57. Велосипедист первую половину пути ехал со скоростью $v_1 = 20$ км/ч, а вторую половину – со скоростью $v_2 = 60$ км/ч. Определите среднюю скорость велосипедиста.

2.58. Вертолет четверть времени летит со скоростью $v_1 = 52$ м/с, а оставшиеся три четверти – со скоростью $v_2 = 60$ м/с. Найдите среднюю скорость вертолета.

2.59. Автомобиль часть пути 30 км прошел со скоростью 15 м/с. Остальную часть пути, 40 км, он прошел за 1 ч. Определите среднюю скорость автомобиля на всем пути.

2.60. Вертолет треть пути летит со скоростью $v_1 = 60$ м/с, затем две трети пути с $v_2 = 30$ м/с. Найдите среднюю скорость вертолета.

2.61. Автомобиль первую половину пути ехал со скоростью v, а вторую половину – со скоростью в 4 раза большей. Определите среднюю скорость автомобиля на всем пути.

2.62. Машина первую половину пути ехала со скоростью v, а вторую половину – со скоростью $2v$. Средняя скорость оказалась равной 48 км/ч. Чему равнялась скорость на первой половине пути?

2.63. Самолет первую треть пути летел со скоростью 700 км/ч, вторую треть – со скоростью 500 км/ч, а остаток пути – со скоростью, вдвое большей средней скорости на первых двух участках. Найдите среднюю скорость самолета.

2.64. Автобус проехал треть пути со скоростью 40 км/ч, затем половину оставшегося пути со скоростью 60 км/ч и последнюю часть – со скоростью 80 км/ч. Чему равна средняя скорость автобуса?

2.65. Автобус треть пути ехал со скоростью $v_1 = 30$ км/ч, а оставшуюся часть – со скоростью в два раза большей средней скорости на всем пути. Найдите скорость автобуса на второй части пути.

2.66. Автомобиль проехал половину пути со скоростью $v_1 = 60$ км/ч, оставшуюся часть пути он половину времени ехал со скоростью $v_2 = 20$ км/ч, а последний участок – со скоростью $v_3 = 100$ км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всем пути.

2.67. Автомобиль едет из пункта A в пункт C со скоростью 60 км/ч. В пункте C он останавливается на время, равное 1/4 времени движения из A в C, и возвращается обратно со скоростью 45 км/ч. Определите среднюю скорость автомобиля на всем пути.

2.68. Автомобиль проехал расстояние 30 км со скоростью 10 м/с, затем разгрузился и вернулся в начальный пункт со средней скоростью 20 м/с. Определите время разгрузки, если средняя путевая скорость за всю поездку составила 8 м/с.

2.69. Велосипедист ехал из одного города в другой. Половину пути он ехал со скоростью 12 км/ч. Далее половину оставшегося времени движения он ехал со скоростью 6 км/ч, а затем до конца шел пешком со скоростью 4 км/ч. Определите среднюю скорость велосипедиста на всем пути.

2.70. Из пункта A в пункт C автомобиль едет с горы со скоростью в два раза большей, чем обратно в гору. На дорогу из A в C автомобиль затрачивает $t = 1$ час. Какова средняя скорость автомобиля на всем пути – из A в C и обратно? Расстояние между пунктами $S = 60$ км.

2.71. Автобус шел 3 ч по шоссе, 1,5 ч по грунтовой дороге и еще 0,5 ч по проселочной дороге. Скорость автобуса по грунтовой дороге в 2 раза больше скорости по проселочной дороге, а скорость по шоссе в 3,5 раза больше, чем скорость по проселочной дороге. Найдите скорость автобуса по проселочной дороге, если средняя скорость на всем пути равна 33,6 км/ч.

2.72. Автомобиль, двигаясь из одного города в другой, на участках пути, длины которых относятся как 1 : 2 : 3 : 4, затратил времена, отрезки которых относятся как 4 : 3 : 2 : 1 соответственно. Какова средняя скорость движения автомобиля, если его скорость на последнем участке пути равнялась 120 км/ч.

2.73. Треть всего пути автомобиль проехал с постоянной скоростью $v_1 = 40$ км/ч. Затем треть всего времени он ехал с постоянной скоростью $v_2 = 90$ км/ч. Найдите среднюю скорость на всем пути, если она оказалась равна средней скорости на оставшемся участке.

2.74. Автомобиль проехал половину пути со скоростью 60 км/ч, следующий отрезок пути он ехал со скоростью 15 км/ч, а последний отрезок пути – со скоростью 45 км/ч. Какова средняя скорость автомобиля, если второй и третий отрезки пройдены за одинаковое время?

2.75. Велосипедист проехал половину пути со скоростью 12 км/ч, следующую треть пути – со скоростью 15 км/ч, а оставшиеся 36 км он проехал за 2 часа. Определите среднюю скорость велосипедиста и расстояние, которое он проехал.

2.76. Машина половину пути ехала со скоростью на $\Delta v = 5$ км/ч быстрее средней скорости, а вторую половину пути со скоростью в полтора раза меньше средней. Определите среднюю скорость машины.

2.77. Два автомобиля одновременно выехали из города A в город C. Один автомобиль ехал с постоянной скоростью v по прямой дороге, соединяющей города. Второй ехал по дуге полуокружности, диаметром которой является прямая AC. В город C второй автомобиль приехал, затратив вдвое меньшее время. Определите среднюю скорость второго автомобиля.

2.78. Между Роханом и Гондором установлена система сигнальных башен так, что между столицами Эдорасом и Минас-Тиритом можно передавать световые сообщения (см. рисунок). Расстояния между башнями (в лигах) указаны на рисунке. В случае тревоги дозорные поднимаются на вершину башни и разжигают там костер; дозорные на следующей башне, видя костер, поднимаются и разжигают его у себя и т. д. Найдите среднюю скорость распространения сигнала вдоль сигнальной линии, если дозорным нужно пять минут, чтобы подняться на башню и разжечь костер. Считайте, что свет распространяется мгновенно.

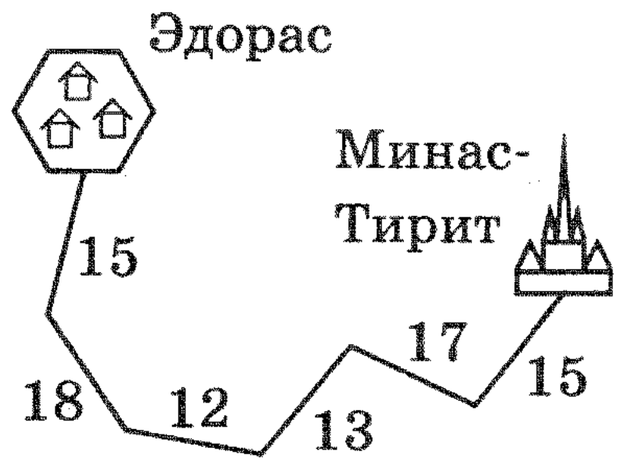


Рис. 2.78

Олимпиадные задания

2.79. Стержень изготовлен из большого числа чередующихся отрезков одинаковой длины, но изготовленных из двух разных материалов. В одном материале скорость звука равна v_1, а в другом – v_2. Найдите среднюю скорость распространения звука в стержне.

2.80. Первую часть пути машина проехала со скоростью v, вторую часть – со скоростью $v/3$. В результате всего движения средняя скорость машины оказалась равна $v/2$. Во сколько раз вторая часть пути длиннее первой?

2.81. Автомобиль проехал расстояние S. Первую часть пути автомобиль ехал со скоростью в два раза меньше средней скорости всего движения v, а вторую часть пути – со скоростью в три раза больше v. Найдите длину первой части пути.

2.82. Часть пути машина ехала со скоростью в два раза меньше средней скорости всего движения, а оставшуюся часть – со скоростью в три раза больше средней. Определите среднюю скорость машины на первой половине пути. Средняя скорость всего движения v известна.

2.83. Средняя скорость автомобиля за 20 с всего движения составила 4 м/с. Его средняя скорость за последние 4 с движения составила 10 м/с. Определите среднюю скорость автомобиля за первые 16 с движения.

2.84. Первую половину пути автобус шел со скоростью в 8 раз большей, чем вторую. Средняя скорость автобуса на всем пути оказалась 16 км/ч. Определите среднюю скорость автобуса за первую половину времени движения.

2.85. Телега первую треть пути ехала со скоростью $v_1 = 5$ км/ч, оставшуюся часть пути она ехала со скоростью в два раза большей средней скорости на всем пути. Найдите скорость телеги на второй части пути.

2.86. Автомобиль первую половину времени ехал со скоростью $v_1 = 80$ км/ч, оставшееся время двигался со скоростью $v_2 = 40$ км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на второй половине его пути.

2.87. Автомобиль первую половину пути ехал со скоростью $v_1 = 40$ км/ч, оставшуюся часть пути – со скоростью $v_2 = 60$ км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля за вторую половину времени его движения.

2.88. Расстояние S от пункта A до пункта B равно 45 км. Первую часть пути автомобиль ехал со скоростью в два раза меньше средней, а вторую часть пути – со скоростью в два раза больше средней. Найдите длину первой части пути.

2.89. Турист перешел через симметричный перевал, изображенный на рисунке, и пошел дальше по равнине. Его средняя скорость на пути через перевал оказалась равной $v_{ср} = 2{,}1$ км/ч. Какое расстояние L турист прошел по равнине, если для этого ему потребовалось 2 часа? Известно, что при подъеме на перевал скорость

туриста v_1 составляла 0,6 от скорости v_0 движения по равнине, а при спуске с перевала скорость v_2 была больше скорости подъема в 7/3 раза.

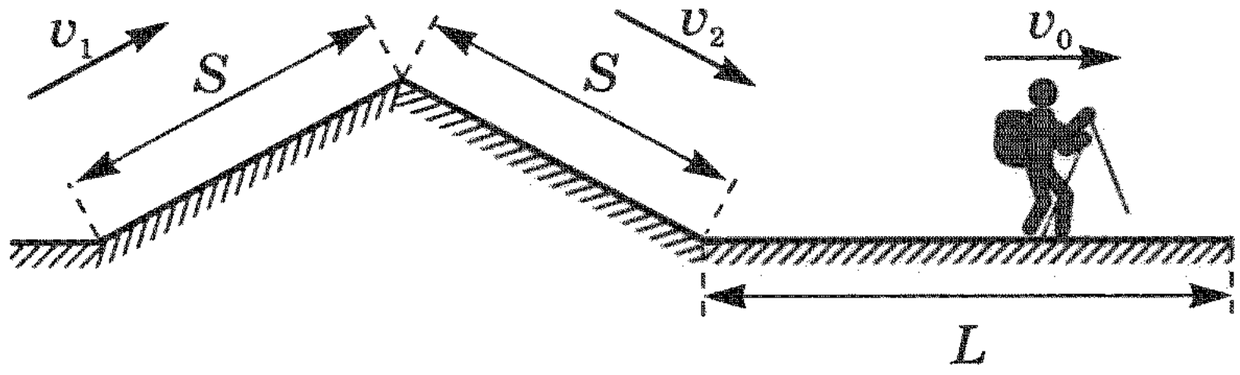


Рис. 2.89

2.90. На разминке спортсмен пробегает два круга по стадиону. Первый круг он пробегает за время $t_1 = 2$ мин, второй – со скоростью $v = 10$ км/ч. Найдите длину одного круга на стадионе, если средняя скорость спортсмена составила $v_{ср} = 7{,}5$ км/ч.

2.91. Во время соревнований по автомобильным гонкам победитель, пройдя 50 кругов, обогнал второго призера на 2 круга. Какова средняя скорость движения второго автомобиля, если средняя скорость первого 100 км/ч?

2.92. Двигаясь на велосипеде по ровной горизонтальной дороге вдоль линии электропередач, Петя заметил, что на преодоление расстояния между соседними столбами ему требуется время t_1. Когда дорога пошла под горку, от столба до столба Петя стал проезжать за время t_2. За какое время t_3 Петя проезжал бы между столбами, если бы все время ехал с постоянной скоростью, равной средней скорости своего движения по ровному и наклонному участкам? Длина горизонтального участка равна длине участка под горку. Расстояние между столбами одинаковое.

2.93. Двигаясь на велосипеде по ровной горизонтальной дороге вдоль линии электропередач, Петя заметил, что на преодоление расстояния между соседними столбами ему требуется время t_1. Когда дорога пошла под горку, от столба до столба Петя стал проезжать за время t_2. За какое время t_3 Петя проезжал бы между столбами, если бы все время ехал с постоянной скоростью, равной средней скорости своего движения по ровному и наклонному участкам? По горизонтальному и наклонному участкам Петя двигался одинаковое время. Расстояния между всеми столбами равны.

2.94. Велосипедист проехал часть пути со скоростью на $\Delta v = 10$ км/ч большей, чем средняя на всем пути, а затем оставшуюся часть пути (вдвое меньшую, чем первая) со скоростью на Δv меньшей, чем средняя. Найдите среднюю скорость велосипедиста.

2.95. Расстояние $L = 120$ км автомобиль проехал за время $T = 2$ часа. Его скорость на первом, хорошем участке пути, была на $\Delta v = 1$ км/ч больше средней скорости, а на втором, плохом участке, на $\Delta v = 1$ км/ч меньше средней скорости. Какова длина x хорошего участка пути?

2.96. Машина проехала три участка пути, затратив на преодоление каждого из них одинаковое время. Известно, что средняя скорость совместно на первом и втором участке составила $v_{12} = 80$ км/ч, а средняя скорость совместно на втором и третьем участке $v_{23} = 100$ км/ч. Какая оказалась бы средняя скорость всего движения, если бы на втором участке машина двигалась бы с вдвое большей скоростью, но и сам участок оказался бы вдвое длиннее?

2.97. Автобус проехал треть пути со скоростью $v_1 = 47$ км/ч, затем треть всего времени движения со скоростью $v_2 = 28$ км/ч, и на последнем участке он ехал со скоростью, равной трети средней скорости всего движения. Определите среднюю скорость автобуса.

2.98. Первую треть пути автомобиль ехал со скоростью v_1, а последнюю треть времени – со скоростью v_3. На втором участке пути его скорость равнялась средней скорости движения на всем пути, и известно, что $v_1 > v_3$. Какой из участков самый короткий, а какой самый длинный? На каком участке автомобиль находился дольше всего, а на каком – меньше всего?

2.99. Турист первую треть всего времени движения шел по грунтовой дороге со скоростью $v_1 = 3$ км/ч. Следующую треть времени он перемещался со скоростью $v_2 = 6$ км/ч. Последний участок, длиной в треть всего пути, турист шел со скоростью v_3. Найдите, при какой скорости v он прошел тот же путь за то же время, двигаясь равномерно.

2.100. Мальчик на велосипеде ехал из одного города в другой. Половину пути он ехал со скоростью $v_1 = 24$ км/ч. Далее, начав уставать, половину оставшегося времени он ехал со скоростью

$v_2 = 16$ км/ч, а затем у него лопнула шина, и до конца пути велосипедист шел пешком со скоростью $v_3 = 4$ км/ч. Определите среднюю скорость мальчика на всем пути.

2.101. Турист первую треть всего времени движения шел по грунтовой дороге со скоростью $v_1 = 2$ км/ч, затем треть всего пути перемещался по шоссе со скоростью v_2. В конце второго участка пути он встретил грузовик, на котором и вернулся в исходную точку по той же дороге. Известно, что на грузовике он ехал с постоянной скоростью v_3. Вычислите среднюю путевую скорость v_0 туриста. Укажите минимальное возможное значение скорости v_2.

2.102. Турист первую треть всего времени движения шел по лесу на юг со скоростью $v_1 = 3$ км/ч, затем треть всего пути перемещался по полю на восток со скоростью v_2 и, наконец, по кратчайшему пути по просеке вернулся в исходную точку. Вычислите среднюю путевую скорость v_0 туриста. Укажите минимальное возможное значение скорости v_2.

2.103. Путь из города в Простоквашино пролегает сначала по асфальтированному шоссе длиной 18 км, затем по проселочной дороге длиной 15 км, и, наконец, последний участок пути – по дороге с гравийным покрытием. На шоссе папа Дяди Федора ехал со скоростью в 1,5 раза выше средней, по проселочной дороге скорость его автомобиля составляла 0,75 от средней скорости, а последний участок пути он проехал за 0,2 ч со скоростью 0,875 от средней скорости. Найдите среднюю скорость автомобиля во время поездки папы из города в Простоквашино.

2.104. Из Дубны в Долгопрудный экспериментатор Глюк ехал на «Волге» с постоянной скоростью 80 км/ч. На обратном пути трасса была загружена, и он ехал со скоростью 30 км/ч столько же времени, сколько затратил на путь от Дубны до Долгопрудного. Оставшийся участок оказался свободным, и Глюк мчался со скоростью 100 км/ч. Определите среднюю скорость автомобиля на всем пути от Дубны до Долгопрудного и обратно.

2.105. Однажды Петя проехал от дома до входа в парк со скоростью $v_1 = 15$ км/ч за некоторое время t. Там он задержался на время $t/6$, чтобы съесть мороженое, и затем в течение времени $2t$ катался по дорожкам парка со скоростью $v_2 = 10$ км/ч. Оказав-

шись опять у входа, Петя решил, что пора, и со скоростью $v_з = 18$ км/ч вернулся домой. Определите среднюю скорость Пети за время всей прогулки.

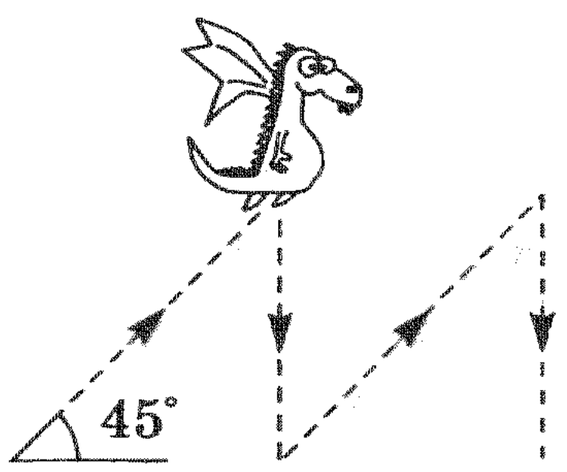


Рис. 2.106

2.106. Дракончик летит домой. В полете он быстро устает, поэтому активно машет крыльями и летит под углом 45° к горизонту, а потом отдыхает, опускаясь вертикально вниз (см. рисунок). Чему равна средняя горизонтальная скорость за большое время полета, если он активно летит и отдыхает одинаковое время? Средняя скорость дракончика во время отдыха 10 м/с.

2.107. Почтальон Печкин объехал с постоянной скоростью один за другим кварталы деревни, доставляя корреспонденцию. Линия, вдоль которой двигался почтальон, представлена на рисунке. Во сколько раз быстрее проехал бы Печкин расстояние от A до B, если бы двигался с вдвое большей скоростью по прямой?

2.108. Улитка путешествует внутри катящегося кубика, ребро которого $a = 20$ см. Кубик делает один оборот за 30 с. Улитка стартует из точки A и движется вдоль ребер кубика по часовой стрелке (см. рисунок). Скорость улитки относительно кубика 30 см/мин. Найдите среднюю горизонтальную скорость улитки за 2 полных оборота кубика. Кубик не отрывается от земли.

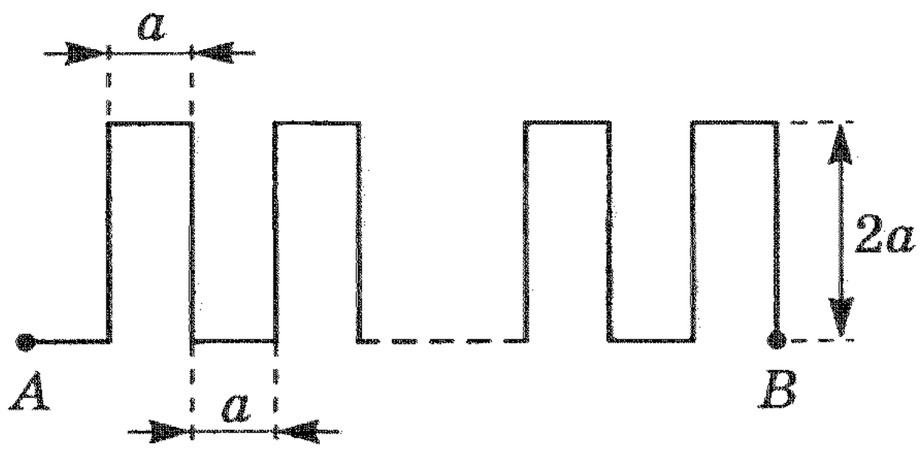


Рис. 2.107

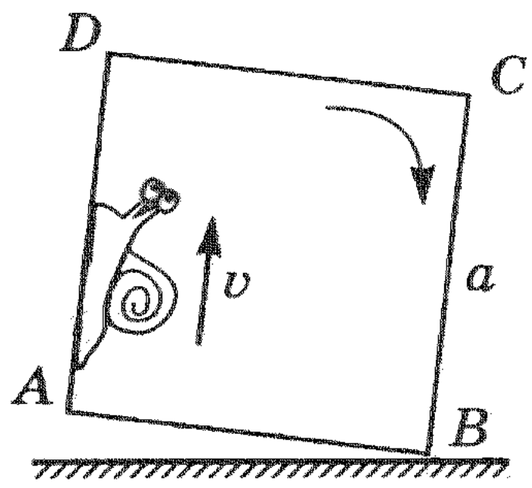


Рис. 2.108

2.109. Путник идет с тяжелым грузом со скоростью v. После каждого перехода он вынужден отдыхать в течение времени $t_0 = a + bt$ $(a > 0, b > 0)$, где t – время, за которое совершается переход. Какие переходы: короткие или длинные должен делать путник, чтобы идти с максимальной средней скоростью?

2.110. Наблюдая за кокосом, свободно падающим с вершины пальмы, турист обнаружил, что пройденное им расстояние S зависит от времени падения t как $S = gt^2/2$, где $g = 10$ м/с^2. Турист также определил, что средняя скорость кокоса за время падения составляет $v_{ср} = 5$ м/с. Определите высоту пальмы h.

2.111. Тележка, двигаясь из состояния покоя с постоянным ускорением, проходит расстояние S и приобретает скорость $v = 10$ м/с. Затем, продолжая равномерное движение со скоростью v, она проходит еще такое же расстояние S. Определите среднюю скорость тележки за вторую половину всего времени движения.

2.112. Путешественник преодолел за один день 40 км. При этом с 8 до 11 часов утра он шел пешком, увеличивая в течение указанного времени свою скорость равномерно от 4 км/ч до 6 км/ч, затем отдыхал и готовил пищу, а оставшийся путь преодолел с 14 до 19 часов. Определите среднюю скорость движения на последнем участке.

2.3. ДВИЖЕНИЕ НЕСКОЛЬКИХ ТЕЛ. ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ДВИЖЕНИЯ

Тренировочные задания

2.113. Таракан бежит со скоростью $v = 20$ см/с. За ним вдогонку скользит тапок со скоростью $u = 7{,}2$ км/ч. Сколько успеет пробежать таракан с момента, когда от него до тапка было $s = 5$ дм?

2.114. Сколько времени теплоход длиной 100 м будет обгонять баржу длиной 200 м, идущую в том же направлении, если скорость теплохода 35 км/ч, а баржи 10 км/ч?

2.115. По дороге, параллельной железнодорожным путям, едет велосипедист со скоростью 8 км/ч. Его догоняет поезд длиной 120 м и обгоняет за 6 с. Определите скорость поезда.

2.116. Автоколонна длиной 200 м и встречный автомобиль имеют равные скорости. С какой скоростью движется автомобиль, если пассажир в нем отметил, что мимо колонны автомобиль двигался 10 с?

2.117. Поезд длиной 200 м, двигаясь со скоростью 72 км/ч, догоняет по параллельным путям другой поезд, идущий со скоростью 10 м/с. Какова длина второго поезда, если обгон занял 40 с?

2.118. Пассажирский поезд проходит мимо столба за 6 с. За какое время пройдут друг мимо друга пассажирский и скорый поезда, если скорость скорого поезда в 1,5 раза больше скорости пассажирского, а длина пассажирского на треть больше длины скорого?

2.119. Теплоход обгонял баржу $t_1 = 2$ мин, а катер обгонял теплоход $t_2 = 1$ мин. Какое время t_3 потребуется катеру на обгон баржи? Известно, что катер совсем маленький, а баржа в три раза длиннее теплохода.

2.120. По течению реки движутся катер и плот. Через некоторое время они поравнялись, а еще через минуту расстояние между ними составило 600 м. Катер прибыл в пункт назначения через 30 мин, а плот — через 5,5 часа после встречи. Считая дви-

жение плота и катера равномерным и прямолинейным, определите скорость воды в реке.

2.121. Два тела движутся равномерно навстречу друг другу, и расстояние между ними уменьшается на 16 м за каждые 10 с. Если эти тела движутся с такими же скоростями в одном направлении, то расстояние между ними увеличивается на 3 м за каждые 5 с. Найдите скорость каждого тела.

2.122. Однажды червяк и улитка соревновались в скорости передвижения. Они преодолевали участок длиной L, при этом улитка двигалась с постоянной скоростью 36 мм/мин. Червяк же прополз часть пути длиной 4 дюйма со скоростью 30 мм/мин, а оставшуюся часть пути со скоростью 45 мм/мин. Определите длину участка L, если известно, что участники финишировали одновременно.

2.123. Самолет и вертолет одновременно вылетают с военного аэродрома в сторону одной и той же цели, расстояние до которой 30 км, и летят вдоль одной прямой. Самолет, быстро выполнив задание, возвращается по прежнему пути назад и встречает вертолет в момент, когда тот пролетел лишь некоторую часть расстояния до цели. На каком расстоянии от аэродрома встретились самолет и вертолет, если вертолет летел в $n = 5$ раз медленнее самолета?

2.124. Два лыжника стартовали с интервалом 2 мин. На каком расстоянии от старта они встретятся, если второй лыжник бежит со скоростью 20 км/ч, а первый – 18 км/ч?

2.125. Мальчик идет от дома до школы 40 минут, а его брат – 50 минут. Через сколько минут мальчик догонит брата, вышедшего из дома на 5 минут раньше?

2.126. Собака в лесу погналась за зайцем. За сколько скачков собака догонит зайца, если расстояние, которое собака пробегает за 5 скачков, равно расстоянию, которое заяц пробегает за 6 скачков? Начальное расстояние между собакой и зайцем равно 40 скачков собаки, а скачки собака и заяц делают одновременно.

2.127. Собака увидела зайца в 150 м от себя. Заяц пробегает 500 м за 2 мин, а собака 1300 м за 5 мин. За какое время собака догонит зайца?

2.128. Один турист, вышедший на маршрут, проходит в день 40 км. На следующий день вслед ему выходит второй турист, который проходит в день 45 км. На какой день после начала движения первого туристы встретятся?

2.129. Первый пешеход идет из одной деревни в другую 10 часов, а второй – 15 часов. Через сколько часов встретятся пешеходы, если одновременно выйдут навстречу друг другу из этих деревень?

2.130. Два спортсмена побежали одновременно в одном направлении вокруг стадиона. Один из них пробегает в минуту 400 м, а второй 300 м. Путь вокруг стадиона равен 1500 м. Через сколько минут они опять окажутся вместе, и сколько кругов вокруг стадиона к этому времени сделает каждый?

2.131. Петя и Вася в парке соревновались в беге по кругу. Скорость Пети 6 м/с, а скорость Васи 4 м/с. Их соревнование длилось 10 мин, и Вася проиграл Пете 1 круг. Найдите длину круга.

2.132. Два пловца стартуют с соседних тумбочек одновременно. Первый проплывает длину бассейна за 1,5 минуты, а второй – за 70 секунд. Достигнув противоположного края бассейна, каждый пловец разворачивается и плывет в другую сторону. Через какое время после старта второй пловец поравняется с первым, обойдя его на один круг?

2.133. Петя и Вася бегают по гаревой дорожке стадиона длиной 400 м. Петя пробегает круг за 50 с, а Вася – за 60 с. Сколько раз они встретятся при забеге на дистанцию 4 км, если стартуют одновременно в одну сторону?

2.134. Человека, идущего вдоль трамвайных путей, каждые 7 мин обгоняет трамвай, а каждые 5 мин попадается трамвай навстречу. Трамваи ходят с одинаковым интервалом, найдите его.

2.135. Два велосипедиста находятся в диаметрально противоположных точках велотрека. Одновременно они начали гонку преследования, двигаясь со скоростями $v_1 = 40$ км/ч и $v_2 = 41$ км/ч. Спустя какое время один из велосипедистов догонит другого, если длина одного круга $S = 400$ м?

2.136. Из Твери в Москву с интервалом в 10 мин вышли два поезда со скоростью 54 км/ч. Какую скорость имел встречный поезд, если они прошли мимо него с интервалом 4 мин?

2.137. Расстояние между конечными остановками троллейбуса 6 км. Через каждые 5 мин с конечной остановки отправляется троллейбус и движется со средней скоростью 18 км/ч. Сколько троллейбусов встретит на всем протяжении маршрута пассажир, находящийся во встречном троллейбусе, движущемся с той же средней скоростью?

2.138. По шоссе с постоянной скоростью едет колонна машин, расстояние между которыми одинаковое. В направлении движения колонны едет мотоцикл со скоростью 60 км/ч, обгоняя по одной машине в минуту. КамАЗ, движущийся навстречу колонне со скоростью 40 км/ч, встречает машины каждые 15 с. Через какие промежутки времени машины проезжают мимо неподвижного сотрудника ГАИ?

2.139. Из пунктов A и C, расстояние между которыми 22,4 км, одновременно выезжают два велосипедиста. Если они начнут двигаться навстречу друг другу, то встретятся через 30 минут, а если поедут в одном направлении, то один велосипедист догонит другого через 3 часа 30 минут. Определите скорости движения велосипедистов.

2.140. Из Нижнего Новгорода в Астрахань теплоход плывет 5 дней, а обратно – 7 дней. За какое время приплывут плоты из Нижнего Новгорода в Астрахань? А обратно? Считайте скорость течения реки постоянной.

2.141. Определите скорость движения плота по реке, на которой скорость теплохода по течению 600 км/сут, а против течения 336 км/сут.

2.142. Когда лодка шла по течению реки, то за время $t_1 = 10$ мин она прошла расстояние $S_1 = 1400$ м. А когда лодка пошла против течения, то за время $t_2 = 50$ мин она прошла расстояние $S_2 = 2000$ м. Определите скорость течения реки.

2.143. Какое время потребуется моторной лодке, чтобы проплыть 1,5 км туда и обратно а) по озеру б) по реке со скоростью течения 2 км/ч? Скорость лодки в стоячей воде 8 км/ч.

2.144. Между двумя городами, расположенными на реке на расстоянии 100 км, курсирует катер, который проходит, двигаясь по течению, это расстояние за 4 часа, а против течения – за 10 часов. Определите, с какой скоростью течет река и скорость катера в стоячей воде.

2.145. Для определения постоянной скорости судна относительно воды производят его пробег по прямолинейному участку реки между пристанями, расположенными на одном берегу на расстоянии $L = 4{,}2$ км. Время пробега по течению $t_1 = 300$ с, а против течения $t_2 = 420$ с. Какова скорость судна относительно воды? Скорость течения реки постоянна на всем участке испытаний.

2.146. Скорость движения лодки относительно воды в 2 раза больше скорости течения реки. Во сколько раз больше времени занимает поездка на лодке между двумя пунктами против течения, чем по течению?

2.147. Катер, двигаясь по течению, из пункта A в пункт C доплыл за время $t_1 = 5$ ч. Какое время t_2 затратил катер на обратный путь, если скорость катера относительно воды в $n = 5$ раз больше скорости течения?

2.148. Теплоход, имеющий в длину 200 м, движется прямым курсом в неподвижной воде с постоянной скоростью. Катер, имеющий скорость 30 м/с, проходит расстояние от кормы движущегося теплохода до его носа и обратно за 30 с. Найдите скорость теплохода.

2.149. От лагеря, находящегося на берегу реки, одновременно отчалили две лодки. Одна поплыла по течению, другая – против. Ровно через час обе лодки вернулись в лагерь. На какое максимальное расстояние удалось уплыть каждой из лодок, если их скорости в стоячей воде 5 м/с, а скорость течения реки 1 м/с. По пути лодки не останавливались.

2.150. Два пловца прыгают с моста в речку и 1 минуту плывут в разные стороны с одинаковой скоростью относительно воды, затем поворачивают и плывут к мосту. Какой из пловцов быстрее вернется к мосту: тот, который нырнул по течению, или тот, который нырнул против? Считайте скорость пловцов относительно воды больше скорости течения реки.

2.151. Два пловца прыгают с плота в речку и 1 минуту плывут в разные стороны с одинаковой скоростью относительно воды, затем поворачивают и плывут навстречу. Где они встретятся относительно плота и когда? Скорость течения реки 1 м/с.

2.152. Два катера, идущие по реке в одном направлении с разными скоростями (первый с v, а второй с $2v$ относительно воды), одновременно поравнялись с плывущим по течению плотом. Через некоторое время катера одновременно повернули и поплыли обратно с прежними скоростями относительно воды. Какой катер достигнет плота раньше?

2.153. Два катера, идущие по реке в одном направлении с разными скоростями (первый с v, а второй с $2v$ относительно берега), одновременно поравнялись с плывущим по течению плотом. Через некоторое время катера одновременно повернули и поплыли обратно с прежними скоростями относительно воды. Какой катер достигнет плота раньше?

2.154. Оставив плот, уносимый течением реки, мальчик 10 мин плыл против течения со скоростью в два раза большей скорости течения реки, а затем развернулся и, не изменяя усилий, поплыл обратно. Через какое время после поворота он догнал плот? Решите задачу для случая, когда скорость мальчика в два раза меньше скорости течения реки.

2.155. Скорость Пети, идущего вдоль берега реки, равна $v = 2$ м/с и равна скорости течения реки. Петя прошел по берегу от одной деревни до другой, сразу же развернулся и вернулся обратно. Вася проплыл этот же самый маршрут туда и обратно на лодке. Оказалось, что средняя путевая скорость Васи относительно берега равна средней скорости Пети. Найдите скорость лодки относительно воды, если известно, что эта скорость постоянна.

2.156. Мальчик умеет плавать со скоростью v относительно воды. Однажды он оказался на берегу речки со скоростью течения u. Ширина речки H. Какое минимальное время ему потребуется на переправу? На сколько его снесет течением?

2.157. Квадратный плот со стороной a плывет по реке со скоростью v. Рядом с плотом плывет собака, скорость которой относительно воды равна u. Сколько времени ей потребуется, чтобы проплыть вокруг всего плота, двигаясь вблизи его сторон?

2.158. Скорость течения реки равномерно возрастает от берега до середины от 0 до 5 м/с. Лодка плывет перпендикулярно течению реки с постоянной относительно воды скоростью 10 м/с. На какое расстояние снесет лодку при переправе, если ширина реки 100 м? Изобразите примерную траекторию лодки.

2.159. Рыбак зацепил шляпой мост, когда плыл на моторной лодке по реке. Шляпа свалилась в воду. Рыбак поплыл дальше, но через полчаса решил все-таки вернуться за шляпой. Лодка догнала шляпу на 4 км ниже моста. Чему равна скорость течения реки? В какую сторону плыл рыбак – по течению или против?

2.160. С катера, идущего вниз по течению реки, упал в воду спасательный жилет. Через 20 мин пропажу обнаружили. Сколько времени потребуется для того, чтобы, развернувшись, повстречать жилет, если обратно катер двигался с удвоенной скоростью относительно воды?

2.161. Под мостом одновременно оказались плот и моторная лодка, плывущие в одном направлении. Обогнав плот, лодка проплыла вниз по реке $S_1 = 18$ км и повернула обратно. Проплыв $S_2 = 12$ км вверх по течению за $t = 45$ мин, лодка встретила тот же плот. Определите скорость v лодки относительно воды.

2.162. Моторная лодка проходит расстояние между двумя пунктами A и C по течению реки за 3 ч, а плот – за 12 ч. Сколько времени затратит моторная лодка на обратный путь?

2.163. В штиль самолет при движении из A в B развивает скорость v. Чему будет равна средняя скорость самолета за весь полет туда и обратно, если от A к B все время дует ветер со скоростью u?

2.164. От A к C по реке отправляется лодка со скоростью 3 км/ч относительно воды. Навстречу лодке одновременно с ней от C к A отправляется катер со скоростью 10 км/ч относительно воды. За время движения лодки от A к C катер успевает дважды пройти туда и обратно и прибывает в C одновременно с лодкой. Какова по величине и направлению скорость течения?

2.165. Пункт C расположен на реке на 20 км ниже по течению от пункта A. Катер отправляется из A в C, затем сразу обратно в A и сразу опять в C. Одновременно с катером из A отплывает плот. При возвращении из C катер встретил плот в 4 км от пункта A. На каком расстоянии от A катер вновь догонит плот, следуя опять в C? Считайте скорость катера относительно воды постоянной.

2.166. Катер, идущий против течения реки, встретил сплавляемые по реке плоты. Через 35 мин после встречи с плотами катер причалил к пристани, стоянка на которой продолжалась 25 мин. После этого катер поплыл в обратном направлении (по течению реки) и через 1 час настиг те же плоты на расстоянии 5 км от места их первой встречи. Определите скорость течения реки, считая эту скорость и скорость движения катера относительно воды постоянными.

2.167. Когда мимо пристани проходил плот в деревню, находящуюся на расстоянии 15 км от пристани, вниз по реке отправилась моторная лодка. Она дошла до деревни за 3/4 ч и, повернув обратно, встретила плот на расстоянии 9 км от деревни. Какова скорость течения реки и скорость лодки относительно воды?

2.168. Из одного города в другой вышел пешеход. Когда он прошел 27 км, вслед ему выехал автомобиль, имеющий скорость в 10 раз большую. Второго города оба достигли одновременно. Найдите расстояние между городами.

2.169. Две электрички, длиной $L = 200$ м каждая, движутся навстречу друг другу по параллельным железнодорожным путям. Скорость электричек отличается на $\Delta v = 40$ км/ч. Расстояние между встречей первых и последних вагонов равно $d = 40$ м. Определите скорости электричек.

2.170. С танкодрома в город Z одновременно выехали три танка. Танки поехали по одной дороге, причем скорость каждого из них была постоянна. Скорость первого танка равнялась 40 км/ч, скорость второго танка 30 км/ч. Первый танк приехал в город Z в 13:00, второй танк – в 15:00, третий танк – в 17:00. Найдите скорость третьего танка.

2.171. Два велогонщика едут рядом со скоростью 5 км/ч. Один из них увеличивает скорость до 45 км/ч, проходит с этой скоростью 10 км, поворачивает и, не сбавляя скорости, возвращается к другому велосипедисту, который продолжал движение с прежней скоростью. Сколько времени прошло с того момента, когда первый велосипедист ушел вперед, до момента его возвращения к партнеру?

2.172. Стальной шарик, движущийся горизонтально со скоростью v, упруго ударяется о массивную стальную вертикальную стенку, движущуюся навстречу со скоростью v. Определите скорость шарика после отскока.

2.173. Стальной шарик, движущийся горизонтально со скоростью v, упруго ударяется о массивную стальную вертикальную стенку, движущуюся навстречу со скоростью $2v$. Определите скорость шарика после отскока.

2.174. Стальной шарик, движущийся горизонтально со скоростью $2v$, упруго ударяется о массивную стальную вертикальную стенку, удаляющуюся от него со скоростью v. Определите скорость шарика после отскока.

2.175. Стальной шарик, движущийся горизонтально со скоростью v, упруго ударяется о массивную стальную вертикальную стенку, движущуюся навстречу со скоростью u. Определите скорость шарика после отскока.

2.176. Стальной шарик, движущийся горизонтально со скоростью v, упруго ударяется о массивную стальную вертикальную стенку, удаляющуюся со скоростью u. Определите скорость шарика после отскока.

2.177. Стальной шарик, движущийся горизонтально со скоростью $5v$, упруго ударяется о массивную стальную вертикальную стенку, удаляющуюся от него со скоростью $3v$. Определите скорость шарика после отскока.

2.178. Две массивные стенки движутся навстречу с одинаковыми скоростями 2 м/с. На гладком столе между стенками изначально покоится маленький брусочек (см. рисунок). Определите, какую скорость относительно земли приобретет брусочек после 5 упругих ударов о стенки.

2.179. Две массивные стенки движутся навстречу со скоростями $v = 3$ м/с и $2v$. На гладком столе где-то между стенками изначально покоится маленький брусочек (см. рисунок). Определите, какую максимальную скорость относительно земли может приобрести брусочек после $N = 9$ упругих ударов о стенки.

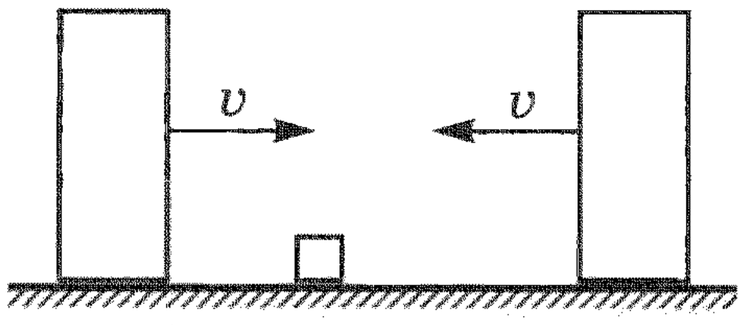


Рис. 2.178

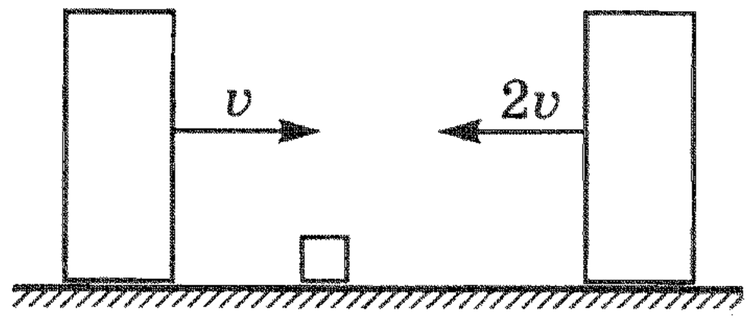


Рис. 2.179

2.180. Группа туристов, двигаясь цепочкой по обочине со скоростью 3,6 км/ч, растянулась на 400 м. Замыкающий послал вперед велосипедиста к руководителю группы. Доехав до руководителя, велосипедист повернул обратно. За какое время он вернется к замыкающему? Скорость велосипедиста 9 м/с.

2.181. Из середины колонны автомобилей, движущихся со скоростью 20 км/ч, одновременно выезжают два мотоциклиста: один едет в голову колонны, другой – в хвост. С какой скоростью двигались мотоциклисты, если их скорости были одинаковы, а время движения одного оказалось в два раза меньше другого?

2.182. По дороге едет колонна автомобилей со скоростью 20 км/ч. Из середины колонны одновременно отправляются два мотоциклиста: один в голову колонны, а другой в хвост. Первый мотоциклист приехал к месту на 6 минут позже второго. Какова длина колонны, если скорость мотоциклистов равна 30 км/ч?

2.183. Военная колонна движется по направлению к штабу со скоростью 6 км/ч. В 9:00 командир колонны отправил почтового голубя с донесением в штаб. Голубь, доставив донесение, сразу полетел обратно и вернулся в колонну. В какое время голубь долетел до штаба, если его скорость равна 10 км/ч, а вернулся он в 9:45?

2.184. Спортсмены бегут колонной длины l со скоростью v. Навстречу бежит тренер со скоростью $u < v$. Каждый спортсмен, поравнявшись с тренером, разворачивается и начинает бежать назад с той же по модулю скоростью v. Какова будет длина колонны, когда все спортсмены развернутся?

2.185. Маугли принимал у удава Каа зачет по развороту на 180°. Техника разворота такова: Каа, вытянувшись в линию, ползет к Маугли со скоростью v_1; как только голова удава касается ног мальчика, удав поворачивает ее на 180° и начинает выполнять разворот; при этом голова Каа удаляется от Маугли со скоростью $v_2 > v_1$, а хвост продолжает движение в прежнем направлении и с прежней скоростью (см. рисунок). За какое время t_0 удав выполнит разворот? На каком расстоянии x_0 от ног мальчика окажется хвост удава сразу после выполнения разворота? Считайте, что длина L удава Каа во время разворота не меняется.

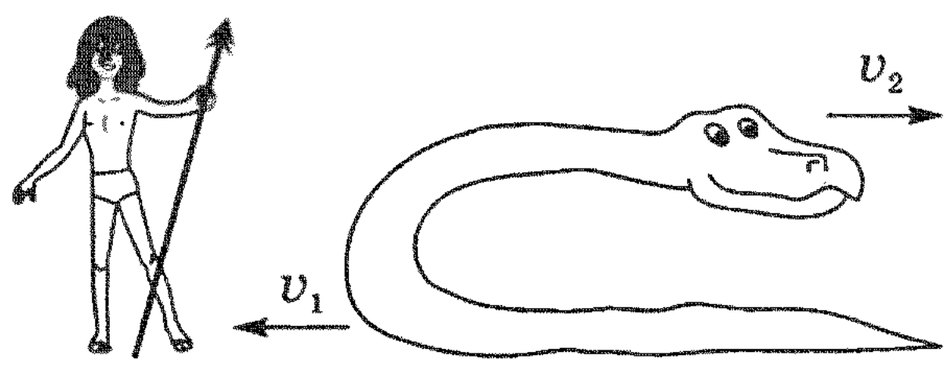


Рис. 2.185

2.186. Сидящий в поезде пассажир проезжает мимо неподвижного вагона за 6 с, а пассажир, идущий по ходу поезда, за 5 с. Сколько нужно времени, чтобы дойти из тамбура между третьим и четвертым вагонами до вагона-ресторана, расположенного между восьмым и девятым вагонами?

2.187. Мимо магазина прошел грузовой автомобиль со скоростью 54 км/ч. Через два часа мимо того же магазина в том же направлении прошел легковой автомобиль со скоростью 72 км/ч.

Через какое время после этого и на каком расстоянии от магазина легковой автомобиль догонит грузовой?

2.188. Мимо магазина прошел грузовой автомобиль со скоростью 54 км/ч. Через два часа мимо того же магазина в противоположном направлении прошел легковой автомобиль со скоростью 72 км/ч. На каком расстоянии от магазина встречались автомобили?

2.189. Автомобиль выехал из A, и одновременно из C вышел пешеход. Автомобиль встретил пешехода, довез его до A и поехал опять в C, затратив на всю дорогу 2 ч 40 мин. За какое время расстояние AC проходит пешеход, если автомобилю на это требуется 1 час?

2.190. Три грузовика возят песок из пункта A в пункт C. Из пункта A они отправляются с интервалом в 1 час. Скорость груженого грузовика равна 30 км/ч. Разгрузившись в пункте C, грузовики возвращаются обратно со скоростью 50 км/ч. Первый грузовик на обратном пути из C в A встречает два других. Через какое время после встречи с третьим грузовиком первый вернется в пункт A, если расстояние AC равно 100 км?

2.191. Корабль плывет по реке с постоянной скоростью. По палубе с постоянной по величине скоростью ходит пассажир. От кормы к носу пассажир идет со скоростью 11,4 м/с относительно берега. Обратно он идет со скоростью 8,6 м/с относительно берега. Длина палубы 70 м. Пассажир прошел 3 раза от кормы к носу и обратно. Какое расстояние относительно берега прошел за это время корабль?

2.192. По железнодорожной платформе с постоянной скоростью относительно платформы туда-обратно ходит человек. Когда он идет по ходу платформы, то неподвижному наблюдателю на земле кажется, что скорость человека $v_1 = 12$ м/с. Когда человек идет против хода платформы, земной наблюдатель фиксирует скорость $v_2 = 8$ м/с. Сколько раз успеет пройти туда-обратно человек по платформе за $t = 10$ минут, если длина платформы $L = 25$ м? Считайте, что железнодорожная платформа движется быстрее человека.

2.193. Эскалатор поднимает стоящего на нем пассажира в течение 2 мин. По неподвижному эскалатору пассажир поднимается 6 мин. Сколько времени он будет подниматься по движущемуся эскалатору?

2.194. Человек, идущий вниз по опускающемуся эскалатору, затрачивает на спуск 1 мин. Если человек пойдет вдвое быстрее, он затратит на 15 с меньше. Сколько времени он будет спускаться, стоя на эскалаторе?

2.195. Эскалатор метро спускает идущего по нему вниз человека за 1 мин. Если человек будет идти в два раза быстрее, то спустится за 45 с. Сколько времени будет спускаться человек, стоящий на эскалаторе?

2.196. Два человека одновременно вступают на эскалатор с противоположных сторон и движутся навстречу с одинаковыми скоростями v относительно эскалатора. На каком расстоянии от входа на эскалатор они встретятся? Длина эскалатора L, его скорость u.

2.197. Человек, идущий по эскалатору, работающему на спуск, затрачивает 2 мин. Если человек будет идти вдвое медленнее, он затратит на 30 с больше. Сколько времени он будет спускаться, стоя на эскалаторе?

2.198. Эскалатор метро поднимает неподвижного пассажира за 6 мин. По неподвижному эскалатору пассажир мог бы подняться за 1,5 мин. Сколько времени затратит пассажир, если будет подниматься по движущемуся эскалатору, но идти он будет против движения эскалатора?

2.199. Эскалатор метрополитена в течение 2 мин поднимает идущего вверх пассажира. Если пассажир пойдет втрое быстрее, то время подъема составит 1 минуту. Сколько времени займет подъем по эскалатору, если тот начнет работать вдвое быстрее, а пассажир будет просто стоять на ступеньках?

2.200. Взбегая по движущемуся эскалатору, человек проходит его за 60 с, а, двигаясь с той же скоростью в обратном направлении, проходит за 120 с. Определите скорость эскалатора и скорость движения человека, если длина эскалатора равна 120 м.

2.201. Пассажир метрополитена бежит вниз по эскалатору, идущему вниз, и считает ступеньки. Пробежав весь эскалатор, он насчитал 100 ступенек. Проделав то же самое, сбегая с прежней скоростью относительно эскалатора, идущего вверх, он насчитал 300 ступенек. Сколько ступенек он насчитает на неподвижном эскалаторе?

2.202. Человек бежит по эскалатору. В первый раз он насчитал 50 ступенек, во второй раз, двигаясь в ту же сторону со скоростью вдвое большей, он насчитал 75 ступенек. Сколько ступенек он насчитал бы на неподвижном эскалаторе?

2.203. Поднимаясь по неподвижному эскалатору, человек преодолевает N_0 ступенек. Сколько ступенек он преодолеет, шагая по движущемуся вверх эскалатору, если скорость эскалатора v_1, а скорость человека относительно эскалатора равна v_2?

2.204. В гипермаркете экспериментатор Глюк развлекался, бегая по эскалатору. Первый раз он пробежал с постоянной скоростью v и насчитал N_1 ступенек. Затем по соседнему эскалатору Глюк вернулся к месту старта и вновь пробежал в ту же сторону, что и в первый раз. Теперь он бежал медленнее (устал) и насчитал N_2 ступенек ($N_2 > N_1$). В какую сторону бежал Глюк: по ходу эскалатора или против хода? Скорость Глюка всегда больше скорости эскалатора.

2.205. Петя работает в магазине, расположенном рядом со станцией метро. Известно, что он бегает со скоростью 10 км/ч. Чтобы прийти в магазин точно в 9 часов утра, Петя каждый день бежит по эскалатору. Иногда он в спешке путает эскалатор на подъем с эскалатором на спуск, и тогда опаздывает на 12 минут. Однажды эскалатор стоял, и Петя опоздал на 3 минуты. Какова скорость эскалатора?

2.206. Вася и Петя спускались вниз на эскалаторе. Когда они проехали половину спуска, Вася сорвал с Пети шапку и бросил ее на встречный эскалатор. Петя побежал вверх по эскалатору за шапкой, а Вася побежал вниз, чтобы потом подняться вверх по встречному эскалатору и опередить Петю. Кто первый добежит до шапки, если скорости обоих мальчиков относительно эскалатора одинаковы, постоянны и не зависят от направления движения?

2.207. Тренируясь, спортсмен взбегает вверх по лестнице эскалатора. Поднимаясь по неподвижному эскалатору, он преодолевает N_0 ступенек, а по движущемуся вверх – в 1,5 раза меньше. Сколько ступенек придется преодолеть спортсмену, поднимаясь по эскалатору, который движется вниз?

2.208. Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу: один из пункта A в пункт C, другой – из C в A. Встретившись на расстоянии 9 км от пункта A, они продолжили движение. Каждый из них, доехав до пункта назначения, разворачивается и едет назад. Вторая встреча произошла на расстоянии 6 км от пункта C. Найдите расстояние между пунктами A и C и отношение скоростей велосипедистов.

2.209. Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу: один из пункта A в пункт C, другой – из C в A. Встретившись на расстоянии 8 км от пункта A, они продолжили движение. Каждый из них, доехав до пункта назначения, разворачивается и едет назад. На обратном пути происходит вторая встреча велосипедистов. Найдите интервал возможных расстояний от пункта C до места второй встречи.

2.210. Из двух городов A и C, находящихся на расстоянии S, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Первый двигался со скоростью v_1, а второй – со скоростью v_2. С момента, когда они встретились, первый поехал со скоростью v_2, а второй – со скоростью v_1 (в прежних направлениях). Какое время понадобится первому, чтобы приехать в город C, а второму – в город A?

2.211. Длина круговой дорожки трека 360 м. Два велосипедиста ездят по треку во встречных направлениях со скоростями 9 м/с и 15 м/с. Через какой наименьший промежуток времени после встречи в некотором месте трека они снова встретятся в этом месте?

2.212. Из города A в город C по прямой дороге отправляется грузовая машина со скоростью $v_1 = 40$ км/ч. Спустя $\tau = 1{,}5$ ч из C в A выходит легковая машина со скоростью $v_2 = 80$ км/ч. Через какое время t после отправления легковой машины и на каком расстоянии d от C встретятся машины, если в момент прибытия легковой машины в A грузовая прошла путь $S = 100$ км?

2.213. Из пункта A в пункт B выехал автомобиль «Волга» со скоростью $v_1 = 100$ км/ч. В то же время навстречу ему из пункта B выехал автомобиль «Жигули». В 12 часов дня машины проехали мимо друг друга. Через $t_1 = 32$ минуты «Волга» прибыла в пункт B, а еще через $t_2 = 18$ минут «Жигули» прибыли в A. Вычислите скорость v_2 «Жигулей».

2.214. Четыре черепахи находятся в углах квадратной комнаты со стороной 3 м. Черепахи начинают двигаться одновременно с одинаковой и постоянной по модулю скоростью 1 см/с. При этом первая черепаха все время держит курс на вторую, вторая – на третью, третья – на четвертую, четвертая – на первую. Через какое время черепахи встретятся?

2.215. Колонна автомобилей, движущаяся со скоростью v_1, въезжает на ремонтируемый участок дороги, по которой она может двигаться со скоростью не более v_2. При каком минимальном расстоянии между автомобилями они не будут сталкиваться? Длина каждого автомобиля L.

2.216. Колонна автомобилей движется по прямой дороге с тремя участками, скорость на которых $v_1 = 80$ км/ч, $v_2 = 40$ км/ч, $v_3 = 120$ км/ч. При каком минимальном расстоянии между автомобилями на первом участке они не будут сталкиваться в процессе движения. Длина каждого автомобиля L. На каком участке расстояние между автомобилями максимально, и чему оно равно?

2.217. Если Петя бежит навстречу Васе, то расстояние между ними уменьшается на 20 м за каждые 4 с, а если Петя убегает от Васи, то расстояние между ними увеличивается на 6 м за каждые 2 с. Во сколько раз скорость Пети больше скорости Васи?

2.218. В море при штиле навстречу друг другу плывут два мальчика. Скорость первого 1 км/ч, скорость второго 2 км/ч. Одновременно между ними плавает дельфин. Подплыв к одному из мальчиков, он тотчас поворачивает обратно к другому и так плавает между ними. Определите путь, проделанный дельфином за время, в течение которого расстояние между мальчиками сократилось от 1 км до 400 м. Скорость дельфина 10 км/ч.

Олимпиадные задания

2.219. На одной линии метро все станции расположены на одинаковом расстоянии. На преодоление этого расстояния поезд тратит 4 минуты. В каждую сторону поезда ходят один раз в 3 минуты. На одной из станций машинист заметил, что на противоположной платформе стоит поезд. Через какое время он снова увидит поезд, следующий в противоположную сторону? Время стоянки мало.

2.220. Красная Шапочка испекла 20 пирогов, сложила их в корзинку и отправилась через лес к бабушке. Когда до бабушки ей оставалось пройти 3 км, из кустов выскочил волк. Увидев его, Красная Шапочка бросила на землю один пирог и побежала со скоростью 2,5 м/с. Волк съел пирог за 1 минуту и побежал за Красной Шапочкой со скоростью 5 м/с. Тогда Красная Шапочка стала бросать пироги, как только волк догонял ее, и так добежала до бабушкиного дома. Сколько пирогов досталось бабушке?

2.221. Вася и Петя решили устроить забег по лестнице в высотном доме. Выяснилось, что Вася успевает три раза добежать до четвертого этажа и вернуться на первый за время, пока Петя поднимается на шестнадцатый этаж. На какой этаж успеет подняться Вася, пока Петя будет бегать с первого этажа на шестой и обратно? Считайте, что Вася и Петя бегают вверх-вниз с постоянными скоростями.

2.222. Два космических корабля сближаются, двигаясь по прямой навстречу. Один корабль летит со скоростью 8 км/мин, другой – со скоростью 12 км/мин. В некоторый момент времени корабли находятся на расстоянии 5000 км друг от друга. На каком расстоянии они будут находиться друг от друга за 1 мин до столкновения?

2.223. Петя доходит от своего дома до дома Васи за $t_1 = 15$ мин, а Вася доходит до дома Пети за $t_2 = 30$ мин. Через какое время они встретятся, если одновременно выйдут навстречу друг другу и будут двигаться вдвое быстрее?

2.224. Петр и Павел стоят на прямом участке шоссе на расстоянии 1 км друг от друга. Они начинают одновременно двигаться по шоссе с постоянными скоростями. Через 10 мин они были на расстоянии 400 м друг от друга. На каком расстоянии друг от друга они будут через 20 мин после начала движения?

2.225. Ровно в полдень из пункта A в пункт B выезжают два автомобиля. Первый едет со скоростью 60 км/ч, второй – со скоростью 40 км/ч. На половине пути первый автомобиль сделал остановку на 30 мин. В результате в пункт B они приехали одновременно. Определите, на каком максимальном расстоянии были автомобили друг от друга во время движения. Во сколько они прибыли в пункт B?

2.226. Петя, Вася и Федя приняли участие в соревнованиях по бегу на дистанцию $L = 200$ м. На старте друзья располагались на соседних дорожках. Петя, стартовавший по первой дорожке, финишировал первым через $t = 40$ с, Федя на третьей дорожке отстал от победителя на $\Delta t = 10$ с. Определите скорость Васи на второй дорожке, если известно, что в момент финиша Пети все три бегуна располагались на одной прямой. Скорости бега спортсменов постоянны на всей дистанции, а беговая дорожка прямая.

2.227. Вова, Саша и Егор одновременно начали движение с постоянными скоростями в одном направлении (по часовой стрелке) из трех равноудаленных друг от друга точек кругового велотрека (см. рисунок). Через некоторое время Саша, движущийся с самой большой скоростью, поравнялся с Вовой и Егором, которые встретились в первый раз. Какая скорость v могла быть у Саши, если Егор и Вова ехали с $v_1 = 10$ км/ч и $v_2 = 20$ км/ч соответственно? Известно, что скорость Саши не превышала 80 км/ч.

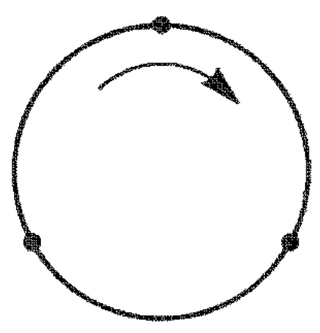


Рис. 2.227

2.228. Если в безветренную погоду во время дождя поднимать ведро с постоянной вертикальной скоростью v, то оно заполнятся водой за время $t_1 = 2$ мин. Если это же ведро опускать со скоростью v, то время заполнения составит $t_2 = 8$ мин (см. рисунок). За какое время заполнится неподвижное ведро?

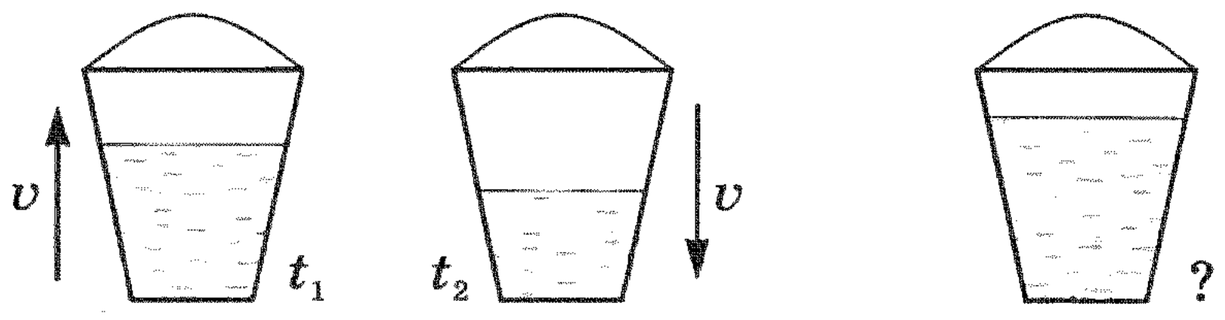


Рис. 2.228

2.229. На трубопрокатном заводе по конвейерам с одинаковой скоростью движутся во встречных направлениях две трубы. Их длины отличаются в два раза. Друг мимо друга трубы проезжают за время $t_1 = 5$ с. В результате поломки один из конвейеров начал движение в обратном направлении с вдвое большей скоростью. За какое время трубы проедут друг мимо друга теперь? Рассмотрите возможные варианты.

2.230. На трубопрокатном заводе по конвейерам, с отличающимися в три раза скоростями, движутся во встречных направлениях две трубы. Их длины отличаются в два раза. Друг мимо друга трубы проезжают за время $t_1 = 5$ с. В результате поломки, один из конвейеров начал движение в обратном направлении с вдвое большей скоростью. За какое время t_2 трубы проедут друг мимо друга теперь? Рассмотрите возможные варианты.

2.231. Однажды, пролетая вдоль железной дороги на параплане, Глюк заметил, что встречные поезда движутся относительно него со скоростью $v_1 = 160$ км/ч, а попутные с $v_2 = 40$ км/ч. Все поезда ходят с одинаковой скоростью. Определите скорость параплана Глюка.

2.232. Автомобиль едет вдоль железной дороги с постоянной скоростью. Мимо него в одном направлении с интервалом 6 мин проехали два тепловоза. Мимо стоящего человека эти тепловозы проехали с интервалом 10 мин и с одинаковой скоростью 60 км/ч. Найдите скорость автомобиля и направление его движения.

2.233. Из пунктов A и C одновременно навстречу друг другу с постоянными скоростями вышли два поезда и через некоторое время встретились. Если бы скорости увеличились на 10%, то поезда встретились бы на один час раньше. На сколько еще раньше произошла бы встреча поездов, если скорость каждого поезда увеличилась не на 10%, а на 20%?

2.234. Горизонтальный канал соединяет две судоходные реки A и B. Иногда в нем возникает слабое течение, которое может быть направлено либо в одну, либо в другую сторону. От одной реки к другой по каналу курсирует катер, скорость которого относительно воды постоянна. Капитан катера заметил, что за много лет ему никогда не удавалось совершить рейс туда и обратно быстрее,

чем за $t_1 = 2$ часа, а самый неудачный рейс длился $t_2 = 3$ часа. Однажды мотор катера сломался, но из-за стечения обстоятельств рейс от A к B и обратно все-таки был выполнен. Какое минимальное время для этого могло понадобиться катеру? После ремонта катер стал развивать в два раза большую скорость относительно воды. Как долго теперь может длиться рейс «туда-обратно»? Время разворота катера и остановок не учитывать.

2.235. Катер развивает постоянную скорость v относительно воды. Из города A в поселок B можно добраться по озеру и по реке, причем пути в обоих случаях одинаковы. В первый день катер проплыл от A к B и обратно — туда по реке, а назад по озеру. На второй день он опять проплыл от A к B и обратно, но теперь туда по озеру, а назад по реке. Разность времен движения катера в эти два дня составила $\Delta t_1 = 30$ мин. На третий день катер проплыл от A к B и обратно в обе стороны по реке, а на четвертый день — в обе стороны по озеру. Разность времен движения катера в третий и четвертый день оказалась $\Delta t_2 = 5$ мин. Скорость течения реки $u = 3$ км/ч. Найдите скорость катера v. Определите, на каком расстоянии по прямой могут находиться город и поселок.

2.236. Лодка спускается по течению реки на 30 км, а затем, не теряя времени, разворачивается и поднимается вверх против течения на 26 км. Скорость течения реки равна 1 км/ч, а скорость лодки относительно воды может меняться в пределах от 5 км/ч до 9 км/ч. Какое наименьшее и наибольшее время может занять такая поездка?

2.237. Идущая вверх по реке моторная лодка встретила сплавляемые по течению реки плоты. Через час после встречи лодочный мотор заглох. Ремонт мотора продолжался 30 мин. В течение этого времени лодка свободно плыла вниз по течению. После ремонта лодка поплыла вниз по течению с прежней относительно воды скоростью и нагнала плоты на расстоянии 7,5 км от места их первой встречи. Определите скорость течения реки, считая ее постоянной.

2.238. Ровно в полдень от пристани A вниз по течению реки к пристани B на максимально возможной скорости отправляется катер. Через 30 минут в непосредственной близости от пристани B двигатель у катера глохнет. Капитан катера не может причалить и принимает решение ликвидировать поломку на воде. На ремонт уходит

один час, и все это время катер плывет по течению. Успешно завершив ремонтные работы, капитан тут же направляет катер на максимальной скорости к пристани B и приходит к ней в 14:00. Найдите скорость течения реки, если расстояние между пристанями 10 км.

2.239. Катер отправляется от пристани A и идет вниз по течению реки к пристани B на максимально возможной скорости. Ровно на половине пути на реку опускается густой туман, и капитан катера принимает решение снизить скорость катера относительно воды в два раза. Через время $t_1 = 30$ минут туман рассеялся, и капитан обнаружил, что, двигаясь в тумане, он проскочил пристань B. Быстро развернув катер и увеличив его скорость до максимальной, капитан привел катер к пристани B через время $t_2 = 15$ минут после разворота. Найдите скорость течения реки, если расстояние между пристанями $S = 6$ км.

2.240. От пристани «Дубки» экспериментатор Глюк отправился в путешествие по реке на плоту. Ровно через час он причалил к пристани «Грибки», где обнаружил, что забыл свой рюкзак на пристани в «Дубках». К счастью, Глюк увидел на берегу своего друга теоретика Бага, у которого была моторная лодка. На ней друзья поплыли обратно, забрали рюкзак и вернулись в «Грибки». Сколько времени моторная лодка плыла против течения, если все плавание заняло 32 минуты? Мотор лодки в течение всего плавания работал на полную мощность, а время, которое потребовалось на подбор рюкзака, пренебрежимо мало.

2.241. Между двумя островами два раза в день точно по расписанию совершает рейсы туда и обратно катер. В один из рейсов катеру весь путь в одну сторону приходится плыть против ежедневного ненадолго возникающего течения. С помощью расписания, приведенного в таблице, определите, чему равна скорость течения, если скорость катера в отсутствие течения $v = 18$ км/ч.

	Отправление	Прибытие	Отправление	Прибытие
Ко-Пальмас Ко-Бананас	7:40	8:40	14:40	15:50
Ко-Бананас Ко-Пальмас	9:00	10:30	17:50	19:00

2.242. По реке, скорость которой постоянна, на плоту плыли туристы. Когда они оказались на расстоянии L от стоящего в засаде патрульного катера, тот поплыл им навстречу. Поравнявшись с плотом, патрульные быстро убедились, что туристы ничего предосудительного не делают, и поплыли обратно со скоростью v относительно берега (см. рисунок). Двигатели катера все время работали на полную мощность. Сколько времени прошло от старта катера до его возвращения в засаду?

2.243. По реке, скорость которой постоянна, плывет плот. Когда он оказался посередине между пристанями M и N, от них навстречу друг другу отплыли два одинаковых катера (m и n), двигатели которых работали на полную мощность (см. рисунок). Какой из катеров раньше достиг плота?

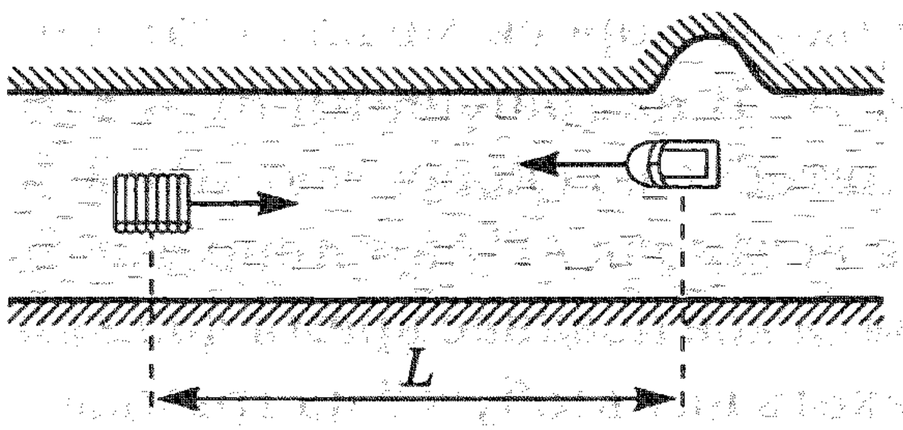


Рис. 2.242

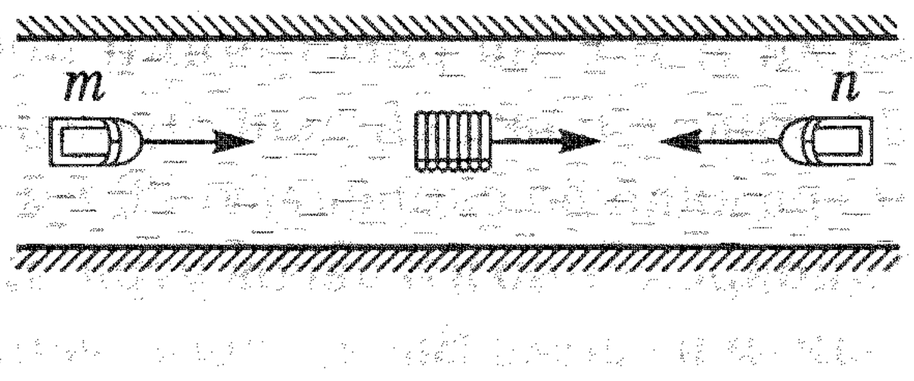


Рис. 2.243

2.244. От пристани A к пристани B вниз по течению реки одновременно стартуют катер, и по берегу — велосипедист, который движется неравномерно. Расстояние между пристанями $L = 5$ км. Капитану катера передается информация о скорости велосипедиста, и он, моментально реагируя, поддерживает скорость катера относительно воды равной скорости велосипедиста. Доплыв до пристани B, катер быстро разворачивается и встречает велосипедиста на расстоянии $S = 4$ км от пристани A. Определите, на сколько дольше катер плыл по течению реки, чем против течения до встречи с велосипедистом. Скорость течения реки $u = 5$ км/ч.

2.245. От пристани A к пристани B вниз по течению реки стартует катер, а одновременно с ним по берегу – пешеход и велосипедист, которые движутся неравномерно. Капитану катера передается информация о скоростях движения пешехода и велосипедиста, и он, моментально реагируя, поддерживает скорость катера относительно воды равной среднему арифметическому скоростей пешехода и велосипедиста. К пристани B катер прибывает одно-

временно с велосипедистом через время $t = 30$ мин после старта. Пешеход к этому моменту оказывается позади них на расстоянии $S = 3$ км. Определите скорость течения реки.

2.246. Петя ездит в школу на автобусе, который всегда ходит точно по расписанию. Его дом стоит на обочине дороги между остановками A и B на расстоянии $S = 400$ м от остановки A. Расстояние между остановками $L = 900$ м. Автобус едет в направлении от A к B с постоянной скоростью $v = 10$ м/с. Найдите, за какой минимальный промежуток времени до прибытия автобуса на остановку B должен выходить из дома Петя, чтобы успеть на него, если Петя ходит со скоростью $u = 2$ м/с, а время, в течение которого автобус стоит на остановке, пренебрежимо мало по сравнению с нахождением Пети в пути.

2.247. Вася живет в доме, стоящем около дороги между остановками A и C на расстоянии 800 м от A. В направлении от A к C по дороге каждый день проезжают автобус со скоростью 40 км/ч и трамвай со скоростью 20 км/ч. На остановку C они приезжают одновременно в 8 часов утра. В какое самое позднее время должен выйти из дома Вася, чтобы успеть уехать на автобусе? на трамвае? Вася ходит со скоростью 4,8 км/ч, расстояние между остановками 2 км. Время, которое транспорт стоит на остановке, очень мало.

2.248. Два автомобиля стартуют одновременно и движутся по прямолинейной дороге к финишу. Первый автомобиль первую половину пути до финиша движется со скоростью $2v$, а вторую половину пути – со скоростью v. Второй автомобиль первую половину времени своего движения до финиша проходит со скоростью v, а вторую половину времени – со скоростью $2v$. Через время $t = 700$ с после старта одна машина обогнала другую. Найдите время движения машины, которая финишировала последней. Временем, затраченным на разгоны и торможение, можно пренебречь.

2.249. Два автомобиля стартуют одновременно и движутся по прямой дороге к финишу. Первый автомобиль первую половину времени своего движения до финиша движется со скоростью $v_1 = 100$ км/ч, а вторую половину времени – со скоростью $v_2 = 160$ км/ч. Второй автомобиль первую половину времени своего движения движется со скоростью $v_3 = 120$ км/ч, а вторую половину времени – со скоростью $v_4 = 140$ км/ч. Какой из автомобилей

придет к финишу раньше? Какое максимальное расстояние L будет между автомобилями в процессе движения, если длина трассы $S = 32{,}5$ км?

2.250. Крокодил Гена развивает скорость $v_1 = 5$ м/с, но пробежать может не более $L_1 = 100$ м. После этого у него остаются силы только на последний рывок со скоростью $v_2 = 10$ м/с на расстояние $L_2 = 10$ м. Чебурашка умеет бегать со скоростью v_3. Какую минимальную безопасную дистанцию L от крокодила должен соблюдать Чебурашка, чтобы Гена не смог его догнать? Рассмотрите случаи, когда скорость Чебурашки: а) $v_3 = 4$ м/с, б) $v_3 = 6$ м/с.

2.251. Ахиллес преследует черепаху. В момент начала движения черепаха находится на 1000 шагов впереди Ахиллеса, а затем ползет от Ахиллеса по прямой с постоянной скоростью. Ахиллес пробегает первые 1000 шагов с постоянной скоростью 200 шагов в минуту и видит, что черепаха за это время уползла на 100 шагов. Поняв, что так дело не пойдет, Ахиллес ускоряется и все-таки настигает черепаху. Весь забег длится 5 минут 15 секунд. Чему равна средняя скорость Ахиллеса за все время забега?

2.252. Вдоль длинной дороги с постоянной скоростью на равных расстояниях друг от друга колонной ползут черепахи. Мимо стоящего Ахиллеса в минуту проползает $n_1 = 5$ черепах. Если Ахиллес побежит трусцой в сторону движения колонны, то он будет обгонять в минуту $n_2 = 45$ черепах, а если он поедет на велосипеде навстречу колонне, то в минуту ему будет встречаться $n_3 = 105$ черепах. Какое расстояние L успеет проползти черепаха за то время, за которое Ахиллес трусцой пробежит $S = 100$ м? Во сколько раз скорость Ахиллеса на велосипеде больше, чем при беге?

2.253. На широкой полевой дороге колонна грузовых автомобилей обгоняет колонну комбайнов. Скорость автомобилей $v_1 = 60$ км/ч, а расстояние между ними $l_1 = 40$ м. Скорость комбайнов $v_2 = 20$ км/ч, а расстояние между ними $l_2 = 20$ м. С какой скоростью по этой дороге должен ехать агроном на мотоцикле, чтобы одинаково часто проезжать мимо автомобилей и комбайнов?

2.254. Велосипедист выехал из пункта A со скоростью $v = 20$ км/ч, одновременно из пункта B выехал мотоциклист со скоростью u. Через время $t = 15$ мин они встретились. Затем мотоциклист дое-

хал до пункта A, сразу же развернулся, удвоил скорость и успел в пункт B одновременно с велосипедистом. Найдите начальную скорость мотоциклиста u и расстояние S между A и B.

2.255. Пешеход, велосипедист и мотоциклист двигались по шоссе в одну сторону. В момент, когда велосипедист и пешеход были в одном месте, мотоциклист отставал от них на 6 км. А когда мотоциклист догнал велосипедиста, пешеход отставал от них на 3 км. На сколько километров велосипедист обогнал пешехода в тот момент, когда пешехода нагнал мотоциклист?

2.256. Ровно в 12:00 дядя Федор отправился на электричке из Москвы в Простоквашино. В то же самое время из Простоквашино в Москву на скором поезде отправился кот Матроскин. На промежуточной станции Матроскин увидел дядю Федора и быстро перебежал к нему в электричку. Успеют ли они к обеду, приготовленному Шариком к 14:00, если известно, что скорость поезда на 20% больше скорости электрички, а встреча дяди Федора и Матроскина произошла в 13:00.

2.257. Пройдя 3/8 длины моста, собака услышала сигнал догоняющего ее автомобиля. Если собака побежит назад, то встретится с автомобилем у одного конца моста, а если побежит вперед, то встретится с ним у другого конца моста. Во сколько раз скорость автомобиля больше скорости собаки?

2.258. Турист переходил узкий железнодорожный мост в направлении от точки A к точке B (см. рисунок). Находясь на расстоянии $d = 50$ м от середины моста ближе к точке B, он увидел поезд, движущийся ему навстречу со скоростью $u = 54$ км/ч, который в этот момент находился на расстоянии $s = 300$ м от туриста. Турист побежал вперед с постоянной скоростью $v = 5$ м/с и успел достигнуть точки B в момент, когда поезд находился на расстоянии $h = 60$ м от этой точки. Успел ли бы турист добежать до точки A, если бы он, увидев поезд, мгновенно развернулся и побежал с такой же скоростью назад? Если да, то на каком расстоянии от точки A находился бы поезд в момент, когда турист достиг бы этой точки? Если нет, то на каком расстоянии от точки A поезд мог бы догнать его? Скорость поезда постоянна.

2.259. На рисунке приведен план трассы гонок «Формула 1». Длины участков трассы: $L_1 = 1{,}8$ км, $L_2 = 1{,}4$ км, $L_3 = 1{,}4$ км, $L_4 = 1{,}2$ км. Каждый гоночный автомобиль (болид) движется на соответствующих участках трассы со скоростями: $v_1 = 60$ м/с, $v_2 = 50$ м/с, $v_3 = 20$ м/с, $v_4 = 40$ м/с. При переходе машины с одного участка на другой ее скорость изменяется практически мгновенно. По правилам заезда расстояние вдоль трассы между болидами не должно быть меньше $L_0 = 200$ м. Какое максимальное число n автомобилей может одновременно участвовать в заезде?

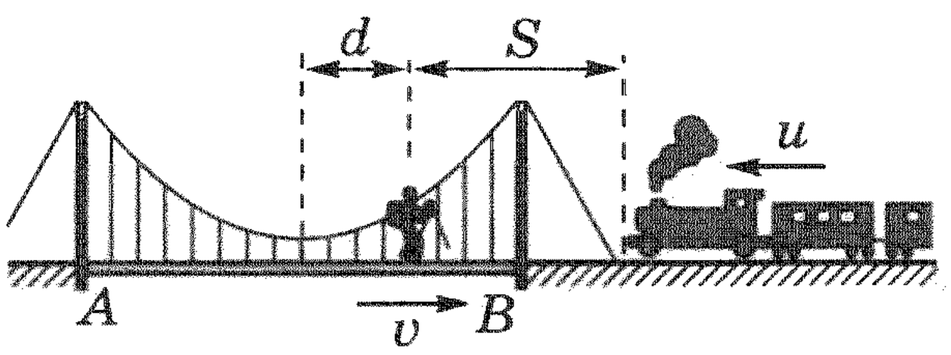


Рис. 2.258

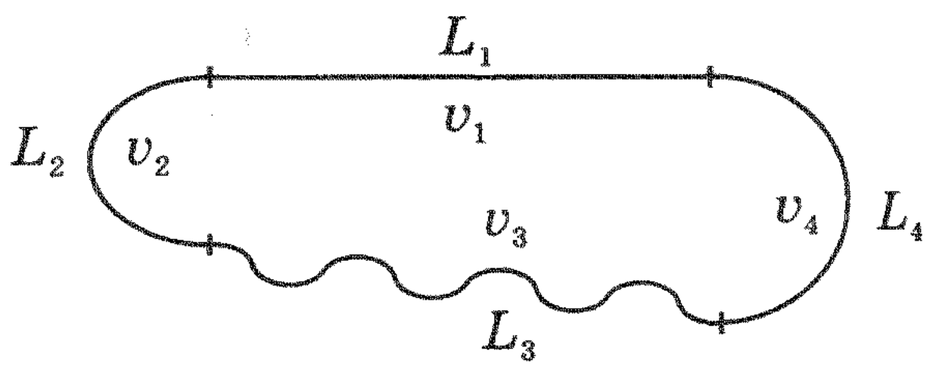


Рис. 2.259

2.260. Экспериментатор Глюк пробегает по стадиону один круг за $\tau_г = 20$ с. Если Глюк и его друг, теоретик Баг, стартуют с одного места и побегут по дорожке стадиона в разные стороны, то они встретятся через $\tau_0 = 12$ с. За какое время Баг пробежит один круг?

2.261. Рассеянный шел домой вверх вдоль ручья со скоростью, в полтора раза большей скорости течения. Размышляя о чем-то, он бросил в ручей шляпу, но вскоре заметил ошибку, бросил в ручей палку и побежал назад со скоростью вдвое большей, чем шел вперед. Догнав плывущую шляпу, он схватил ее, повернулся и пошел вверх с первоначальной скоростью. Через 10 минут после этого он встретил плывущую по ручью палку. Насколько раньше он пришел бы домой, если бы не заметил ошибку?

2.262. Экспериментатор Глюк шел в лабораторию вдоль железнодорожного полотна со скоростью 4 км/ч. Он заметил, что по путям идут две встречные электрички, одна из которых составлена из 9 вагонов, а другая из 10. Глюк обратил внимание, что головные вагоны поравнялись друг с другом как раз напротив него. Это ему показалось любопытным. Но еще больше Глюк удивился, когда увидел, что и последние вагоны поравнялись напротив него. С какой скоростью идут электрички? Считайте, что их скорости одинаковы.

2.263. Экспериментатор Глюк наблюдал за встречным движением скорого поезда и электрички. Оказалось, что каждый из составов прошел мимо Глюка за одно и то же время $t_1 = 23$ с. А в это время друг Глюка, теоретик Баг, ехал в электричке и определил, что скорый поезд прошел мимо него за $t_2 = 13$ с. Во сколько раз скорый поезд длиннее электрички?

2.264. Длинный поезд едет со скоростью v. По соседним путям его обгоняет электричка, скорость которой 72 км/ч. Машинист электрички заметил, что он проехал мимо поезда за 100 с. На обратном пути электричка и поезд снова встретились. На этот раз по часам машиниста оказалось, что время его прохождения мимо поезда равно 20 с. Какова скорость поезда?

2.265. Экспресс «Москва-Дубна» прошел за время $t_1 = 9$ с мимо встречной электрички, двигавшейся с такой же скоростью и имевшей в два раза большую длину. За какое время t_2 экспресс пройдет мимо встречного пассажирского поезда, который в два раза длиннее электрички и едет вдвое быстрее? *Примечание:* время движения одного поезда мимо другого – это промежуток времени от момента, когда поравнялись их головы, до того момента, когда поравнялись их хвосты.

2.266. Житель девятого этажа вышел из своей квартиры в тот момент, когда лифт начал движение со второго этажа. Не желая терять времени, житель начал спускаться пешком со скоростью 6 этажей в минуту. Оказавшись на пятом этаже, он услышал, что лифт освободился на одном из верхних этажей, и решил вызвать его и продолжить путь вниз на лифте. Ожидание лифта на пятом этаже заняло у жителя девятого этажа 28 с. Разумно ли он поступил с точки зрения экономии времени, решив поехать с пятого этажа вниз на лифте, а не продолжив путь вниз пешком? Сколько времени он выиграл или проиграл? Считайте, что лифт движется равномерно, а временем остановки лифта и открыванием дверей можно пренебречь. Скорости спуска и подъема лифта одинаковы по абсолютной величине.

2.267. Два электромеханических зайца соревнуются в беге. Один из них питается от обычной батарейки, а другой от *Duracell*. Заяц с обычной батарейкой прибежал к финишу на $t_1 = 6$ с позже своего соперника. Тогда ему заменили обычную батарейку на *Energizer*.

Во втором забеге зайцы побежали по той же трассе. С новой батарейкой скорость зайца возросла в полтора раза, и он прибежал к финишу на $t_2 = 8$ с раньше соперника. Найдите отношение скорости v_2 второго зайца к скорости v_1 первого зайца во время первого забега.

2.268. Когда хвост ползущего Удава поравнялся с пальмой, под которой сидела Мартышка, она, решив измерить длину Удава, побежала вдоль Удава и положила банан рядом с его головой. Затем Мартышка побежала обратно и положила второй банан рядом с кончиком хвоста. Потом пришел Попугай и измерил расстояние от пальмы до каждого из бананов, которые оказались равными 16 и 48 Попугаев. Найдите длину Удава в Попугаях, а также, во сколько раз Мартышка бегает быстрее, чем ползает Удав.

2.269. Группа туристов из трех человек направилась из пункта A в пункт B, расстояние между которыми $L = 22$ км. Попутных машин в тот день не было. В распоряжении групп оказался один велосипед, на котором одновременно могут ехать не больше двух человек. Скорость движения пешим ходом составляет $v_0 = 5$ км/час, при езде на велосипеде одного человека его скорость $v_1 = 20$ км/ч, а при езде вдвоем $v_2 = 15$ км/ч. Как должны действовать туристы, чтобы за минимальное время добраться до пункта B? Найдите это время.

2.270. Частицы движутся друг за другом с постоянными скоростями. Скорости частиц равномерно возрастают от значения v_1 в голове колонны до значения v_2 в хвосте колонны. В некоторый момент частицы занимают отрезок длины l_0, и при этом на единицу длины приходится n_0 частиц. Какое количество частиц через время t будет приходиться на единицу длины: а) в хвосте колонны; б) в голове колонны?

2.271. К моменту открытия у проходной завода образовалась очередь длиной 80 м. Каждую минуту первые $n = 8$ человек из очереди проходят через проходную, а за это время в конец очереди приходят $k = 4$ новых человека. Через 40 мин очередь исчезла. С какой средней скоростью двигались люди, пока они находились в очереди? Сколько человек прошло через проходную? Считайте, что все люди занимают в очереди одинаковое место.

2.272. По шоссе с одинаковой скоростью u едут навстречу друг другу две длинные колонны одинаковых автомобилей. Расстояние между автомобилями в колонне одно и то же. По тротуару вдоль шоссе идет пешеход, а навстречу ему едет велосипедист. Оба считают машины, проехавшие мимо них в обе стороны. Кто насчитает больше машин за единицу времени? *Примечание:* скорость велосипедиста больше скорости пешехода, но меньше скорости автомобиля.

2.273. Лента транспортера, изображенного на рисунке, имеет скорость w. Над лентой равномерно движется автомат, выбрасывающий n шариков в единицу времени. Шарики прилипают к ленте. Счетчик шариков с фотоэлементом считает только шарики, прошедшие непосредственно под ним. Сколько шариков сосчитает счетчик за единицу времени, если скорость автомата $v < w$, а скорость счетчика $u < w$?

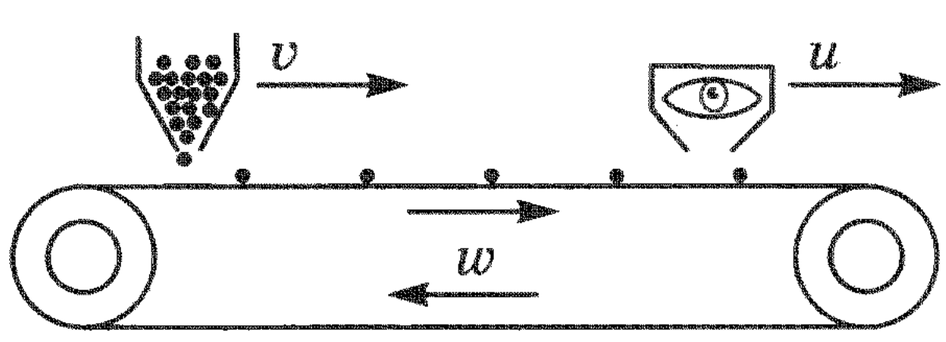


Рис. 2.273

2.274. Две космические ракеты сближаются со скоростью 8000 км/ч. С одной ракеты через каждые 20 мин посылают на другую почтовые контейнеры с сообщениями со скоростью 8000 км/ч относительно ракеты. Сколько сообщений получит экипаж второй ракеты за час?

2.275. Дятел стучит на дереве, делая 30 ударов в минуту. Мальчик, сидящий на крыше, слышит 32 удара/мин. С какой скоростью едет крыша? Скорость звука 330 м/с.

2.276. Два гоночных автомобиля мчатся навстречу друг другу с одинаковой скоростью. Один из водителей начинает подавать звуковые сигналы длительностью τ, при этом другой водитель определяет их длительность как $0{,}8\tau$. Скорость звука в воздухе постоянна и равна 333 м/с. С какой скоростью едут автомобили?

2.277. С подводной лодки, погружающейся равномерно, испускаются звуковые импульсы длительностью 30,1 с. Длительность импульса, принятого на лодке после его отражения от дна, равна 29,9 с. Определите скорость погружения лодки. Скорость звука в воде 1500 м/с.

2.278. Машина едет со скоростью v в направлении к неподвижному наблюдателю и испускает звуковые сигналы длительностью τ. В том же направлении дует ветер со скоростью u. Определите длительность сигнала, воспринимаемого наблюдателем.

2.279. Машина едет со скоростью v в направлении к стенке, движущейся навстречу со скоростью $2v$. Найдите отношение длительностей звуковых сигналов испущенного и вернувшегося обратно после отражения от стенки. Скорость звука c.

2.280. По реке, скорость течения которой u, навстречу друг другу плывут два однотипных теплохода. В некоторый момент времени, когда один из теплоходов проплыл мимо пункта A, а другой – мимо пункта C, из A в C отплыл быстроходный катер, который стал курсировать между теплоходами до их встречи. Какой путь S относительно берега проплыл катер? Расстояние от A до C вдоль фарватера реки L. В стоячей воде скорость теплоходов равна v, а катера w. Пункт A находится выше пункта C по течению реки. Как изменится ответ, если катер стартует из пункта C?

2.281. Мальчик поднимается в гору со скоростью $v = 1$ м/с. Когда до вершины остается идти $L_0 = 200$ м, мальчик отпускает собаку, и она начинает бегать между мальчиком и вершиной горы. Собака бежит к вершине со скоростью $v_1 = 3$ м/с, а возвращается к мальчику со скоростью $v_2 = 5$ м/с. Какой путь успеет пробежать собака до того, как мальчик достигнет вершины?

2.282. Экспериментатор Глюк и теоретик Баг по утрам гуляют в парке. Вместе с Глюком на прогулку вышел и его пес Шарик. Баг, не торопясь, бежит трусцой по прямой дорожке навстречу Глюку со скоростью $v_б$, а Глюк идет с Шариком навстречу Багу со скоростью $v_г$. Когда Глюк увидел Бага, расстояние между ними было равно L. Он тут же отпустил Шарика, и тот со всех ног со скоростью $v = 3(v_г + v_б)$ бросился бежать к товарищу своего хозяина. Добежав до Бага, Шарик некоторое время шел рядом с ним, а затем

бросился к своему хозяину. Добежав до него и пройдясь немного рядом с Глюком, он снова побежал к Багу, и так несколько раз. За время сближения приятелей Шарик провел возле каждого из них одинаковое время. Общая длина пути, который успел пройти и пробежать пес, равна $2L$. Сколько времени Шарик бегал со скоростью v, если друзья встретились через 1 минуту 40 секунд? До самой встречи скорости приятелей не изменялись.

2.283. С вершины холма спускались со скоростью v_1 по прямой дороге хозяин с собакой, а навстречу им поднималась хозяйка со скоростью v_2. Когда расстояние между супругами было равно L, собака рванулась вниз со скоростью c_1 (причем $c_1 > v_1$), а встретив хозяйку, мгновенно развернулась и побежала вверх со скоростью c_2 ($c_2 > v_2$). Вернувшись к хозяину, собака снова быстро развернулась и продолжила бегать таким образом между супругами вплоть до их встречи. Какой путь S пробежала собака за это время?

2.284. Экспериментатор Глюк, находясь на юге Таиланда, наблюдал за вертикально заходящим Солнцем. В тот момент, когда солнечный диск коснулся горизонта, он включил секундомер. Через какое время t Солнце скрылось за горизонтом? *Примечание:* угловой размер Солнца равен $\alpha = 0{,}5^\circ$.

2.285. В момент противостояния Солнце, Земля и Марс находятся на одной прямой (Земля между Солнцем и Марсом). Продолжительность земного года $T = 365$ суток, марсианского – в $k = 1{,}88$ раза больше. Считая, что планеты обращаются вокруг Солнца по круговым орбитам с общим центром, лежащим в одной плоскости, найдите минимальный промежуток времени τ между двумя последовательными противостояниями. Планеты движутся в одну сторону.

2.286. Экспериментатор Глюк приобрел прибор, измеряющий скорость ветра. Однажды прогуливаясь с ним по открытой железнодорожной платформе, движущейся равномерно со скоростью $v = 60$ км/ч, Глюк обнаружил, что когда он идет по ходу поезда, прибор показывает скорость ветра, дующего в лицо, равную $v_1 = 50$ км/ч, когда он идет обратно, скорость ветра, дующего в спину, становится равна $v_2 = 40$ км/ч. Определите, за какое время экспериментатор проходит всю платформу в одну сторону, если ее длина $L = 25$ м? С какой скоростью и в какую сторону дует ветер с точки зрения стоящего на станции дежурного, мимо которого про-

езжает поезд экспериментатора? Скорость ветра все время постоянна и направлена вдоль железнодорожных путей.

2.287. Вдоль вагона поезда, едущего с постоянной скоростью u, катается игрушечный электромобиль (см. рисунок). В течение всего времени τ движения между стенками вагона скорость v игрушки относительно пола постоянна. При контакте со стенкой электромобиль мгновенно изменяет направление своего движения на противоположное. Вычислите путь S, пройденный игрушкой за время $t \gg \tau$ в системе отсчета, связанной с рельсами железнодорожного пути. Вагон и электромобиль движутся вдоль одной прямой.

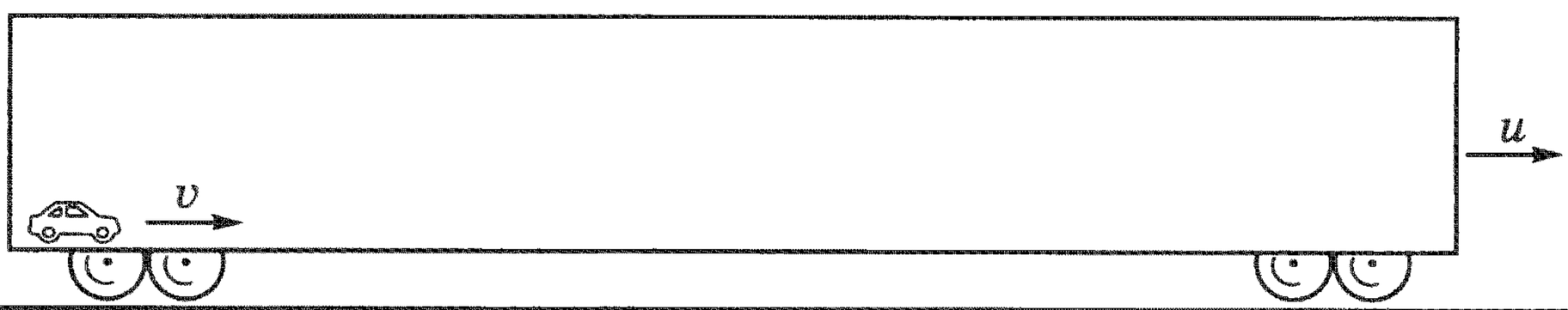


Рис. 2.287

2.288. Однажды зимой Сережа и Гордей, раскапывая берлогу, разбудили спящего медведя. Поняв это, они бросились удирать в противоположные стороны. Сережа побежал со скоростью 5 м/с, а Гордей с 14,4 км/ч. Медведь 10 секунд спросонья вникал в ситуацию, а потом рванул за ребятами, чтобы объяснить им, что мешать спать – нехорошо! С какой минимальной скоростью должен бежать медведь, чтобы за 2 минуты с начала преследования успеть догнать обоих мальчиков? Считайте, что все участники забега двигались вдоль одной прямой.

2.4. ГРАФИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

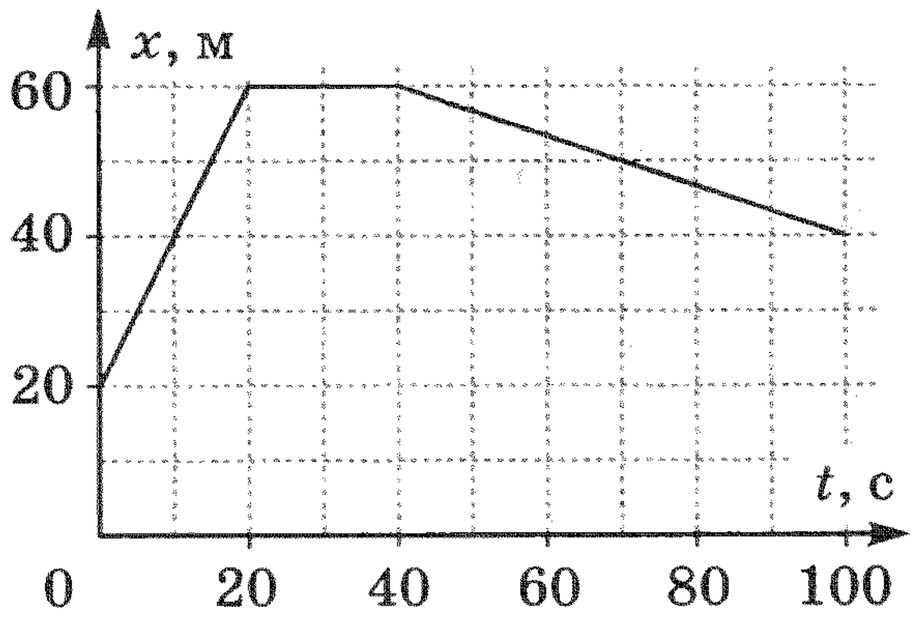
Тренировочные задания

2.289. Трем туристам необходимо за минимально короткий срок добраться из одного населенного пункта в другой. Как это сделать, если у них имеется лишь один одноместный велосипед? Скорость пешехода в 2 раза меньше скорости велосипедиста. Постройте график зависимость пройденного пути от времени для всех тел, участвующих в движении.

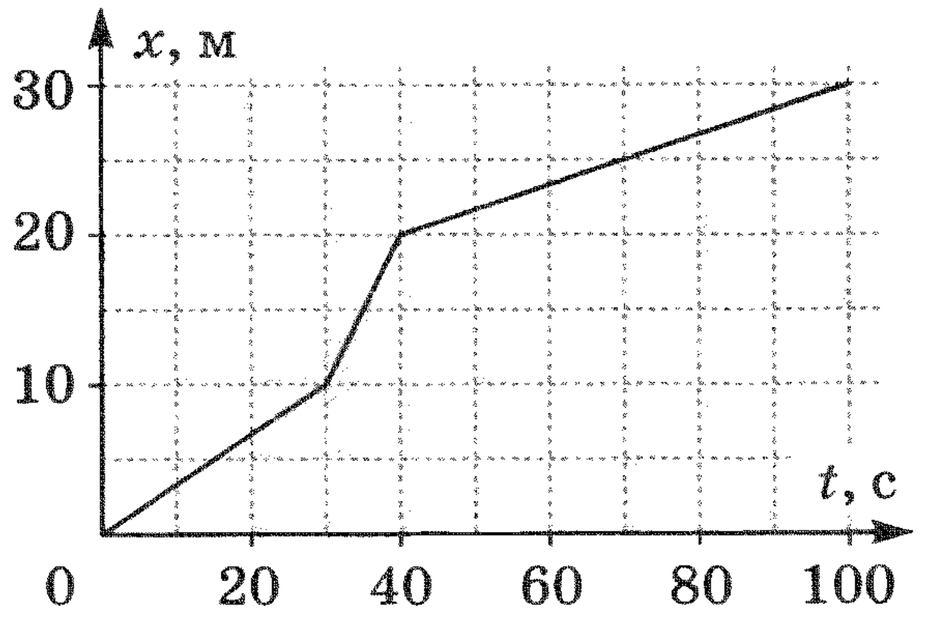
2.290. Однажды утром, как раз в тот момент, когда взошло солнце, один буддийский монах начал восхождение на высокую гору. Узкая тропа шириной не более одного-двух футов вилась серпантином по склону горы к сверкающему храму на ее вершине. Монах шел по дорожке то быстрее, то медленнее. Он часто останавливался, чтобы отдохнуть и поесть сушеных фруктов, которые взял с собой. К храму монах подошел незадолго до захода солнца. После нескольких дней поста и размышлений он пустился в обратный путь по той же тропе. Выйдя на рассвете, монах начал спуск с непостоянной скоростью, неоднократно отдыхая по дороге. Средняя скорость спуска, конечно, превосходила среднюю скорость подъема. Приведите докозательство того, что на тропе есть такая точка, которую монах во время спуска и во время подъема проходил в одно и то же время суток.

2.291. Трактор 2 часа ехал со скоростью 10 км/ч, затем 30 мин стоял на одном месте, а потом ехал со скоростью 5 м/с еще 30 мин. Постройте графики зависимости пройденного пути от времени и скорости от времени.

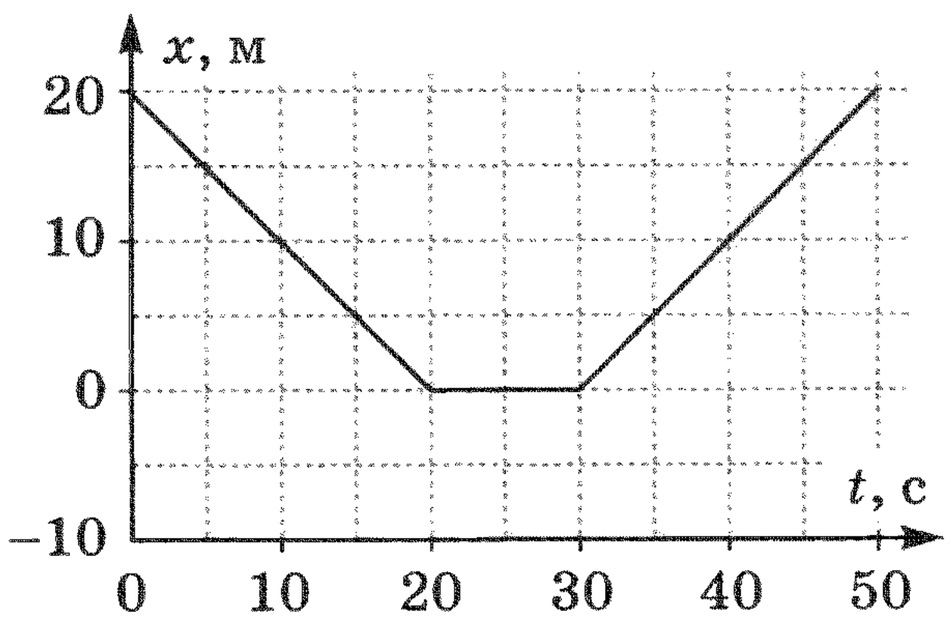
2.292. По приведенным зависимостям координаты движущегося вдоль оси Ox тела от времени $x(t)$ постройте графики зависимостей от времени для: пройденного телом пути $s(t)$, модуля скорости тела $v(t)$, проекции скорости $v_x(t)$, средней путевой скорости $v_{ср}(t)$, модуля средней проекции скорости $u_{ср}(t)$; и зависимости от координаты для: модуля скорости тела $v(x)$ и средней путевой скорости $v_{ср}(x)$.



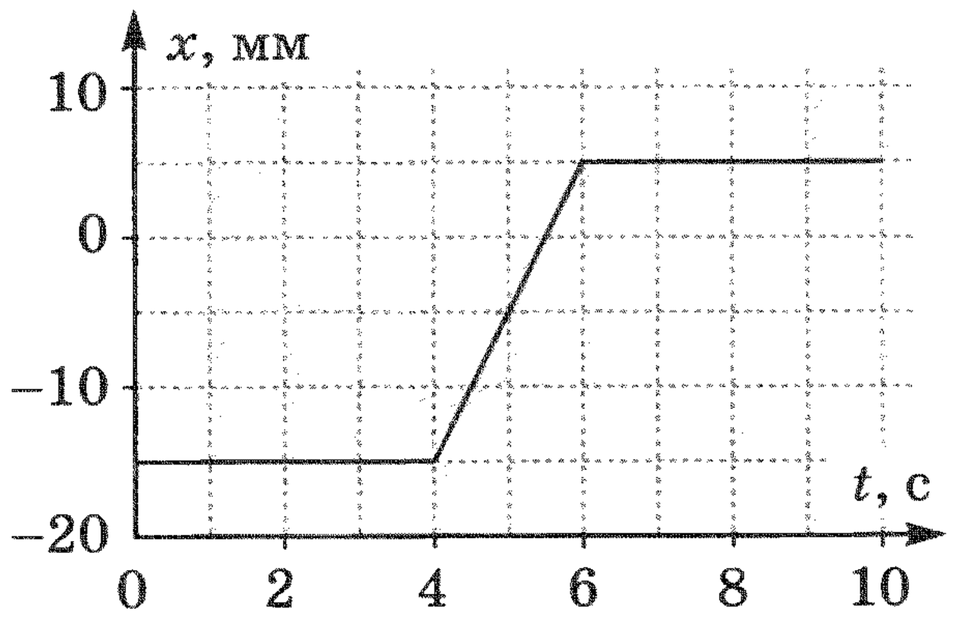
а



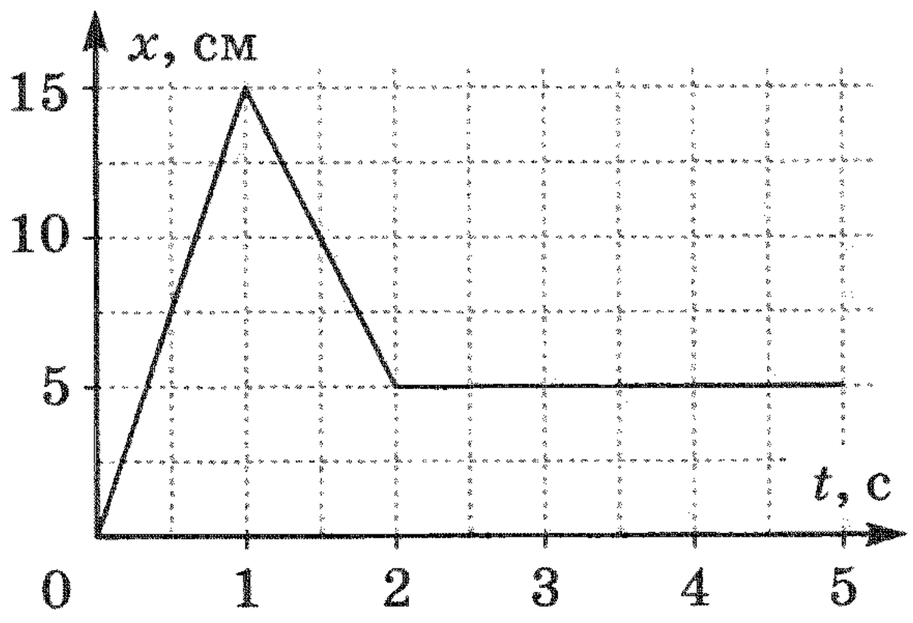
б



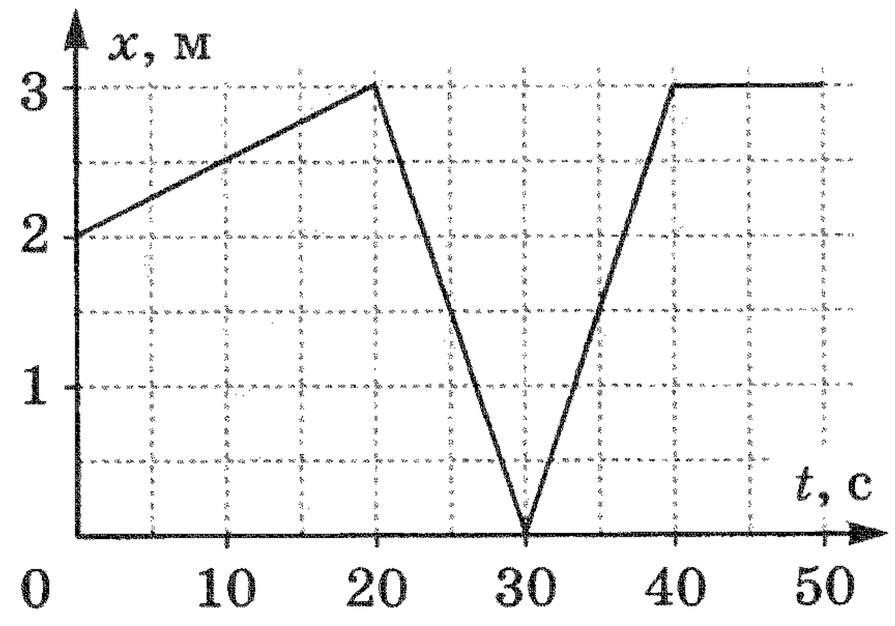
в



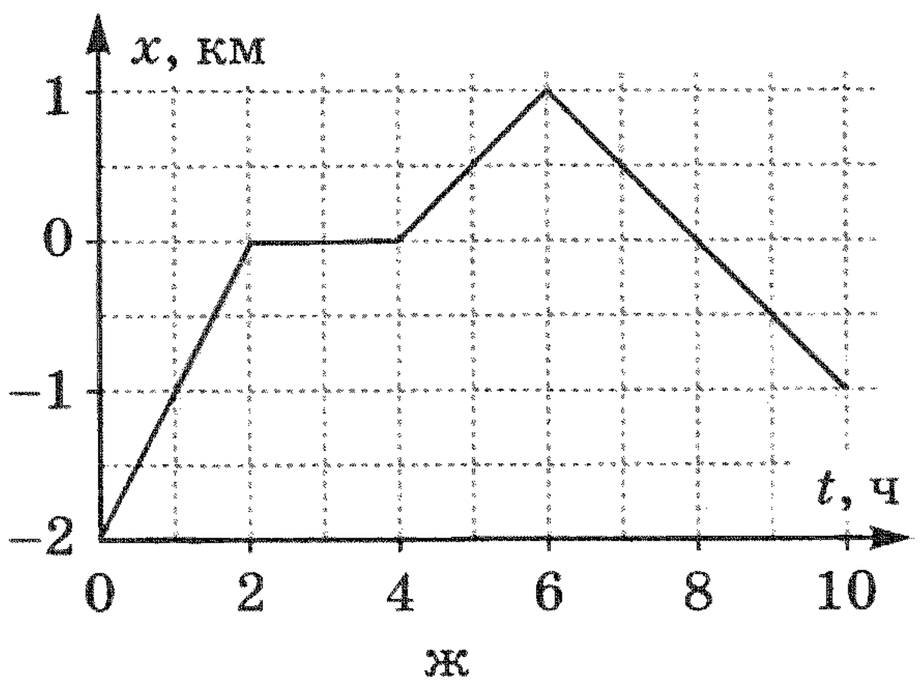
г



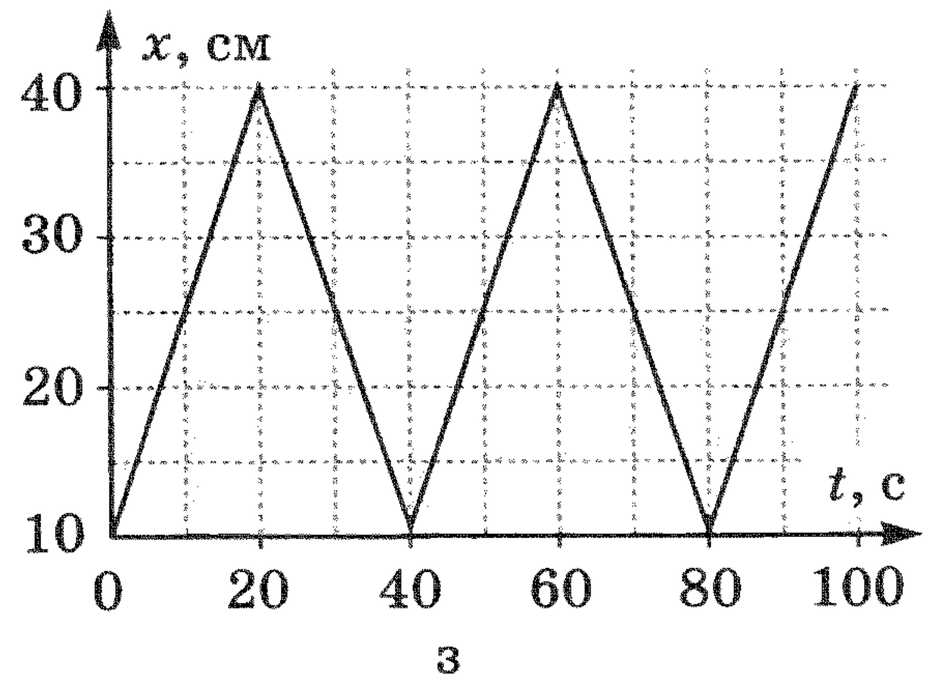
д



е



ж



з

Рис. 2.292

2.293. Тело движется вдоль оси Ox. По приведенным на рисунках зависимостям проекции скорости тела от времени $v_x(t)$ постройте графики зависимостей от времени для: координаты $x(t)$, пройденного пути $s(t)$, средней путевой скорости $v_{ср}(t)$, модуля средней проекции скорости $u(t)$; и зависимости от координаты для: модуля скорости тела $v(x)$ и средней путевой скорости $v_{ср}(x)$.

Примечание: считайте, что координата начальной точки $x_0 = 0$.

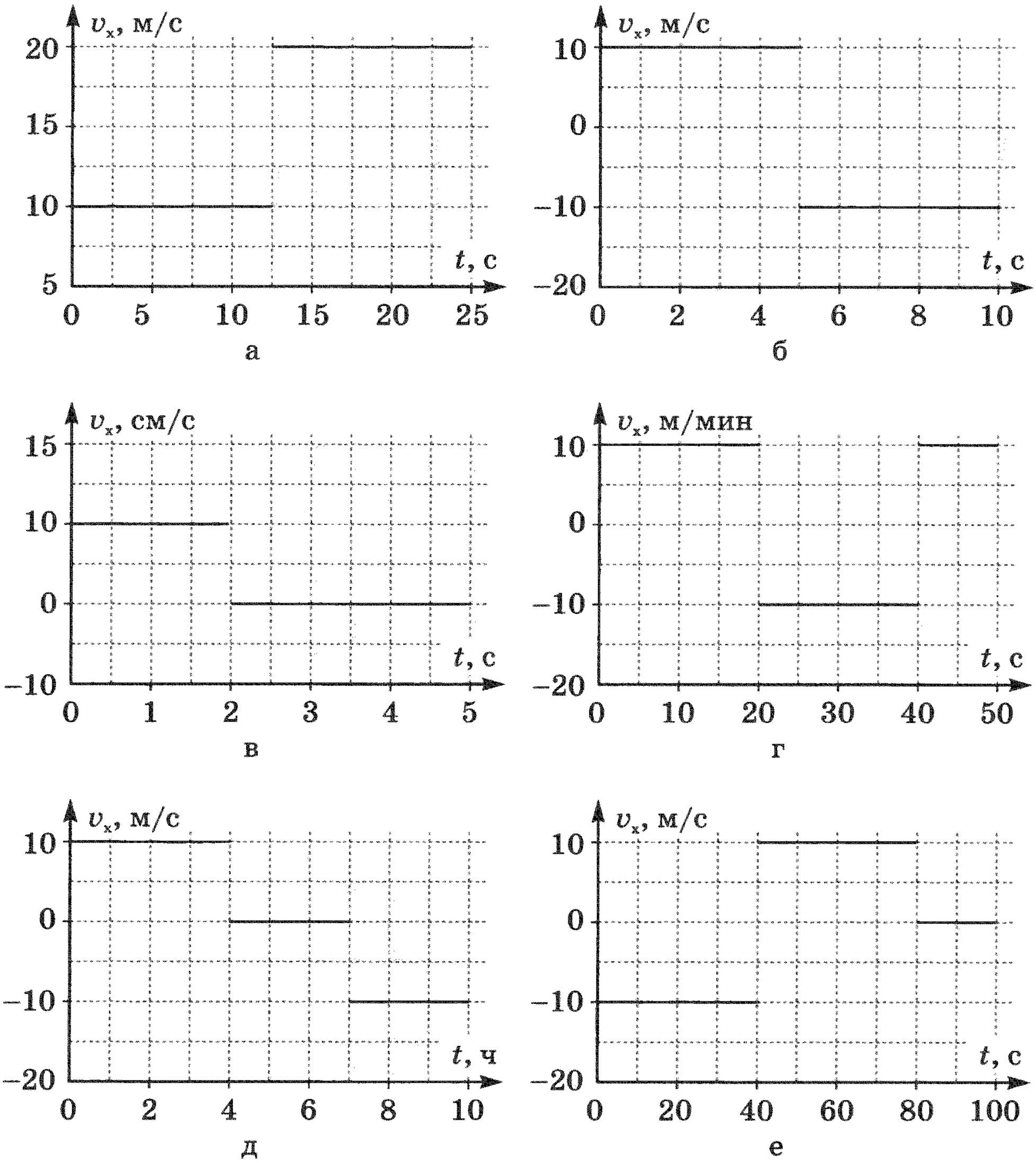
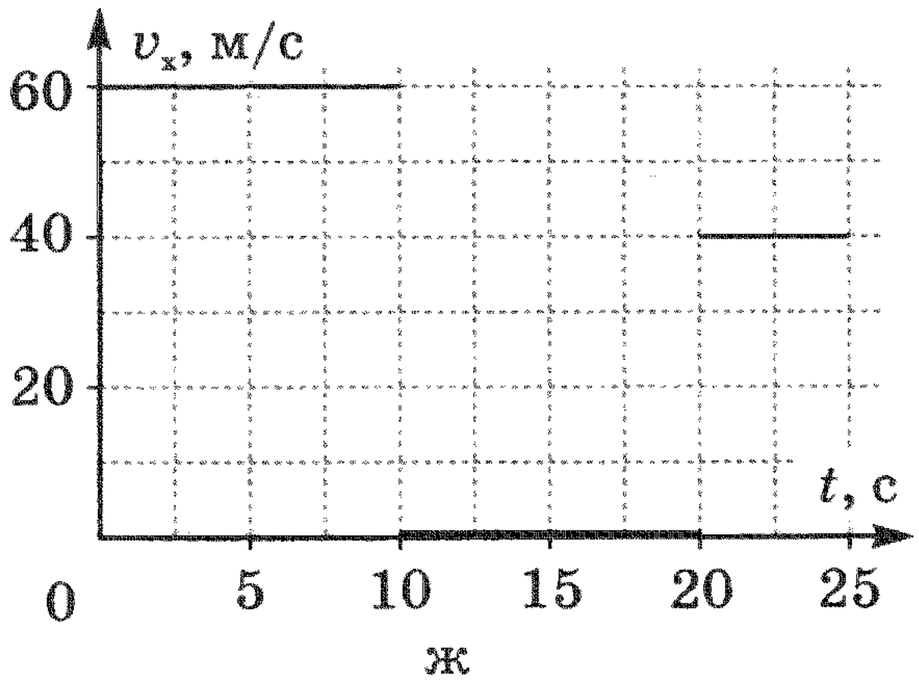
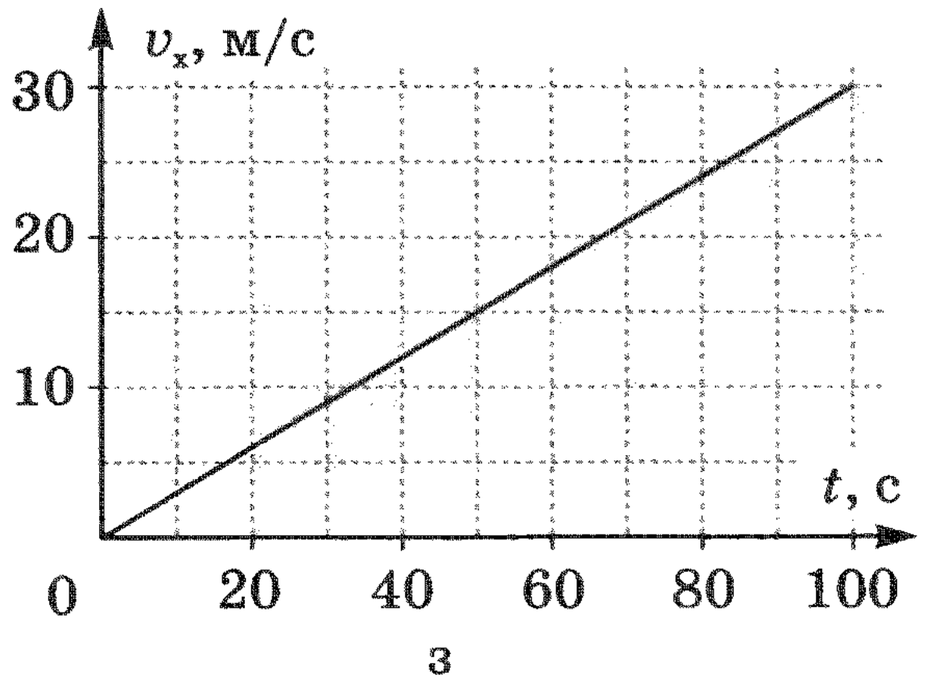


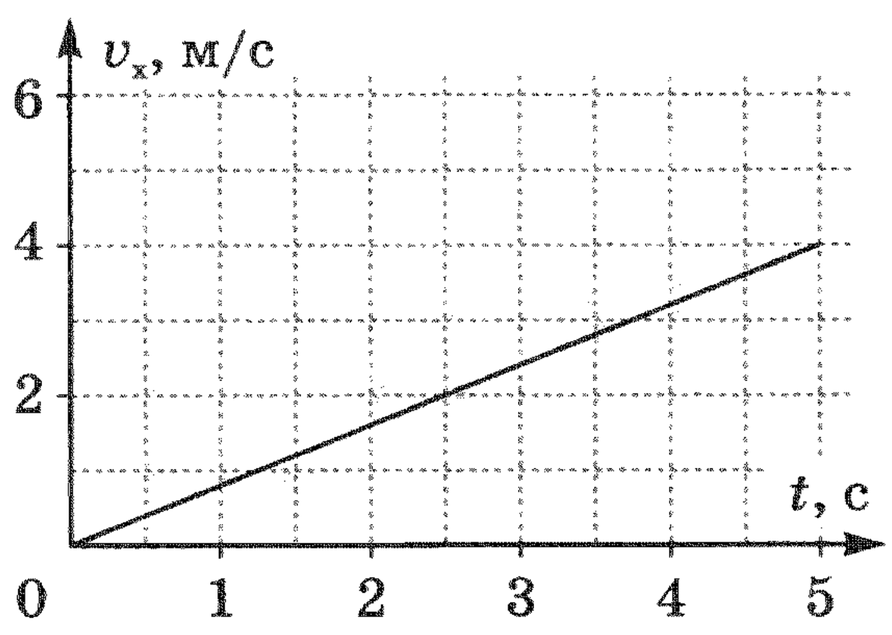
Рис. 2.293



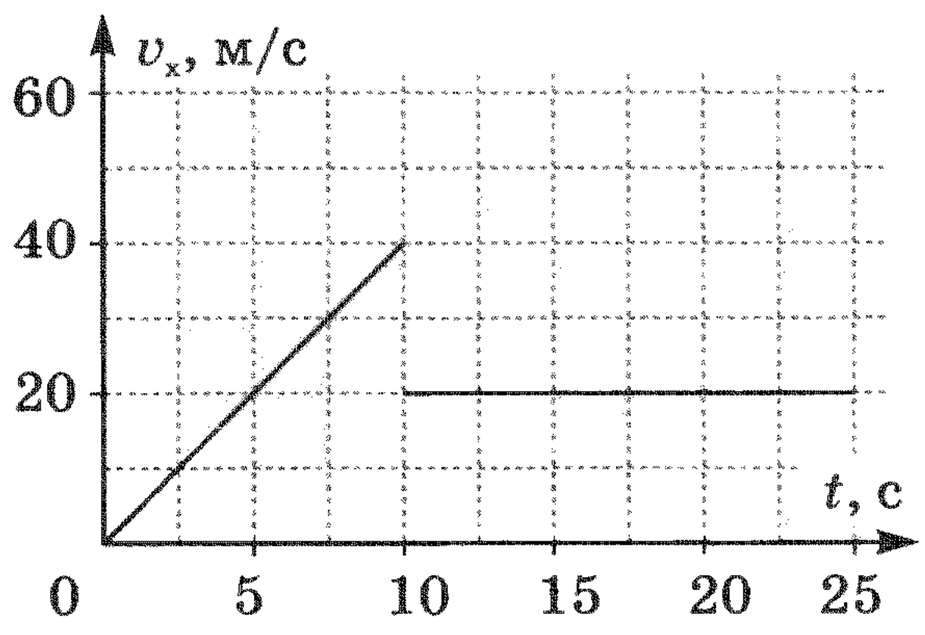
ж



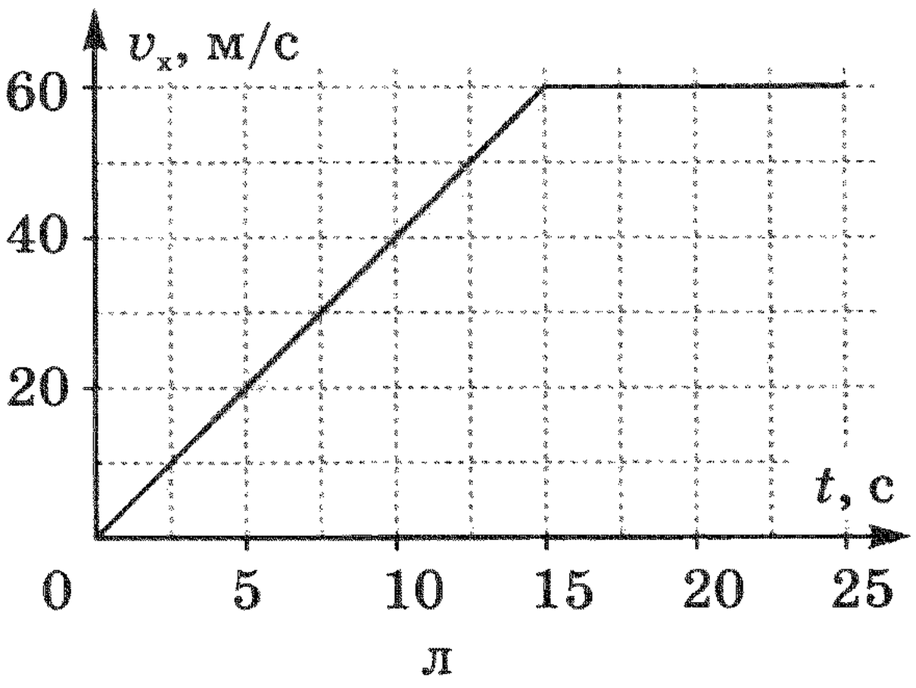
з



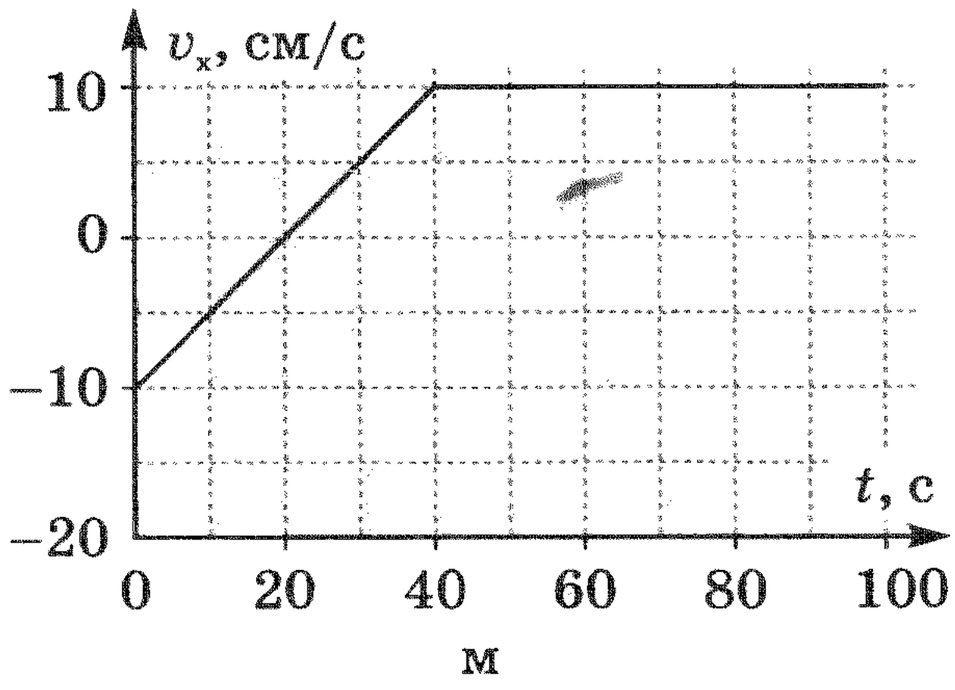
и



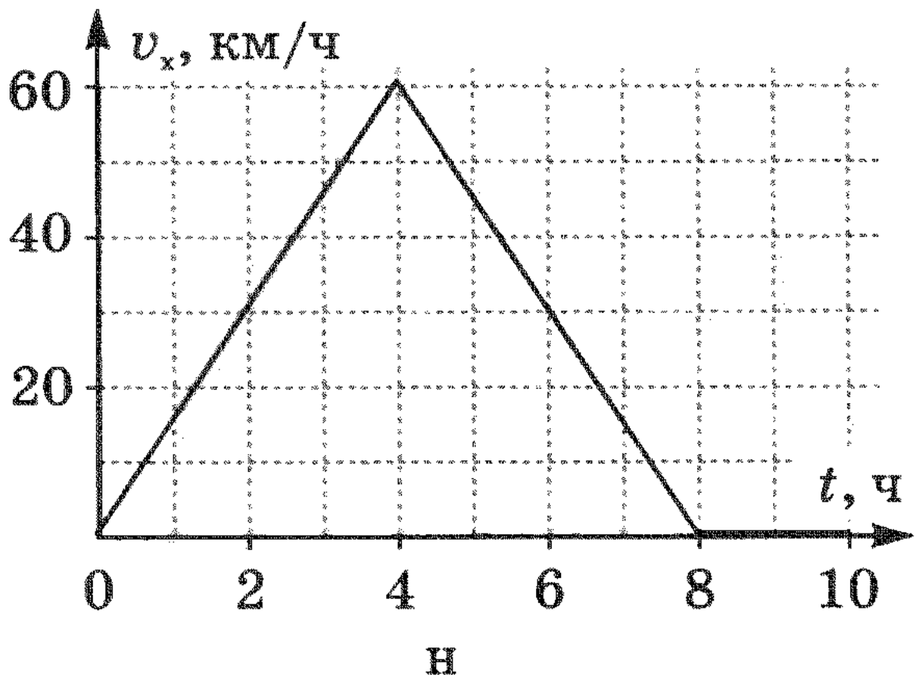
к



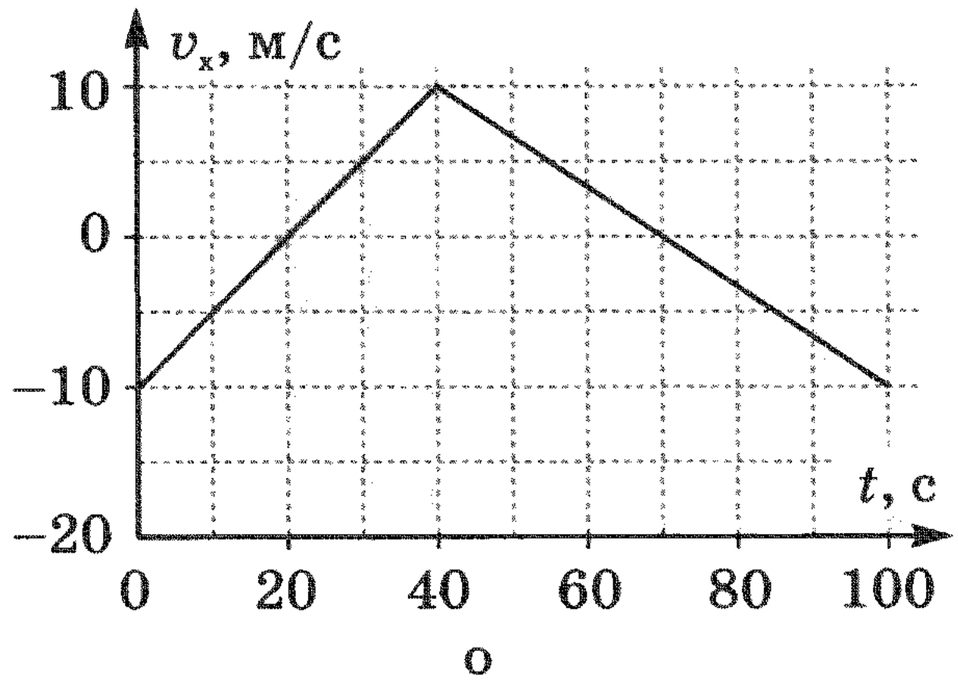
л



м



н



о

Рис. 2.293 (продолжение)

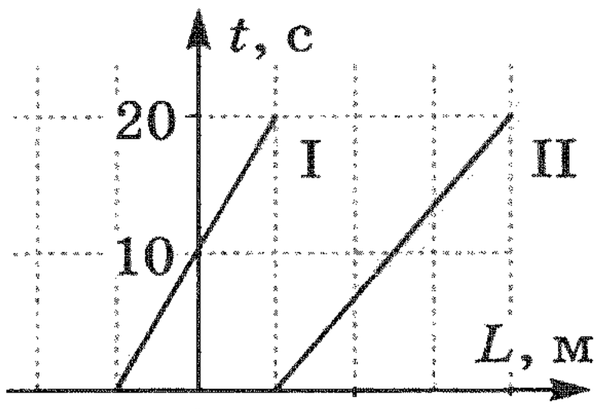


Рис. 2.294

2.294. Экспериментатор Глюк исследовал графики равномерного движения двух прямолинейно движущихся тел (см. рисунок). Определите, у какого тела (I или II) скорость больше и во сколько раз?

2.295. Два шарика начали одновременно двигаться по гладким поверхностям, имеющим форму, изображенную на рисунке. Как будут отличаться времена движения шариков к моменту их прибытия в точку B, если их скорости в начале и в конце движения одинаковы? Можно считать, что шарики от поверхностей не отрываются.

2.296. Тело движется вдоль оси Ox со скоростью, зависимость которой от времени $v_x(t)$ приведена на рисунке. Найдите по графику путь S, который оно прошло к моменту времени $t = 4$ с, и среднюю скорость u тела за все 8 с движения. Известно, что график составлен из одинаковых дуг окружностей.

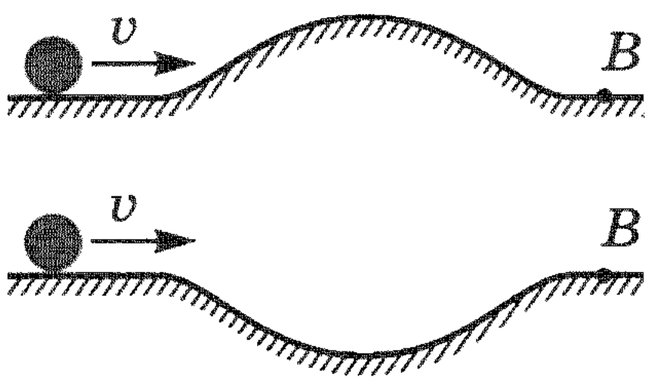


Рис. 2.295

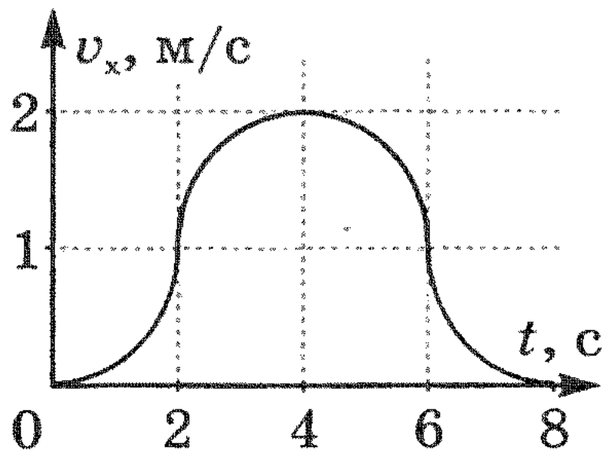


Рис. 2.296

2.297. На некоторой высоте над землей неподвижно завис воздушный шар. Ветра нет. Парашютист прыгает из корзины воздушного шара вертикально вниз. График скорости парашютиста приведен на рисунке. С какой высоты над поверхностью земли парашютист начал опускаться с постоянной скоростью?

2.298. Часовой, охраняющий секретную территорию, все время двигается, чтобы не замерзнуть. График зависимости его скорости v от пройденного расстояния x приведен на рисунке. Какое время требуется часовому, чтобы от точки A ($x = 2$ км) дойти до точки B ($x = 8$ км)?

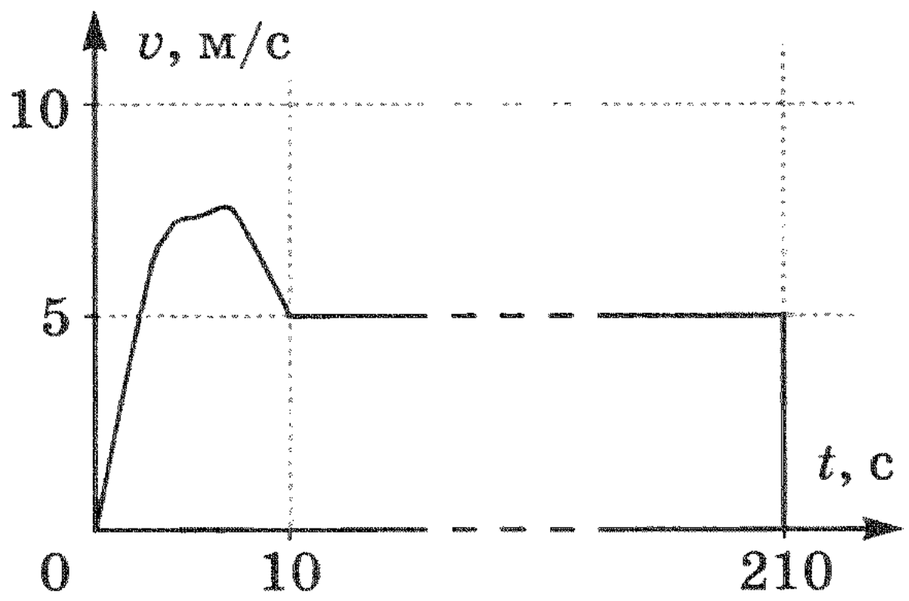


Рис. 2.297

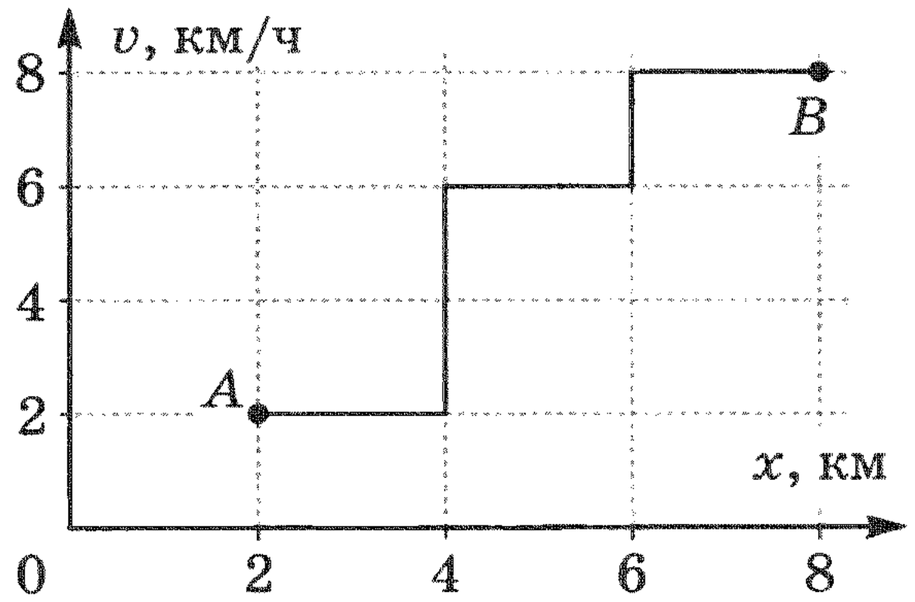


Рис. 2.298

2.299. Две машины одновременно начали движение по прямой дороге из Ардатова в Чамзинку. На одной машине бортовой компьютер записывал значения скорости в зависимости от пройденного расстояния. На другой – компьютер фиксировал значения скорости в зависимости от времени движения. Результаты измерений приведены на двух графиках, изображенных на рисунке. Определите расстояние между машинами через 8 мин после начала движения.

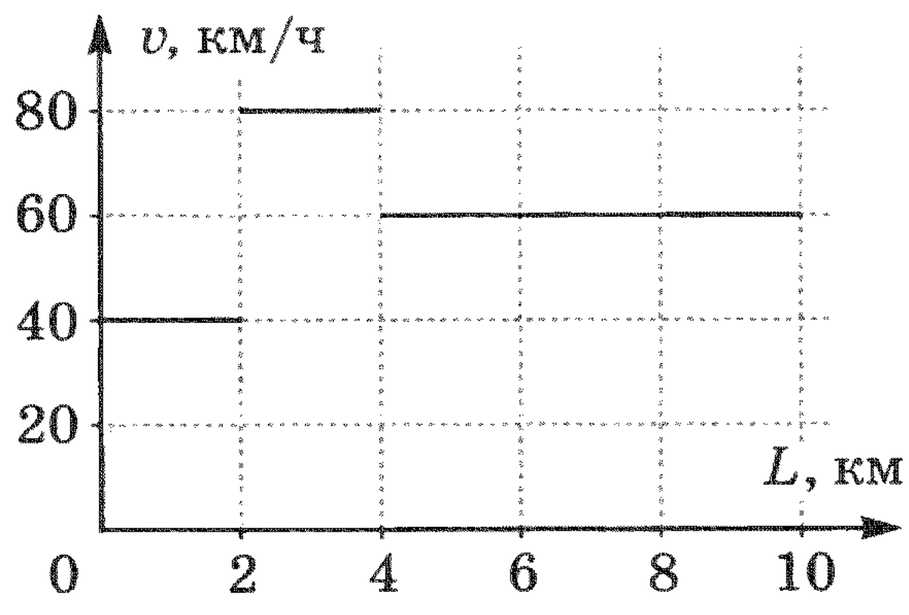


Рис. 2.299

2.300. Шарик катается по гладкой тележке длиной L, абсолютно упруго отражаясь от ее передней и задней стенок. Скорость шарика относительно тележки равна v, а скорость тележки относительно земли равна u. Постройте график зависимости смещения шарика относительно земли от времени. Рассмотрите три случая: $v = 2u$, $v = u$, $v = u/2$.

2.301. Река течет из озера A в озеро B со скоростью $u = 5$ км/ч. Из озера A в озеро B и из озера B в озеро A в начале каждой минуты отправляются в путешествие водомерки. Скорость всех водомерок

относительно воды всегда постоянна и равна $v = 10$ км/ч. Расстояние между озерами $s = 10$ км. Сколько водомерок встретит на своем пути водомерка, отправившаяся из A в B?

2.302. На графике приведена зависимость скорости пешехода от времени его движения. Постройте график зависимости скорости этого пешехода от пройденного им расстояния.

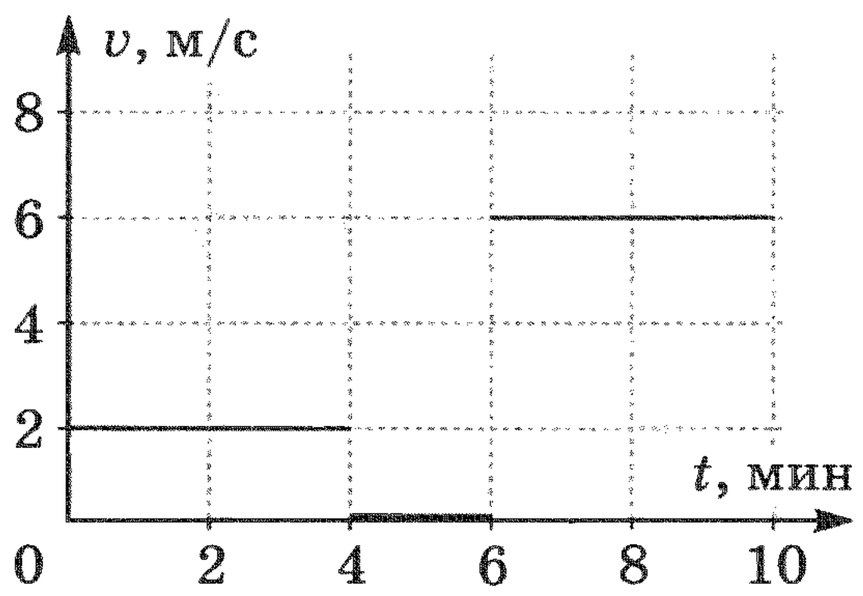


Рис. 2.302

2.303. Между конечными пунктами автобусного маршрута 6 км. Рассмотрев график, приведенный на рисунке, ответьте на вопросы: а) сколько автобусов на линии; б) за какое время автобусы проходят маршрут туда и обратно.

2.304. Крокодила Гену не пустили в автобус, но он решил догнать его. Автобус едет с остановками, крокодил Гена бежит за ним. Графики зависимости скоростей от времени показаны на рисунке. Через какое время Гена первый раз догонит автобус?

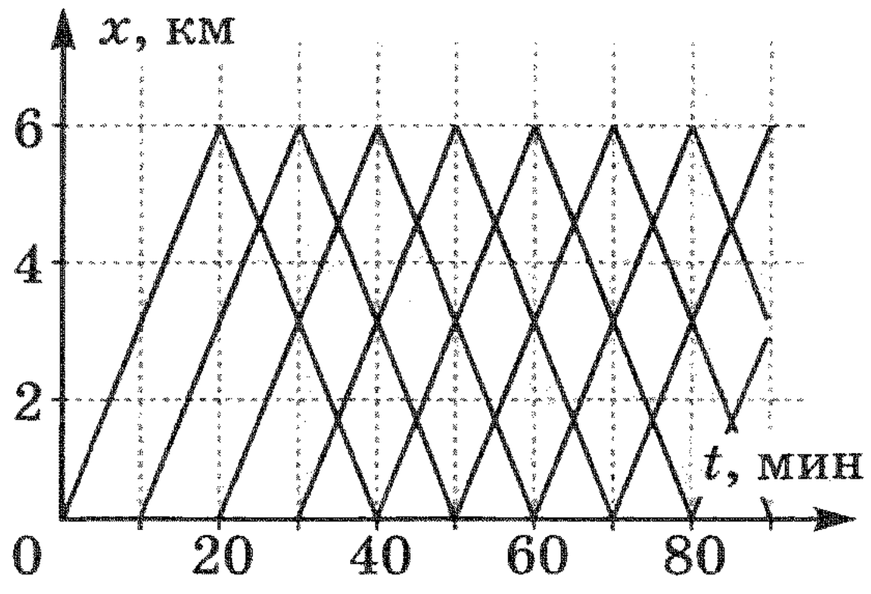


Рис. 2.303

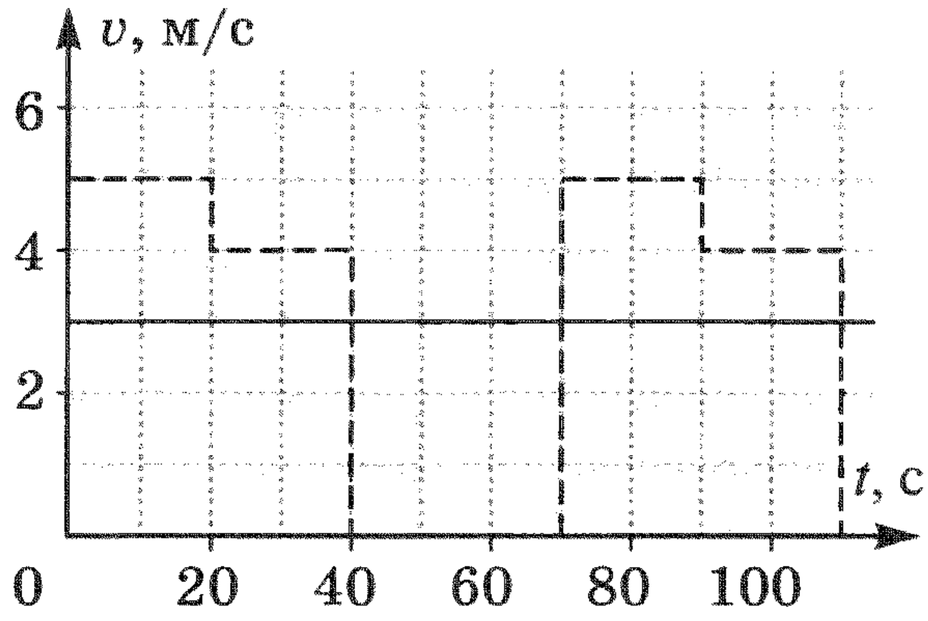


Рис. 2.304

2.305. В начале улицы длинной 5 км Петя посадил Васю на троллейбус и как только тот тронулся, побежал за ним с постоянной скоростью. На первой остановке Петя догнал троллейбус на время τ раньше его оправления, и не снижая скорости побежал дальше. На вторую остановку троллейбус пришел на время τ раньше Пети. За какое время Петя пробежит всю улицу?

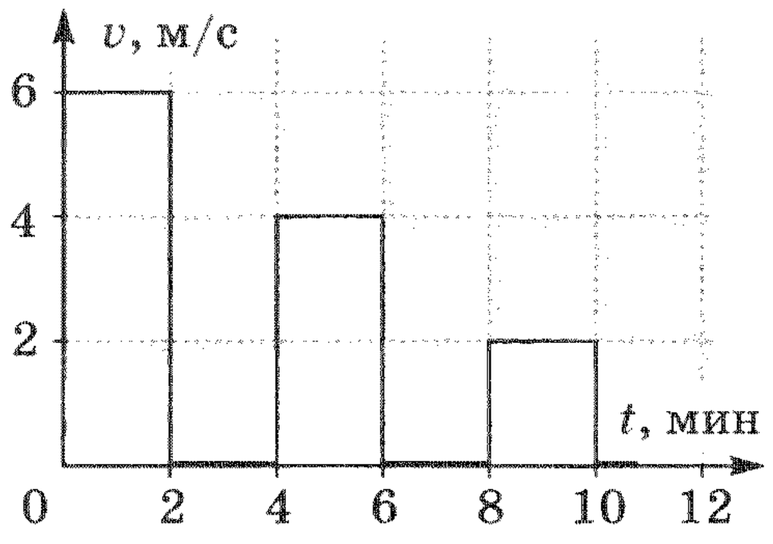


Рис. 2.305

2.306. Населенные пункты A и B, расстояние между которыми $L = 70$ км, соединяет прямолинейный участок шоссе. Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу начинают движение автобус и легковой автомобиль. Скорость автомобиля равна 80 км/ч. На рисунке представлен график, на котором показано, как изменялось расстояние между ними с момента выезда до момента встречи. Найдите скорость автобуса. Через какое время после момента встречи с легковым автомобилем автобус доедет до пункта B? Считать, что скорости автобуса и автомобиля оставались постоянными во время всего движения.

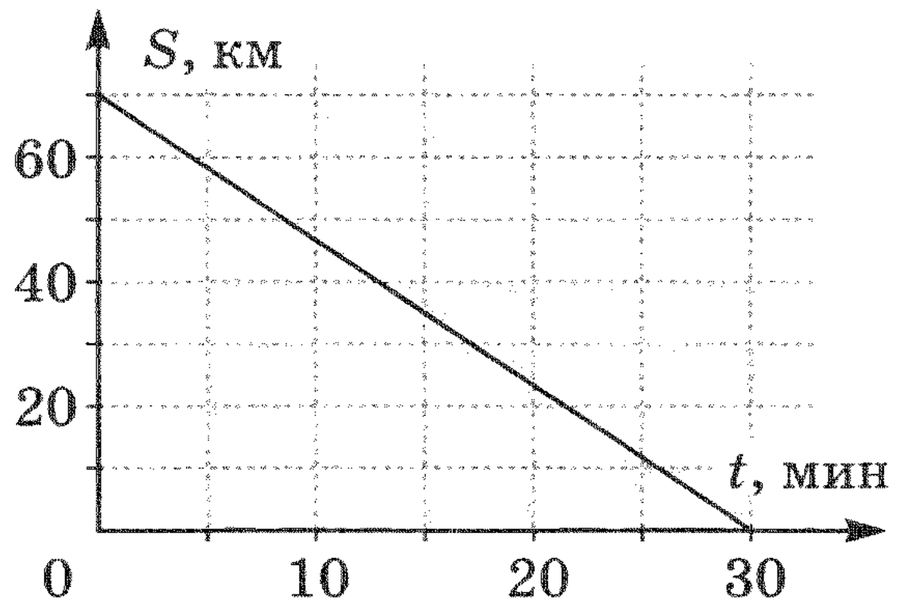


Рис. 2.306

2.307. Две машины едут навстречу друг другу. Графики зависимости скоростей машин от времени приведены на рисунке. Чему

равна средняя скорость сближения машин за первые 10 минут? Считайте, что машины не успели встретиться.

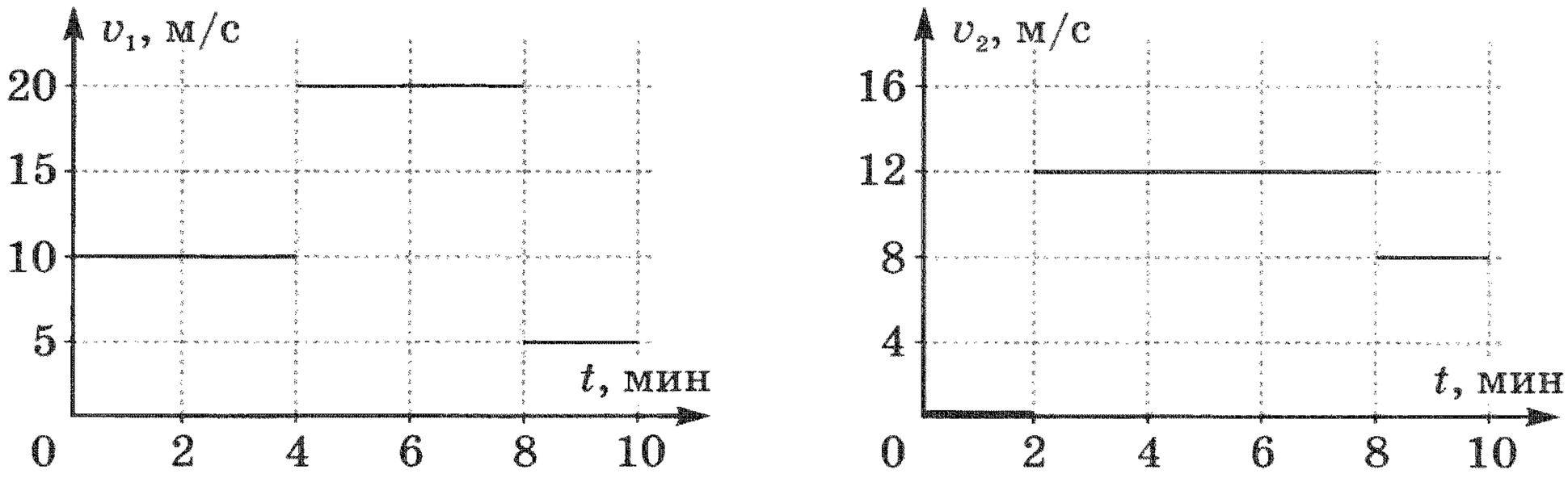


Рис. 2.307

2.308. Два трамвая, движущиеся со скоростями 10 м/с во встречных направлениях, проходят прямолинейный участок пути длиной 480 м. Внутри трамваев, длина которых 12 м, от передней площадки к задней и обратно ходят кондукторы со скоростями 1 м/с. В середине участка кондукторы поравнялись, находясь на задних площадках. Постройте графики зависимостей пути и скорости кондукторов относительно земли от времени с момента встречи кондукторов до момента достижения ими концов участка. Через какое время с момента встречи кондукторы окажутся на концах участка?

2.309. Тело, увеличивая за равные промежутки времени скорость на равную величину из состояния покоя, прошло некоторый путь. Определите отношение средней скорости тела на второй половине времени движения к средней скорости на всем пути.

2.310. Тело увеличивало за равные промежутки времени скорость на равную величину из состояния покоя. Определите отношение средней скорости движения тела на второй половине пути к средней скорости на первой половине пути.

2.311. Тележка, спускаясь без начальной скорости, разогналась до скорости v, пройдя расстояние S. За равные промежутки времени скорость увеличивалась на равную величину. Затем она проехала такое же расстояние S, двигаясь со скоростью v равномерно. Определите среднюю скорость тележки за все время движения.

Олимпиадные задания

2.312. Мальчик смог переплыть быструю горную речку за минимальное время. Ширина реки 100 м. Скорость мальчика относительно воды постоянна и равна 1 м/с. Зависимость скорости течения от расстояния до берега приведена на рисунке. На какое расстояние вниз по реке от места старта мальчика снесло течением? Можно считать, что в любом месте реки скорость течения направлена вдоль берегов.

2.313. Мальчик смог переплыть горную речку за минимальное время. Ширина реки 100 м. Скорость мальчика относительно воды постоянная 1 м/с. Зависимость скорости течения от расстояния от берега приведена на графике. На какое расстояние вниз по реке его снесло течением? Считайте, что в любом месте реки скорость течения направлена вдоль берегов.

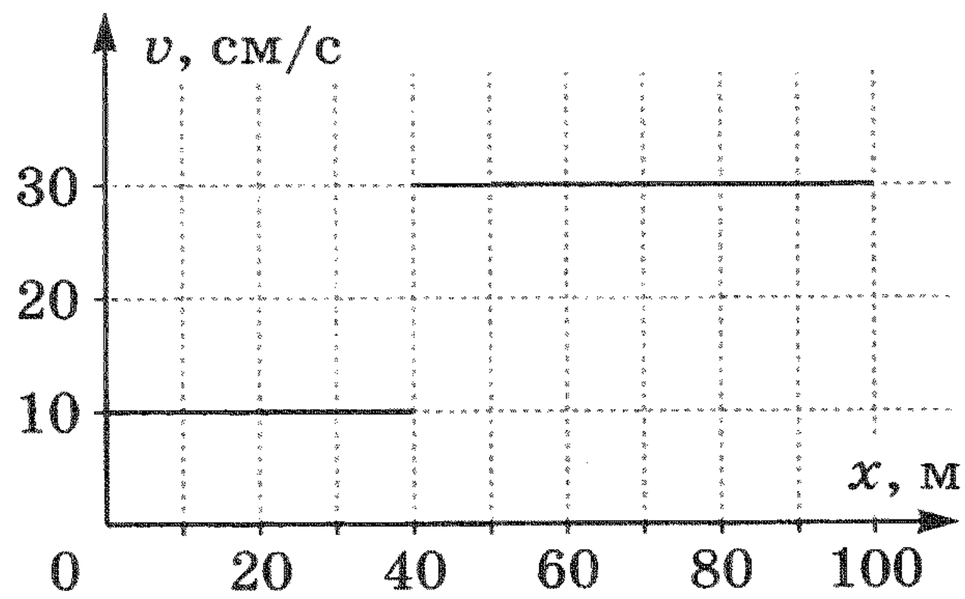


Рис. 2.312

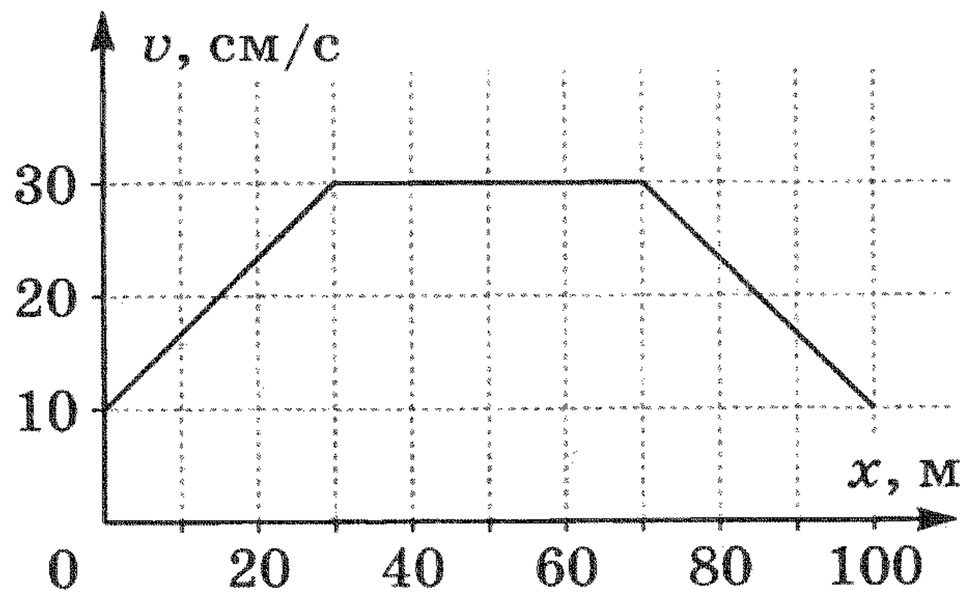


Рис. 2.313

2.314. Петя прогулялся по берегу от деревни Петрово до деревни Васино и, не задерживаясь, вернулся назад. Его скорость во время прогулки была почти постоянной и равной скорости течения реки. Одновременно с Петей тем же самым маршрутом на лодке отправился Вася. До Васино он добрался втрое быстрее Пети и тоже, не задерживаясь, вернулся в Петрово. Сколько времени плавал на лодке Вася, если прогулка Пети длилась 120 мин? Через какое время после старта мальчики встретились? Определите, в какие моменты времени после старта расстояние между мальчиками было максимальным. Скорость лодки относительно воды можно считать постоянной.

2.315. Машина ехала из деревни в город и постепенно дорога улучшалась. График зависимости пройденного пути от скорости приведен на рисунке. Определите среднюю скорость машины за все время движения.

2.316. Два велосипедиста: один в синей майке, другой в желтой, одновременно стартуют из города A и едут по шоссе в соседний город C, иногда обгоняя друг друга. Графики зависимости скорости велосипедистов от времени приведены на рисунке. На каком расстоянии от места старта спортсмен в синей майке догнал и перегнал желтого? Скорость велосипедистов выражена в неизвестных единицах измерения, а время – в интервалах времени кратных τ. Известно, что желтый велосипедист сошел с дистанции, а синий проехал все расстояние $S = 40{,}5$ км между городами.

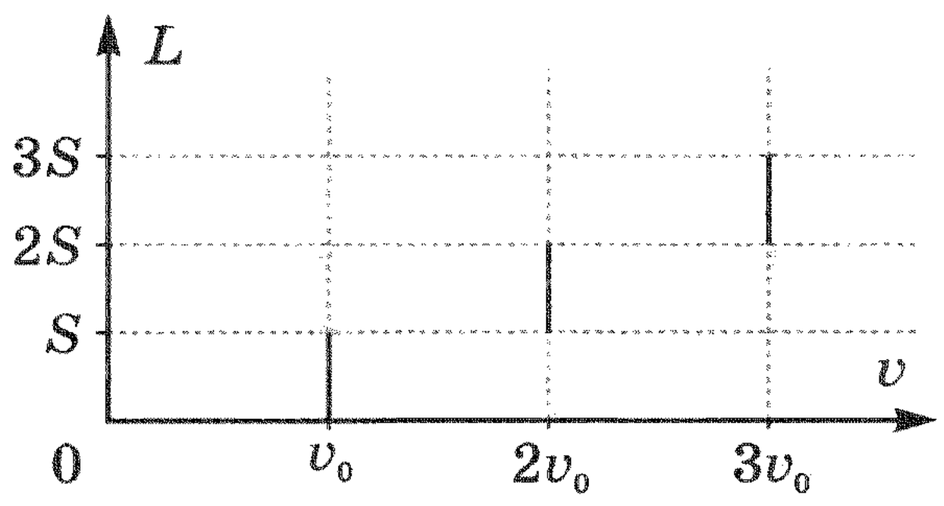


Рис. 2.315

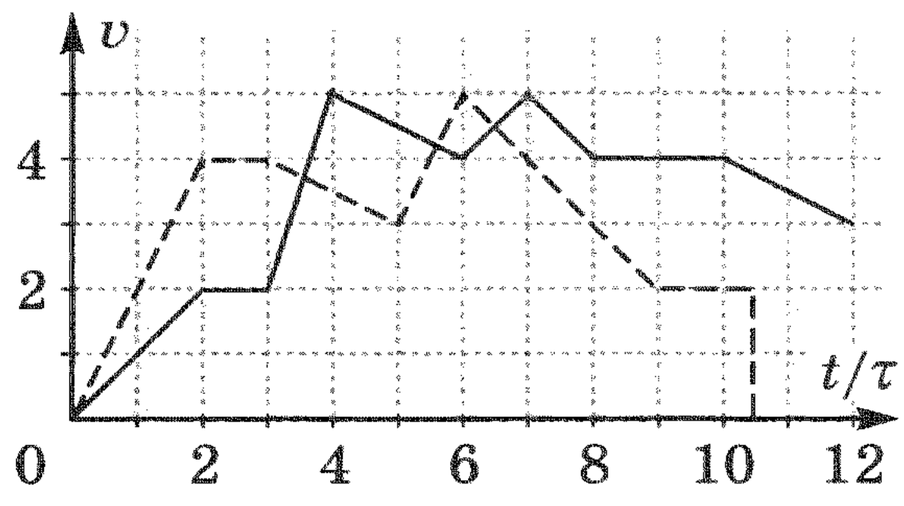


Рис. 2.316

2.317. Два семиклассника после уроков решили устроить в поле пробежку по прямой дороге. Графики зависимости скорости от времени для первого и второго мальчиков приведены на рисунке. Через какое время после старта один мальчик обгонит другого? Единицы измерения скорости остались известными только самим семиклассникам. Масштаб времени на графике дан в условных интервалах. Один интервал $\tau = 40$ с.

2.318. Два мальчика, гуляя с собакой, вместе вошли в парк и побежали наперегонки по прямой дорожке к речке, до которой оставалось 1000 м пути. Собака, не желая обижать никого из мальчиков, все время бежала точно посередине между ними. Зависимости скоростей мальчиков от времени приведены на графике. К сожалению, единицы измерения по одной из осей не сохранились, но известно, что за 10 минут мальчики добежали до речки. Определите минимальную скорость собаки за первые 8 минут прогулки.

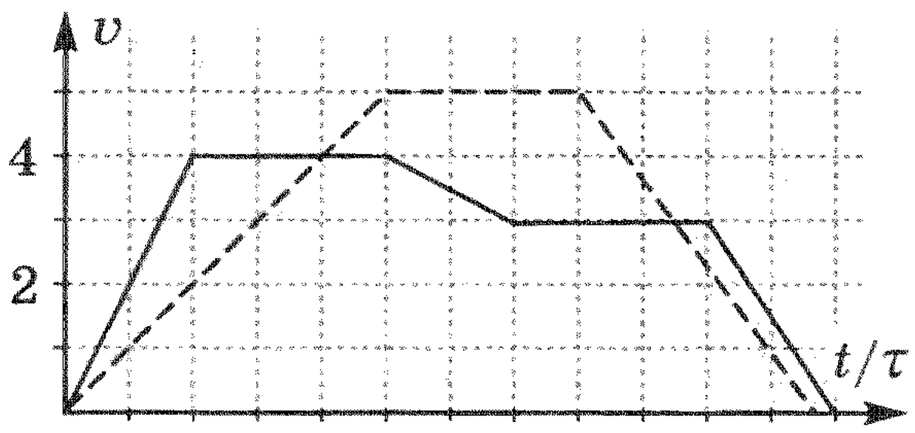


Рис. 2.317

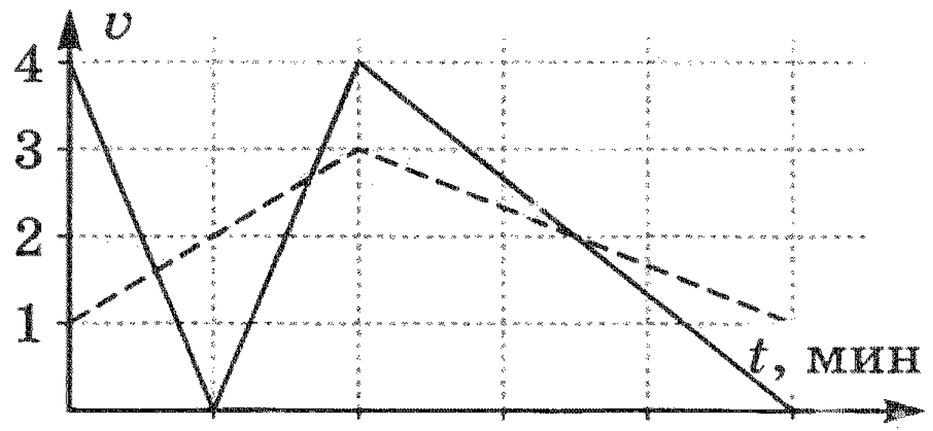


Рис. 2.318

2.319. Машина половину пути ехала равномерно, затем, въехав на плохой участок дороги, стала двигаться медленнее, но тоже с постоянной скоростью. На графике приведена зависимость средней скорости машины от времени движения. К сожалению, при движении по плохой дороге на график пролили кофе, и часть информации пропала. Определите:

а) путь, пройденный машиной за все время движения; время движения на первой половине пути;

б) скорость машины на втором участке;

в) значение средней скорости через 60 с после начала движения.

2.320. Автомобиль часть пути ехал с постоянной скоростью v_1, а затем, выехав на асфальт, поехал быстрее с другой постоянной скоростью v_2. На рисунке приведен график зависимости средней скорости автомобиля от пройденного им пути. К сожалению, часть графика от времени выцвела, и на нем остались лишь отдельные фрагменты. Определите значения скоростей v_1 и v_2. Сколько времени длилось движение по грунтовой дороге? Какого значения достигла средняя скорость автомобиля к сотому километру пути?

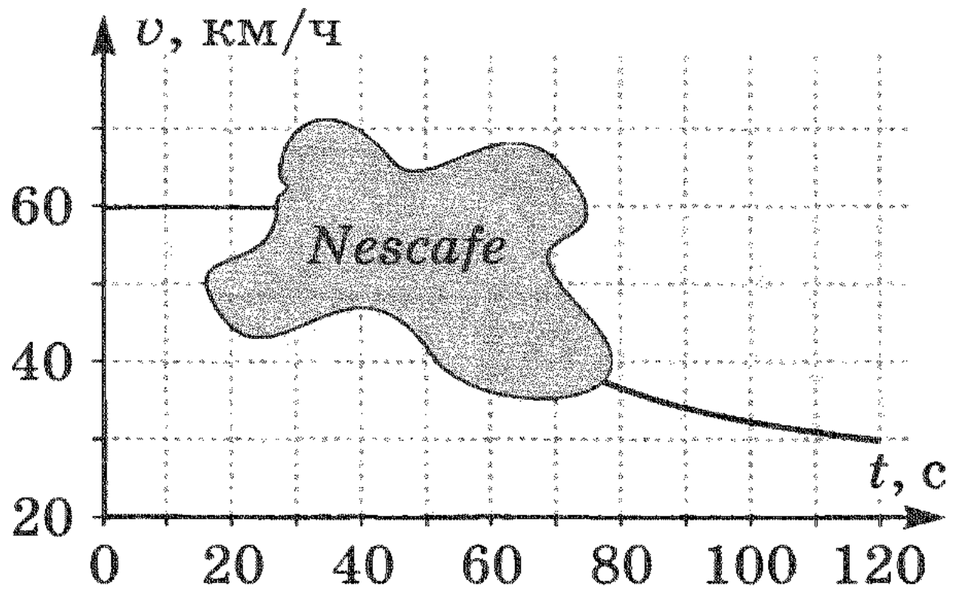


Рис. 2.319

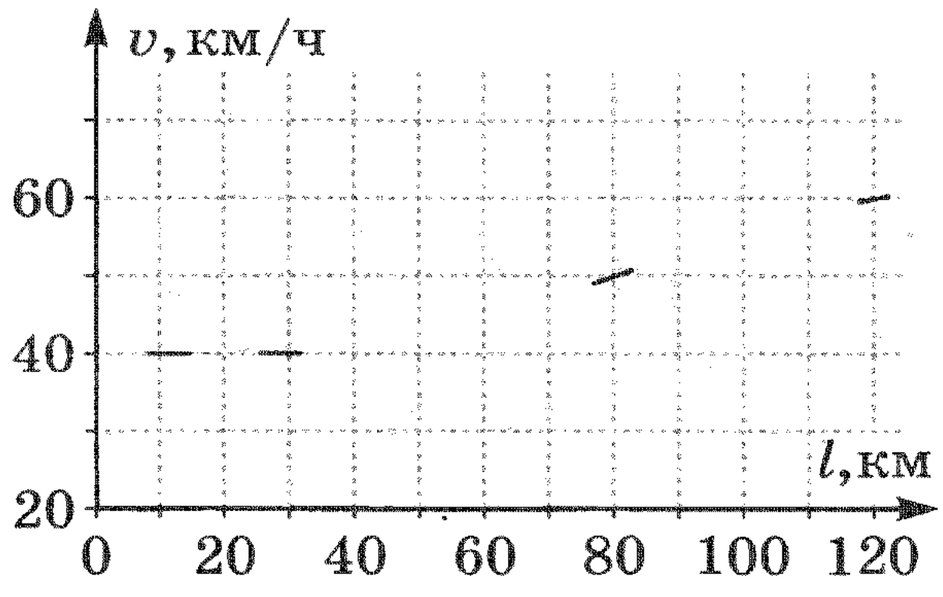


Рис. 2.320

2.321. На кондитерской фабрике провели исследование причин образования затора из конфет на ленте транспортера перед упаковочной машиной. Оказалось, что в зависимости от концентрации конфет (их числа на 1 м длины ленты транспортера) упаковочная машина автоматически корректирует скорость ленты, чтобы справиться с упаковкой. Исследователи свои результаты представили на графике зависимости скорости ленты от концентрации n конфет на ней (см. рисунок). Из графика видно, что при больших скоростях ленты упаковочная машина, из-за особенностей механизма срабатывания, успевает обрабатывать небольшие концентрации конфет. При больших концентрациях приходится скорость ленты сильно снижать, и производительность конвейера падает. Какое максимальное количество конфет в минуту может обработать упаковочная машина? Масштаб по осям графика дан в условных единицах, кратных $v_0 = 0{,}2$ м/с и $n_0 = 4$ конфеты/метр.

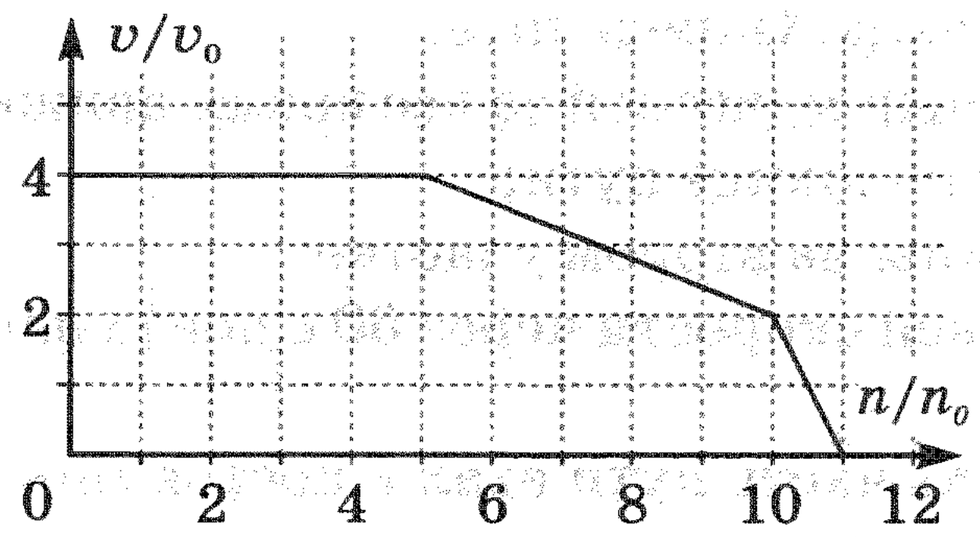


Рис. 2.321

2.322. Экспериментатор Глюк исследовал движение солнечного зайчика, который изначально покоился, затем с постоянной скоростью пробежал вдоль прямой, а в конце опять замер. Для этого он раз в минуту записывал в таблицу координату зайчика. Правда, несколько раз он отвлекался и пропускал измерения (в таблице прочерки). Помогите экспериментатору определить, чему была равна скорость зайчика, время его движения и в какой момент времени зайчик начал свое движение. Кроме этого, заполните пропуски в таблице:

t, мин	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x, м	0	0	0	7	–	27	–	47	–	–	50

2.323. Две машины едут по прямой дороге навстречу друг другу. Графики зависимости скоростей машин от пройденного рассто-

яния приведены на рисунке. Вначале расстояние между машинами было 20 км. Чему равна средняя скорость сближения машин за время до их встречи? С какой максимальной скоростью сближались машины? Сколько времени длилось сближение с максимальной скоростью? *Примечание:* скорость сближения равна отношению изменения расстояния между телами ко времени, за которое расстояние изменялось.

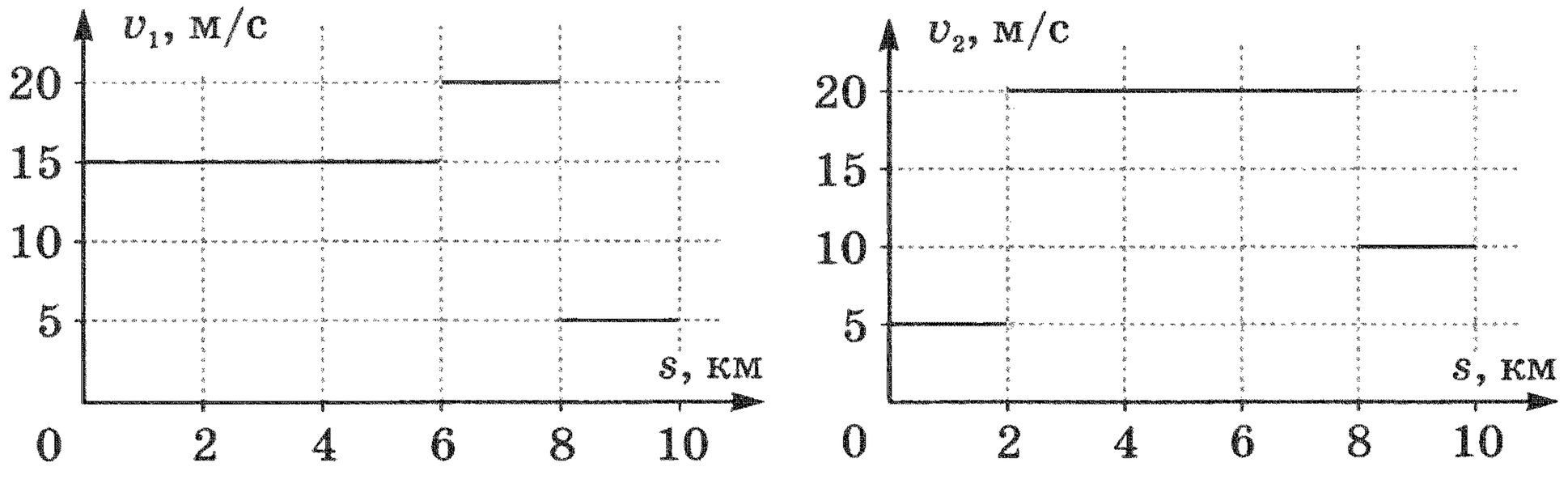


Рис. 2.323

2.324. По прямой дороге навстречу друг другу выехали два мотоциклиста. Причем второй начал движение на 2 минуты позже первого. По графикам зависимости скорости мотоциклов от времени (см. рисунок) определите начальное расстояние между ними, если встреча произошла через $t = 10$ мин после начала движения первого.

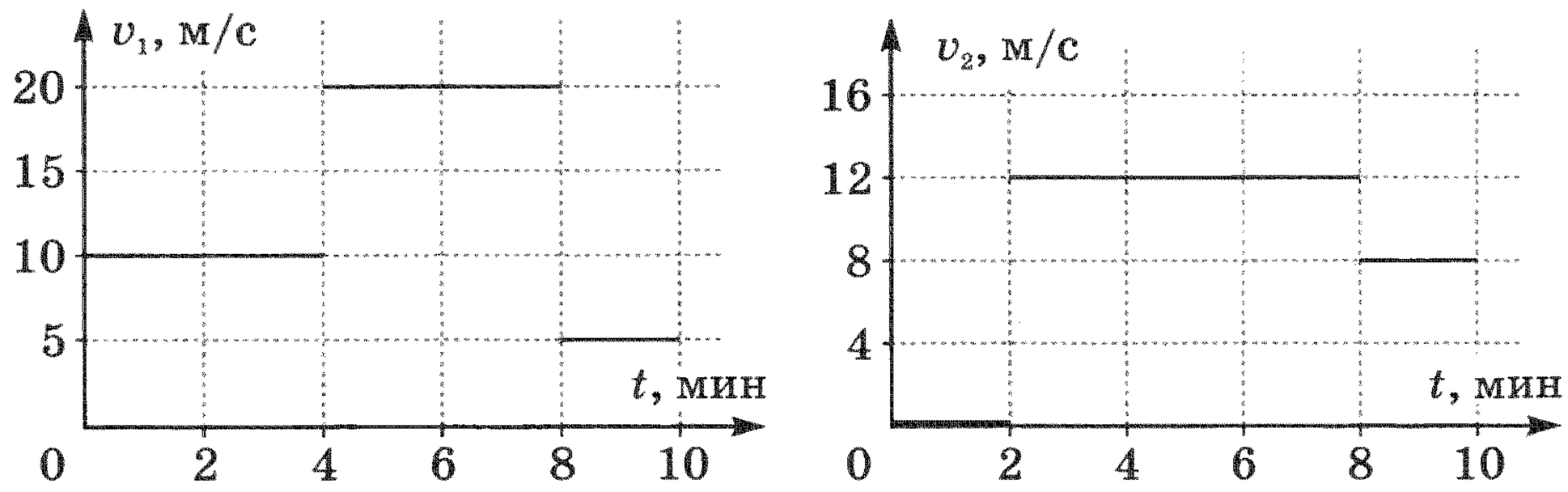


Рис. 2.324

2.325. Два мальчика решили устроить соревнование — кто быстрее проедет на велосипеде из пункта A в пункт B. Первый поехал со скоростью 5 м/с, через 10 мин проколол шину и вынужден был остановиться на 15 мин для ремонта, а затем стал двигаться дальше

со скоростью 24 км/ч и через 15 мин был у цели. Второй мальчик ехал весь путь без остановок со скоростью 18 км/ч. Кто выиграл соревнование? Постройте график зависимости пути от времени для движения обоих мальчиков.

2.326. Для тела, движущегося с постоянной по модулю скоростью, получен график зависимости модуля перемещения s от пути L (см. рисунок). Определите модуль скорости тела, если известно, что все движение заняло $t = 20$ с. Изобразите возможную траекторию тела.

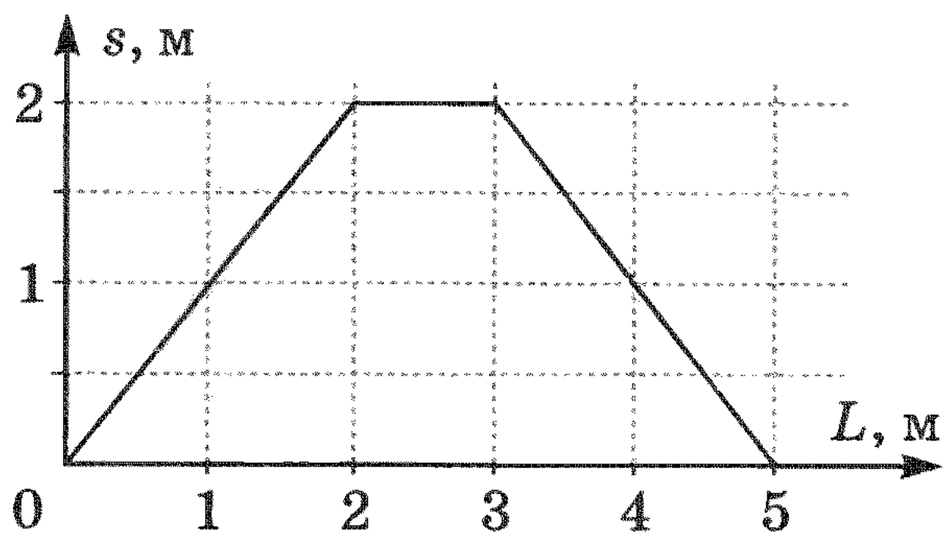
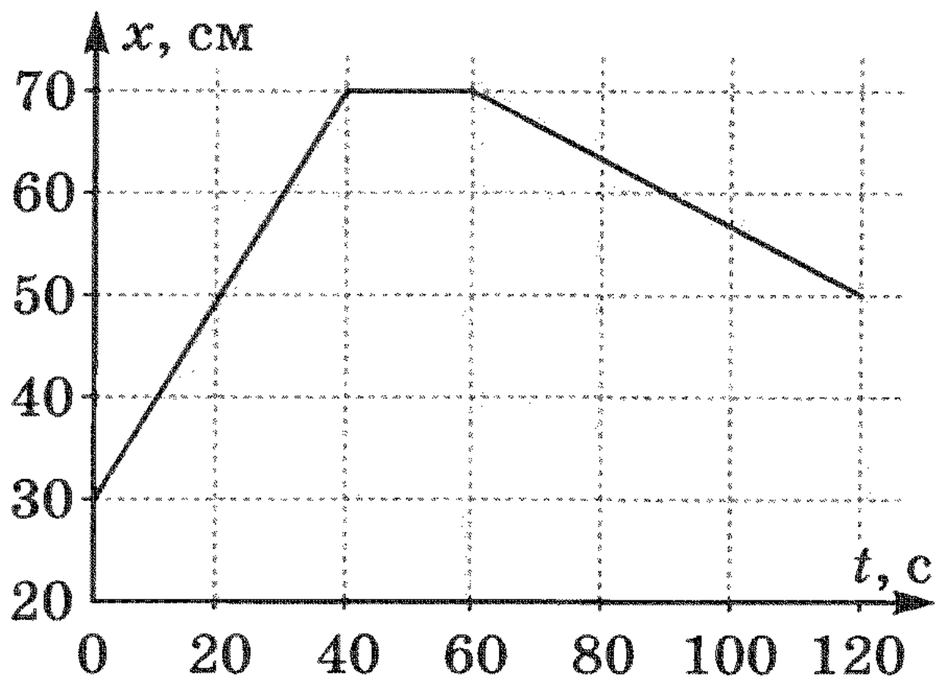


Рис. 2.326

2.327. Экспериментатор Глюк на большом лабораторном столе проводил испытания модели вездехода. Координатную ось Ox он направил вдоль длинного края стола. Зависимости координаты модели $x(t)$ и пройденного им пути $s(t)$ от времени приведены на графиках (см. рисунок). Опишите характер движения вездехода (словами или сделав рисунок). Определите, с какой максимальной скоростью двигался вездеход. На каком расстоянии друг от друга находятся начальная и конечная точки его движения?



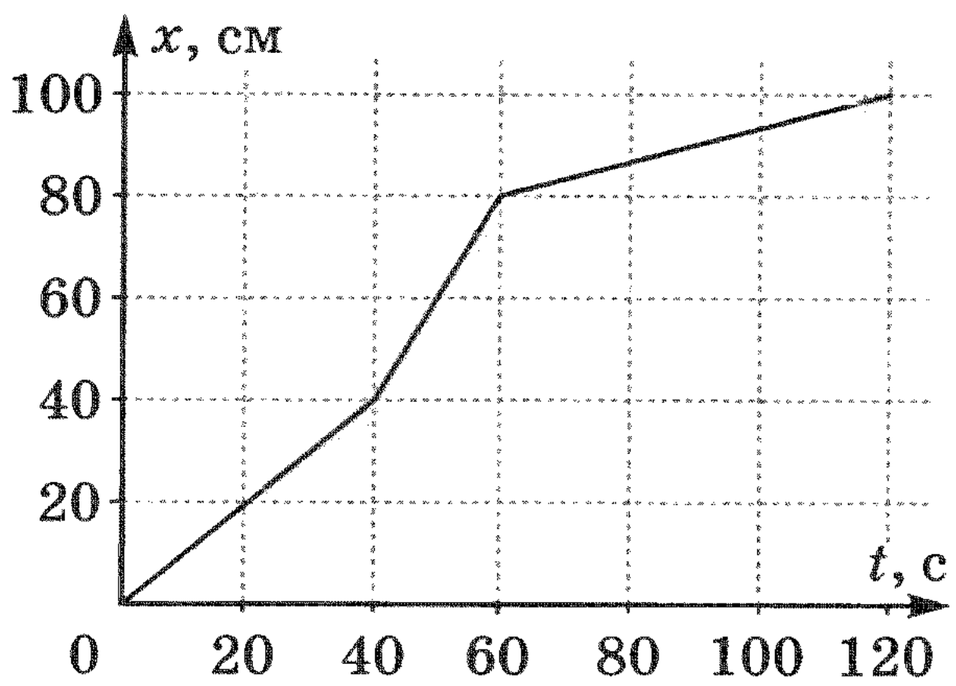


Рис. 2.327

2.328. Модель вездехода движется по горизонтальной поверхности, в плоскости которой находится прямоугольная система координат Oxy. На рисунке приведены графики зависимости проекций скорости v_x и v_y этого вездехода от времени t. Найдите наибольшее расстояние между точками траектории вездехода, если он ехал 5 минут.

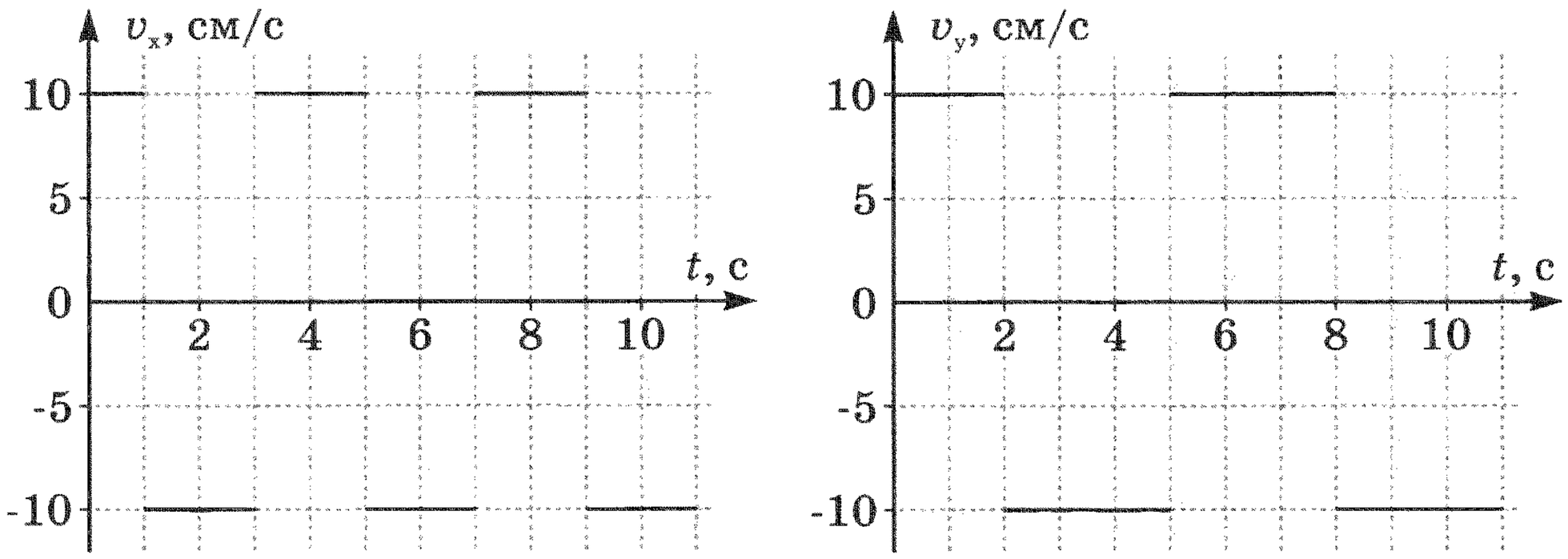


Рис. 2.328

2.329. На графике приведена зависимость средней скорости автомобиля от времени (см. рисунок). Чему равна разность скоростей автомобиля $(v_1 - v_2)$ в моменты времени $t_1 = 1$ мин и $t_2 = 8$ мин соответственно?

2.330. На графике приведена зависимость средней скорости автомобиля от времени (см. рисунок). Чему равна разность скоростей автомобиля $(v_1 - v_2)$ в моменты времени $t_1 = 2$ мин и $t_2 = 5$ мин соответственно?

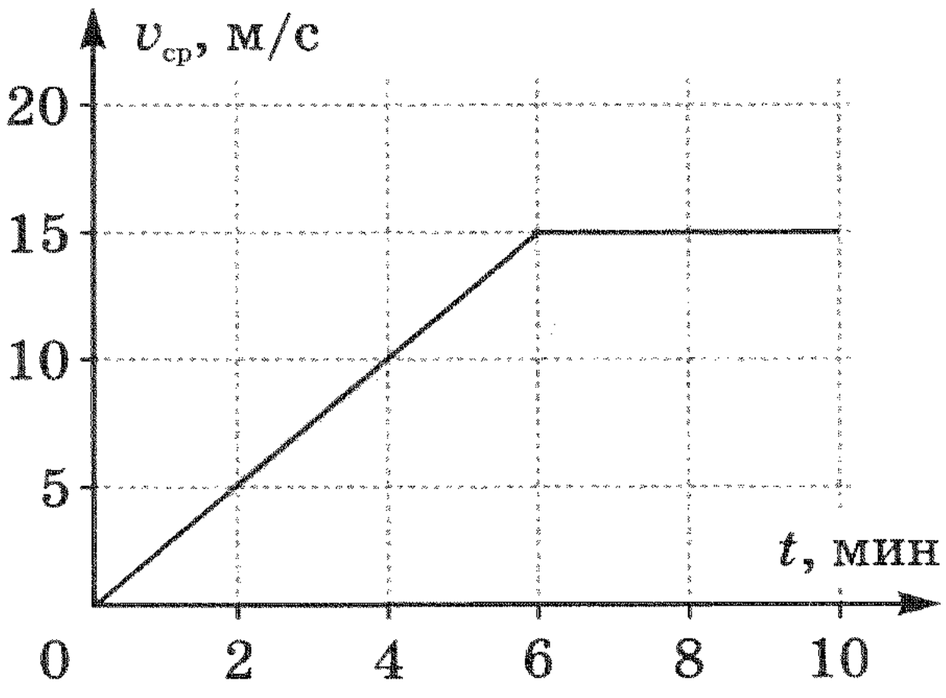


Рис. 2.329

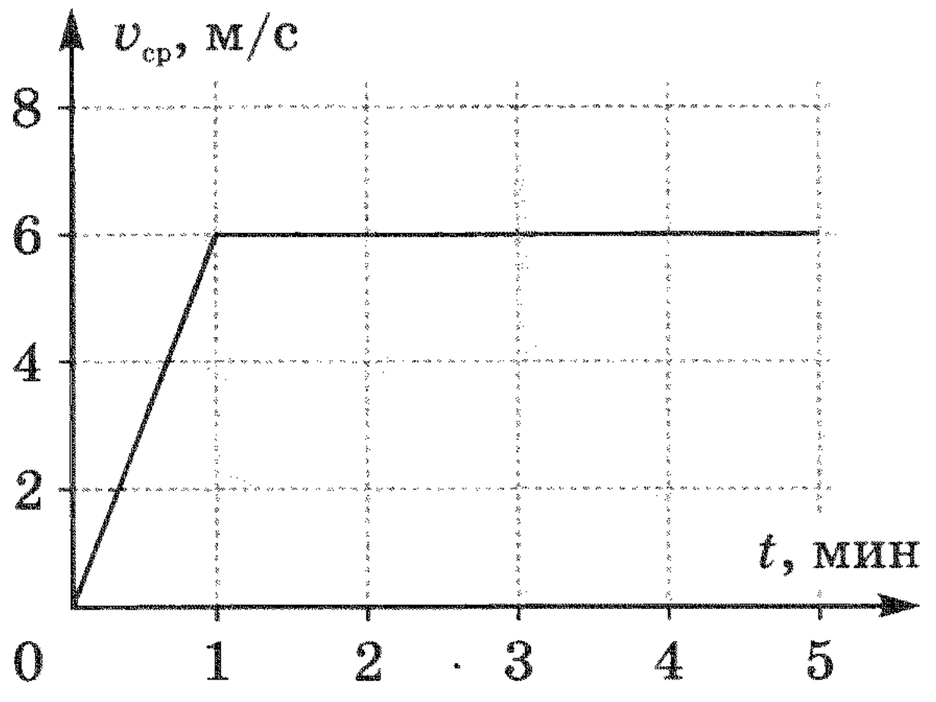


Рис. 2.330

2.331. На графике представлена зависимость средней скорости машины от пройденного пути (см. рисунок). Определите среднюю скорость машины на участке, где она разгонялась.

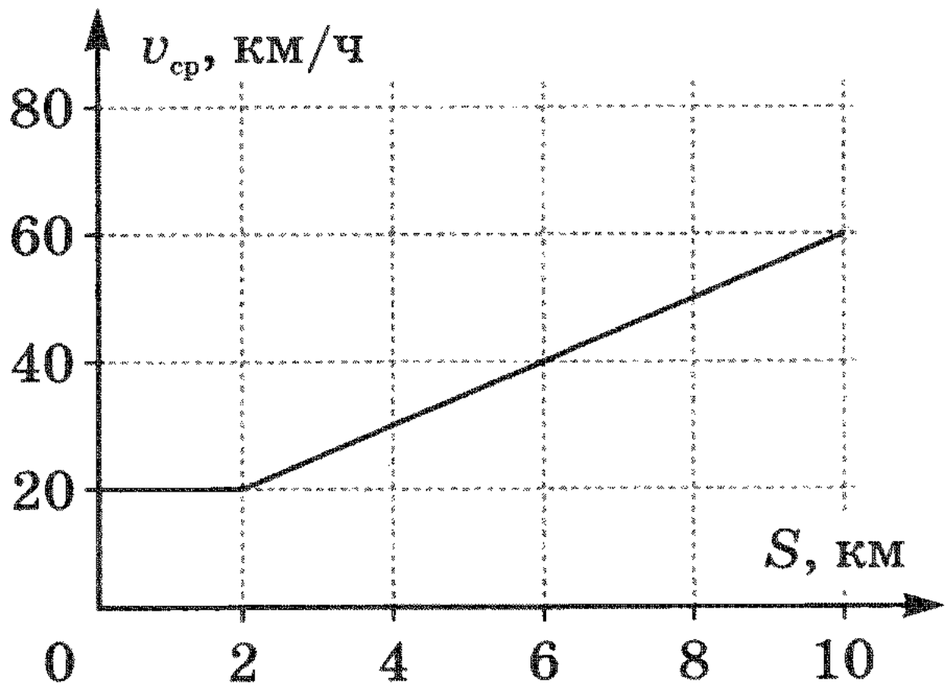


Рис. 2.331

2.332. По прямой дороге навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Причем первый начал движение на 2 минуты позже второго. По графику зависимости скорости первого велосипедиста от времени и графику зависимости средней скорости второго велосипедиста от времени определите начальное расстояние между ними (см. рисунок). Решите задачу для случаев, в которых встреча велосипедистов происходит в моменты времени: а) $t = 6$ мин; б) $t = 8$ мин; в) $t = 10$ мин с момента начала движения второго.

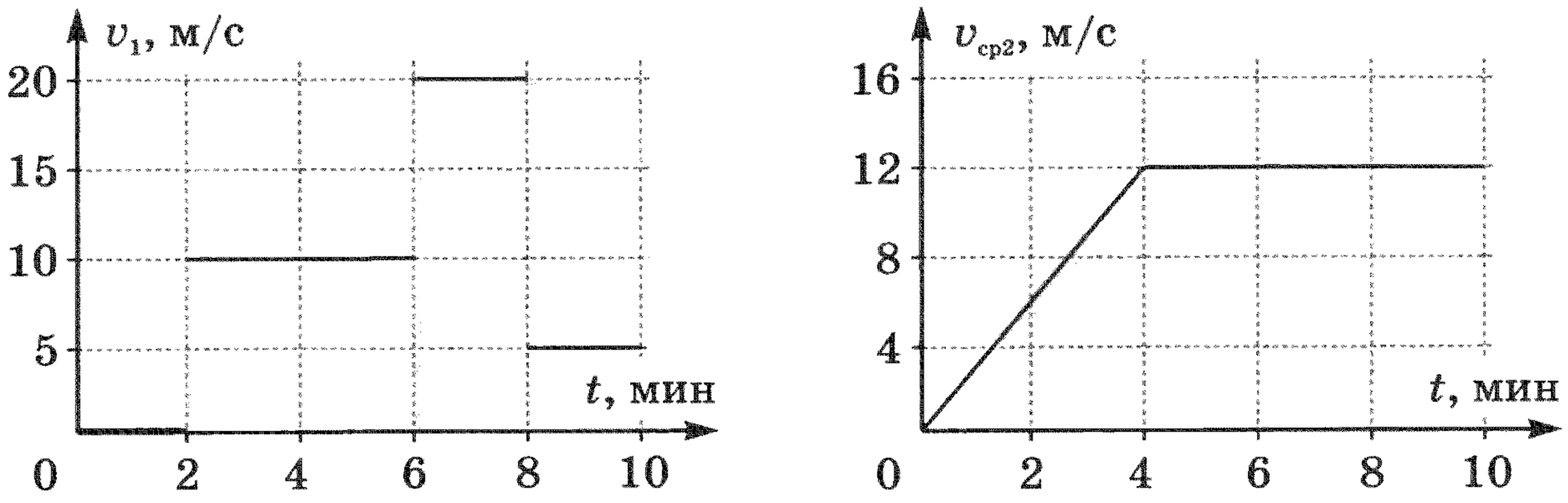


Рис. 2.332

2.333. На рисунке приведен график зависимости координаты движущегося тела от времени движения. К сожалению, масштаб по осям оказался утерян. Но сохранилась информация, что по ходу движения максимальное значение средней путевой

скорости на 20 м/с превышало ее минимальное значение. Определите, с какой максимальной скоростью двигалось тело. Движение тела происходило вдоль одной прямой.

2.334. Двое часовых, двигаясь прямолинейно, охраняют с противоположных сторон один небольшой объект. Графики зависимости координат часовых от времени даны на рисунке. Постройте:
а) графики зависимости проекции скорости v_x часовых от времени
б) график зависимости проекции скорости u_x первого часового относительно второго от времени.

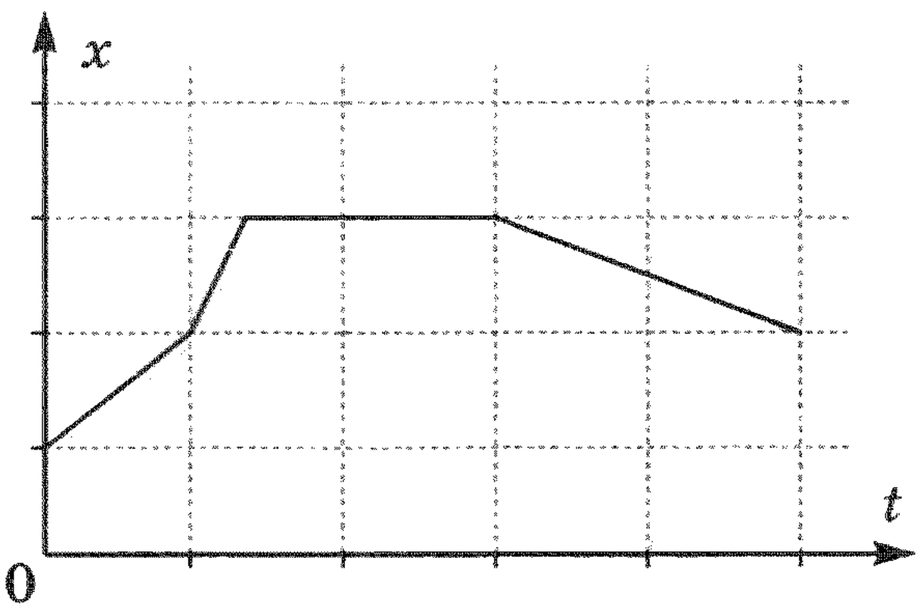


Рис. 2.333

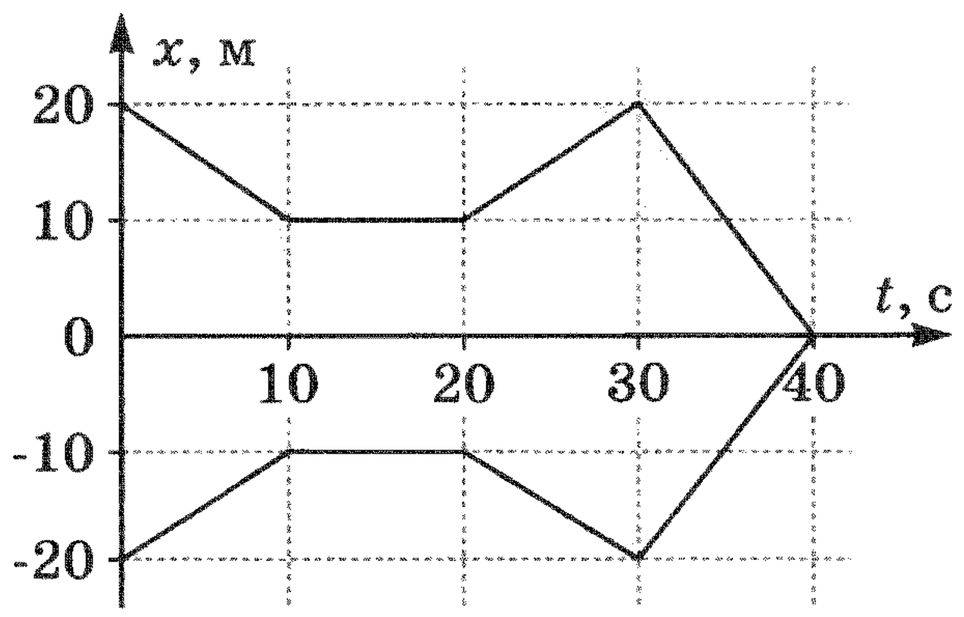


Рис. 2.334

2.335. Два спортсмена по команде тренера начинают бежать с линии старта по прямой дорожке в одном направлении. В определенные моменты времени они по свистку меняют свою скорость. Графики зависимости скорости каждого спортсмена от времени указаны на рисунке. Через какое время после старта они снова поравняются?

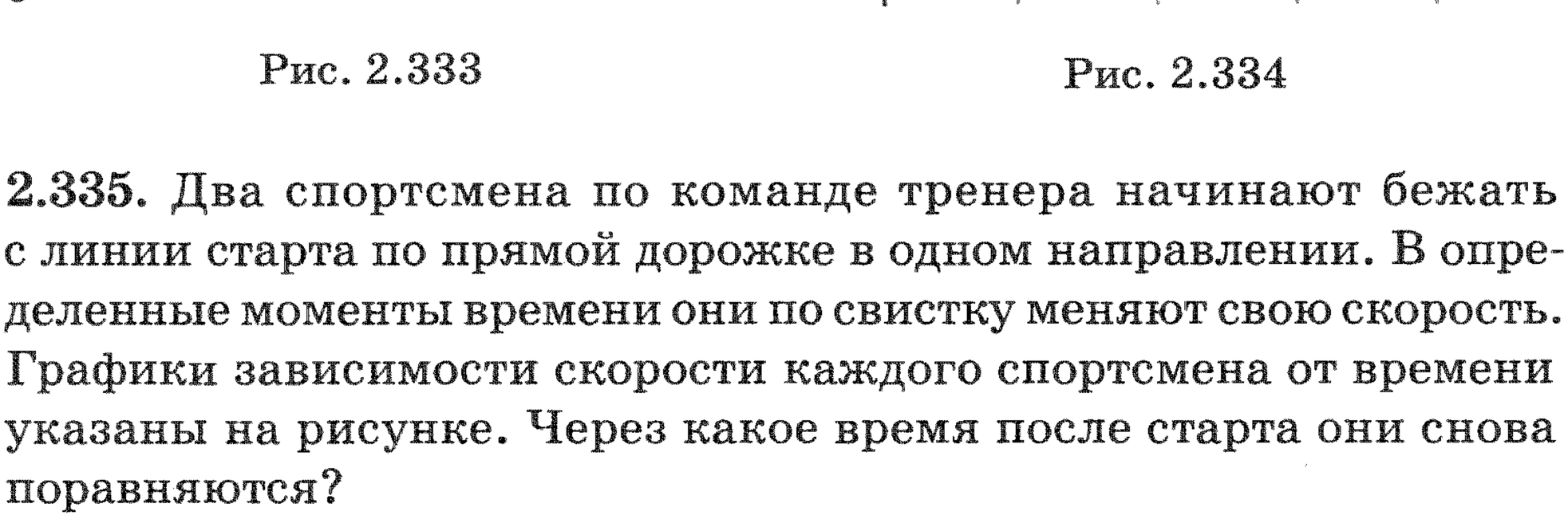


Рис. 2.335

2.336. Юноша и девушка участвуют в забеге на 100 м. К тому моменту, когда девушка пересекает линию финиша, юноша успевает пробежать 95 м, и девушка выигрывает забег с преимуществом в 5 м. В другом забеге на ту же дистанцию, чтобы уравнять шансы, девушка берет старт в 5 м позади стартовой черты. Кто выиграет второй забег? Для упрощения можно считать, что оба спортсмена бегут с постоянными скоростями.

2.337. На уроке физкультуры Петя и Маша бежали вместе по прямой дорожке, стартовав от школы. Затем Петя побежал быстрее, а Маша пошла. Через некоторое время ребята одновременно повернули обратно и достигли школы одновременно. Графики зависимости проекции скорости ребят на направление дорожки от времени даны на рисунке. Постройте график зависимости расстояния между Петей и Машей от времени.

2.338. На длинном прямом шоссе автомобили движутся с постоянной скоростью v_2 всюду, за исключением моста, на котором автомобили движутся с другой постоянной скоростью v_1. На рисунке изображен график зависимости расстояния l между двумя едущими друг за другом автомобилями от времени t. Найдите скорости v_1, v_2 и длину моста L.

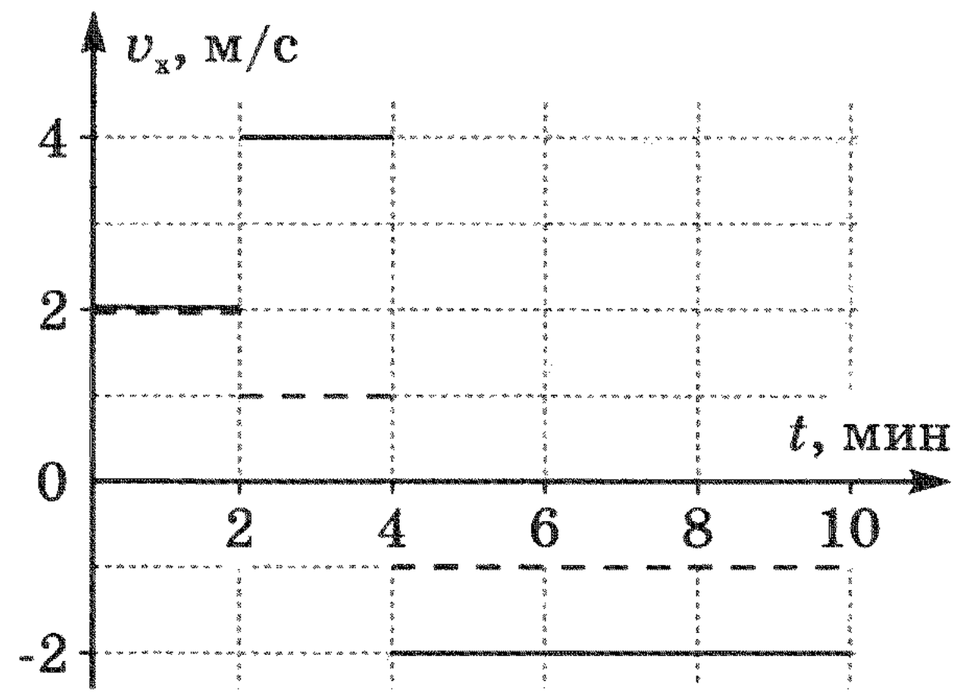


Рис. 2.337

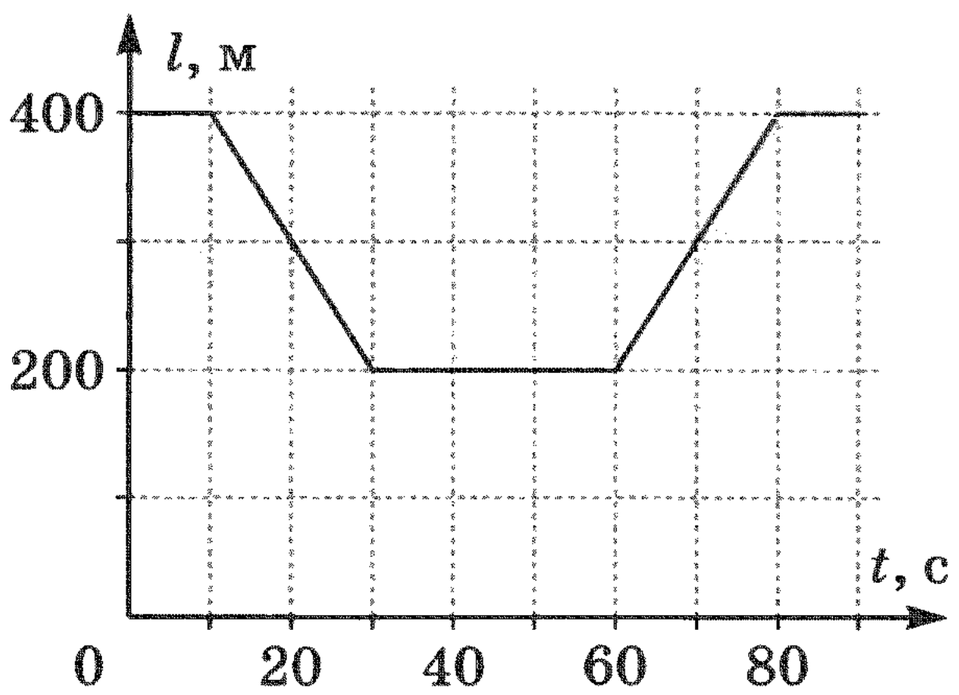


Рис. 2.338

2.339. Колонна грузовиков движется без остановок по шоссе с максимальными скоростями, допустимыми на различных участках шоссе. График зависимости скорости от пути, проходимого каждым автомобилем, показан на рисунке. При движении со скоростью 36 км/ч расстояние между автомобилями равно 100 м. На

каком расстоянии друг от друга движутся грузовики со скоростью 54 км/ч? Собственные размеры грузовиков малы.

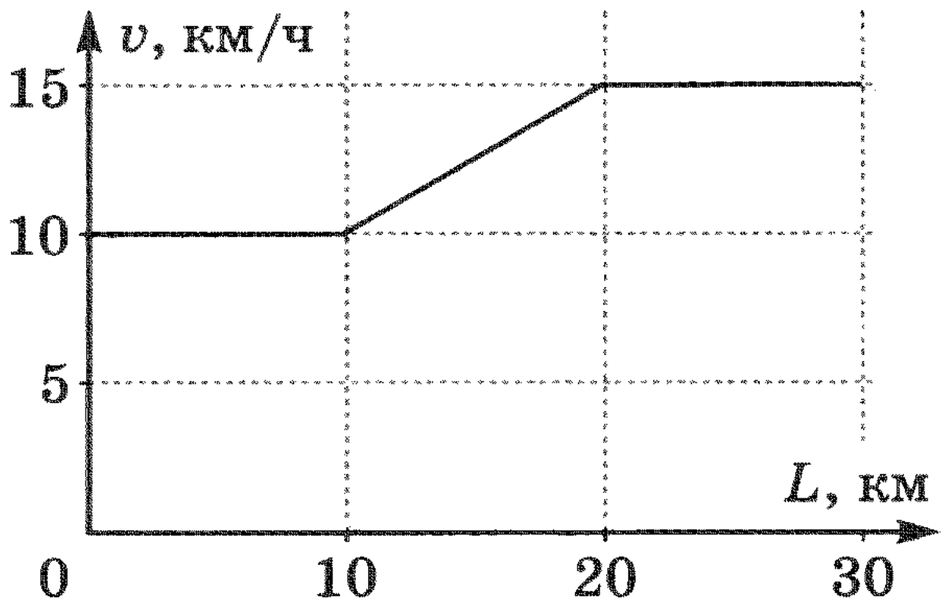


Рис. 2.339

2.340. Каждый раз к приходу поезда на станцию приезжает заводская машина, которая доставляет инженера на место работы. Однажды инженер приехал на станцию на час раньше обычного и, не дожидаясь машины, пошел на завод пешком. По дороге он встретил автомашину и приехал на завод на 10 мин раньше обычного. Сколько времени шел инженер до встречи с машиной?

2.341. На рисунке представлена зависимость скорости автомобиля от времени. При этом средняя скорость автомобиля на всем пути оказалась равна 30 км/ч. Определите, чему была равна скорость автомобиля на участке его равномерного движения.

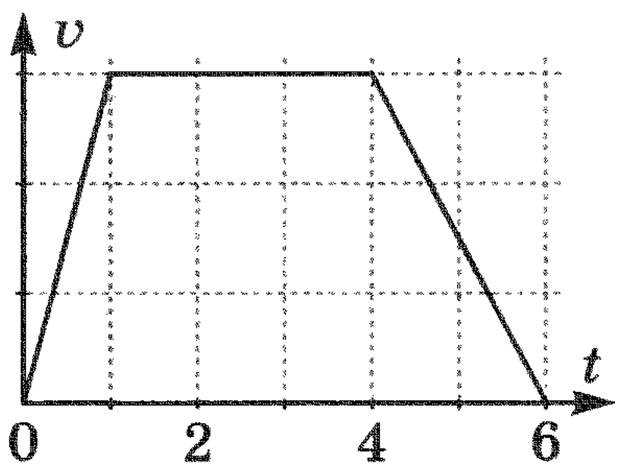


Рис. 2.341

2.342. Спортсмен пробежал расстояние $s = 100$ м за $t = 10$ с, из которых он $\tau = 2$ с потратил на разгон с постоянным ускорением, а остальное время двигался равномерно. Чему равна скорость его равномерного движения?

2.343. Спортсмен, пробежав стометровку, начал останавливаться в момент пересечения линии финиша и полностью остановился на расстоянии 5 м от нее. Определите, за какое время пробежал спортсмен дистанцию, если его наибольшая скорость во время бега была равна 10 м/с. Считайте, что скорость спортсмена при разгоне увеличивалась, а при торможении уменьшалась равномерно, время разгона и торможения одинаково.

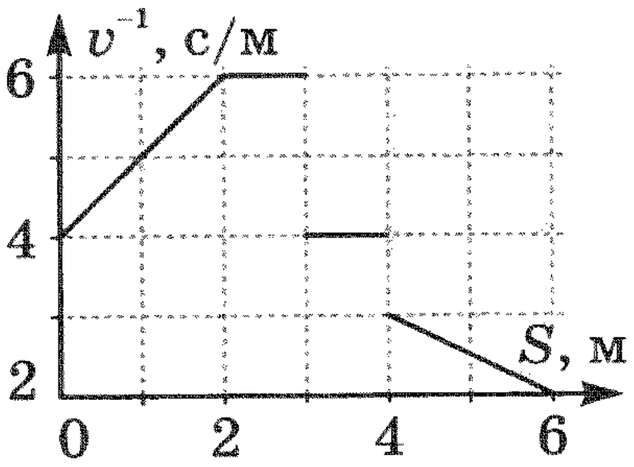


Рис. 2.344

2.344. Муравей несет к месту постройки муравейника соломинку. На рисунке представлен график зависимости обратной скорости v^{-1} от пройденного пути S. Определите среднюю скорость муравья на пути к стройке.

2.345. Верблюд идет по прямой от оазиса. Его скорость по мере удаления становится все меньше и меньше (назад хочет), причем можно считать, что она обратно пропорциональна расстоянию до оазиса. В точке A на расстоянии 10 км скорость равна 1 км/час. За какое время верблюд пройдет следующие 10 км? А еще 20 км?

2.346. По прямому участку шоссе двигается поток автомобилей. Их скорости примерно одинаковы и не меняются. На графике представлена зависимость скорости v, на которой предпочитают ехать водители, от количества машин n, приходящихся на 1000 м дороги (см. рисунок). Какое максимальное количество автомобилей может за час проехать мимо некоторой отметки на шоссе?

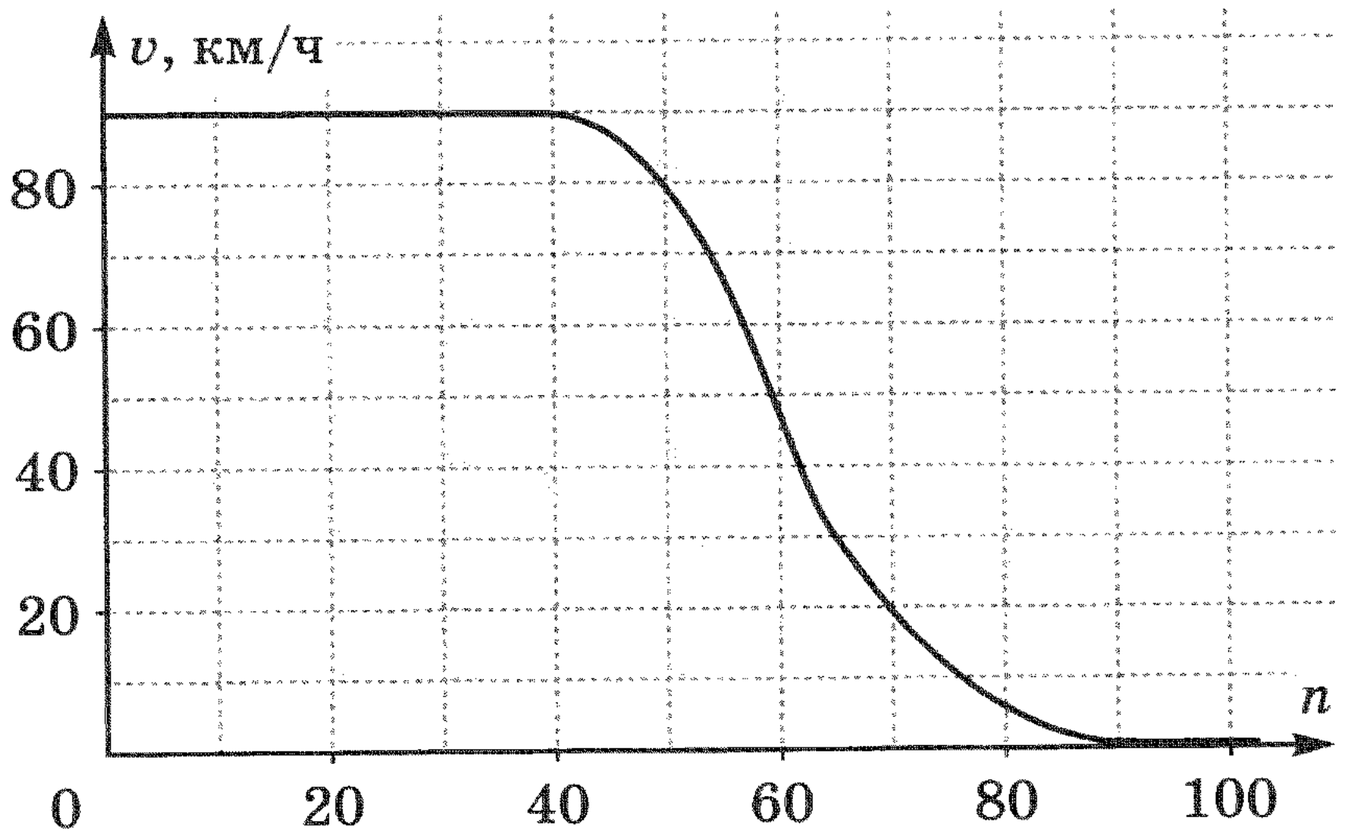


Рис. 2.346

2.347. Исследования пропускной способности однополосной односторонней автомобильной дороги показали, что с ростом скорости потока машин пропускная способность дороги может уменьшаться (график зависимости скорости потока от его интенсивности $v(n)$ приведен на рисунке). В предположении, что основная причина изменения пропускной способности связана с измене-

нием дистанции между машинами (расстояния от переднего бампера задней машины до заднего бампера передней), определите среднюю дистанцию s между автомобилями при скорости потока v и постройте график зависимости $s(v)$. Для упрощения можете считать, что все машины следуют с одинаковой скоростью и имеют одинаковую длину $L = 4$ м. Интенсивностью движения называется количество автомобилей, проезжающих мимо неподвижного наблюдателя в единицу времени.

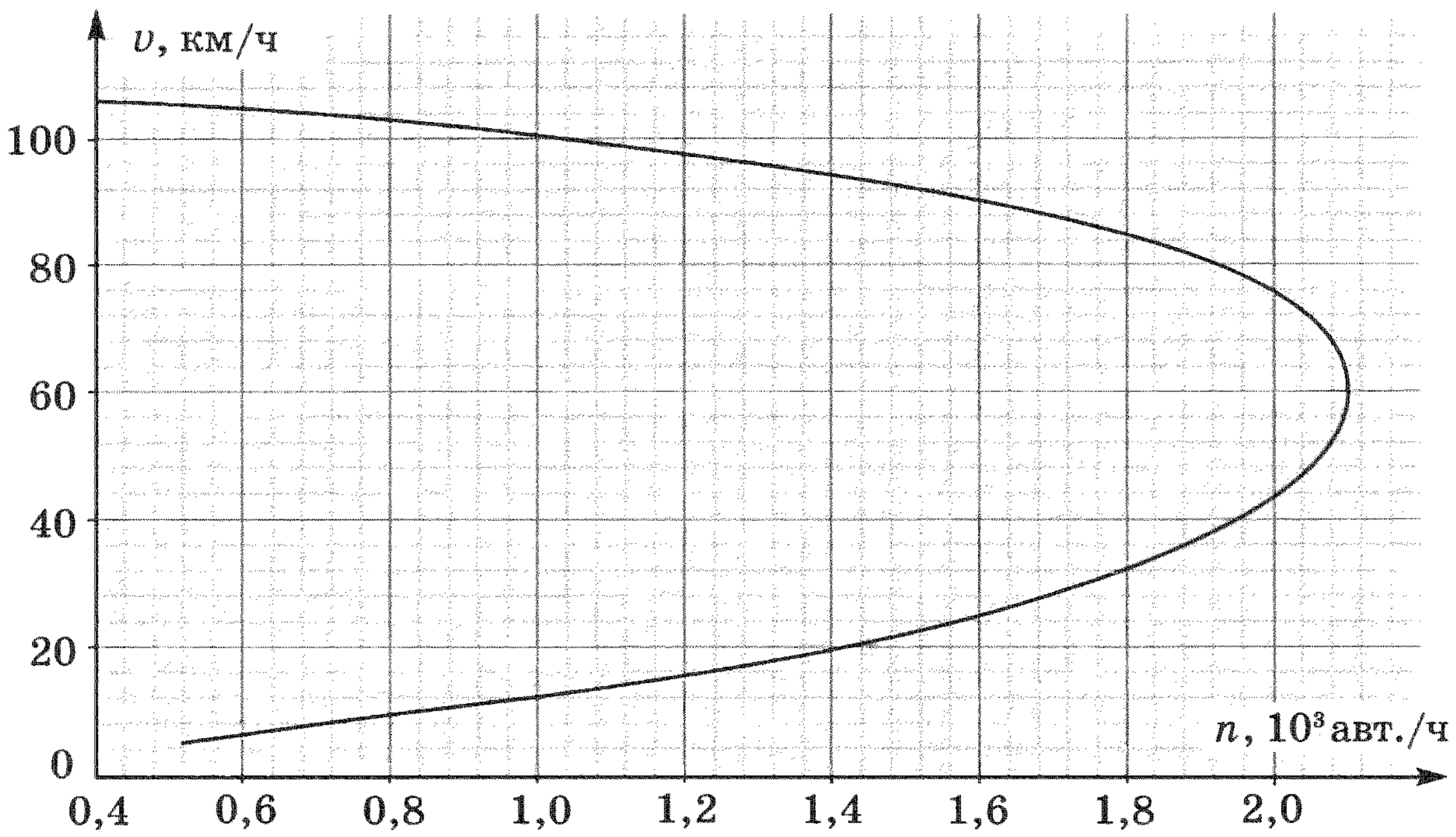


Рис. 2.347

2.348. По прямой дороге равнозамедленно (за равные промежутки времени скорость уменьшалась на равную величину) двигался автомобиль. В тот момент, когда автомобиль проезжал мимо пункта C, его скорость была равна $u_0 = 30$ км/ч. Тогда же из пункта C выехал мотоциклист, который двигался с постоянным ускорением в ту же сторону, что и автомобиль. Когда скорости автомобиля и мотоцикла сравнялись, расстояние от автомобиля до пункта C превышало расстояние от мотоцикла от пункта C на $s = 100$ м. Автомобиль остановился на расстоянии $3s$ от пункта C. Какова была скорость мотоцикла в момент остановки автомобиля? Какое расстояние L проехал мотоцикл к моменту остановки автомобиля?

2.5. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СВЯЗИ

Тренировочные задания

2.349. Танк едет со скоростью $v = 60$ км/ч. С какой скоростью движутся верхние траки гусеницы танка?

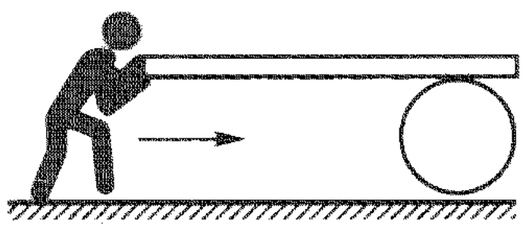


Рис. 2.350

2.350. Доска длиной L одним концом лежит на цилиндре. Другой конец удерживается человеком, который толкает ее вперед, вследствие чего цилиндр катится без проскальзывания (см. рисунок). Какой путь пройдет человек, дойдя до цилиндра?

2.351. Определите скорость тела u, считая скорость v известной (см. рисунок). Нити нерастяжимы, рычаги жесткие.

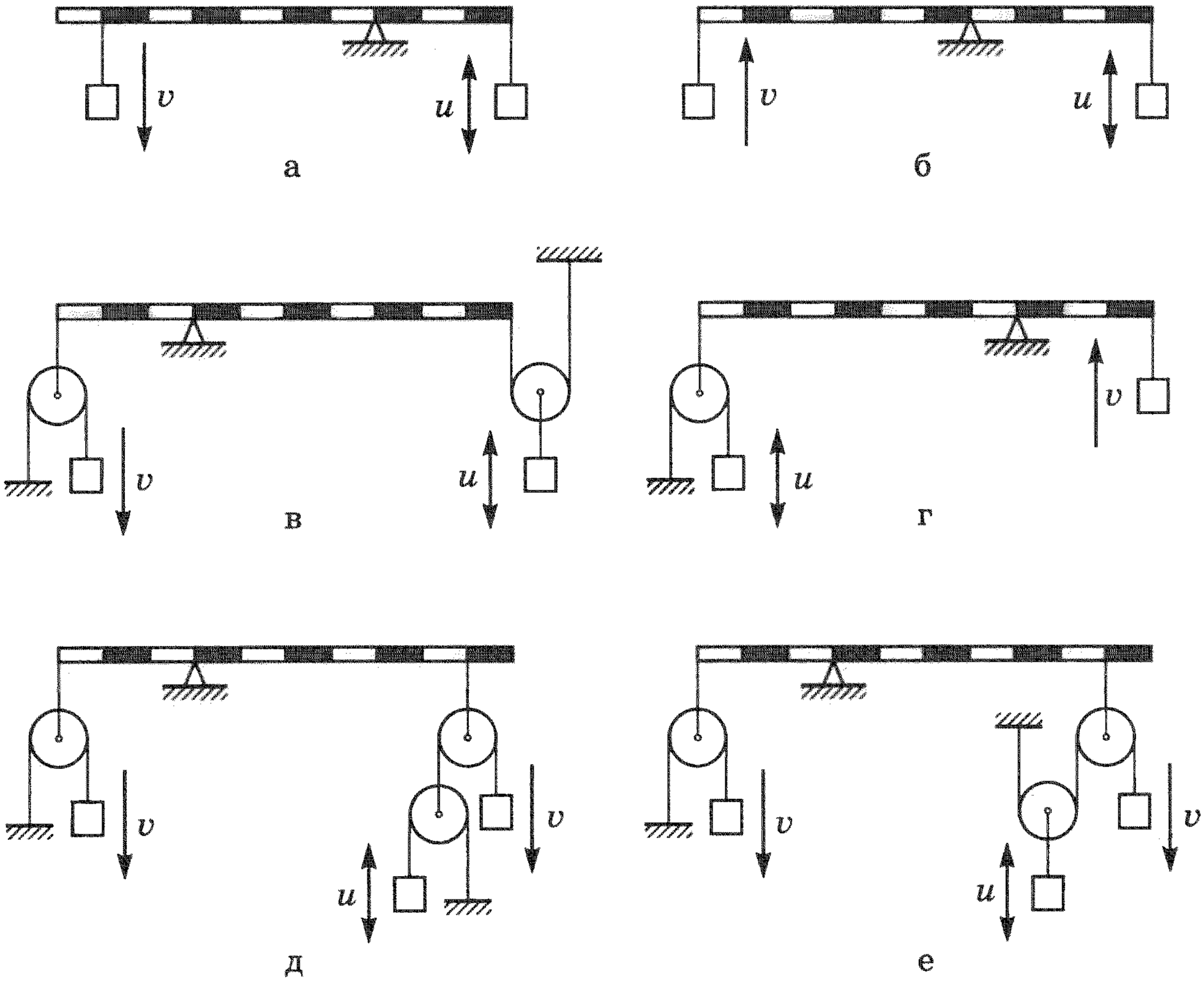


Рис. 2.351

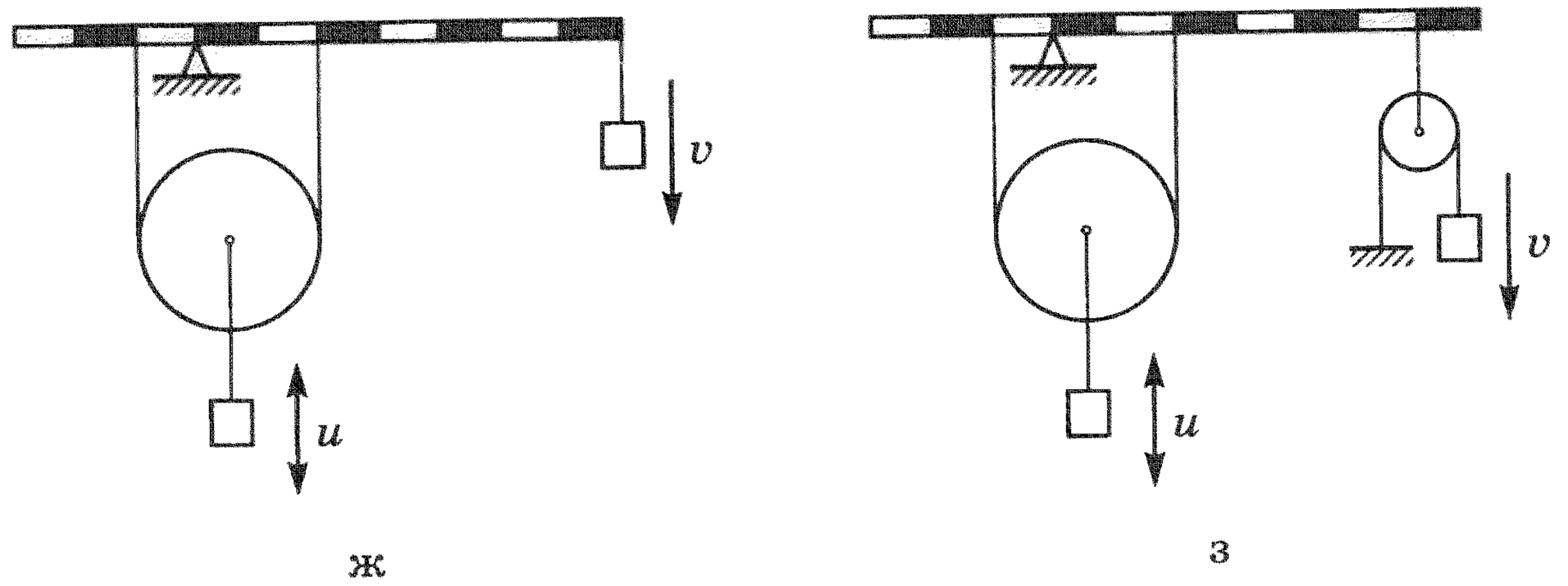


Рис. 2.351 (продолжение)

2.352. Определите скорость u, считая скорость v известной (см. рисунок). Нити нерастяжимы. Тела жесткие. Проскальзывания в блоках нет.

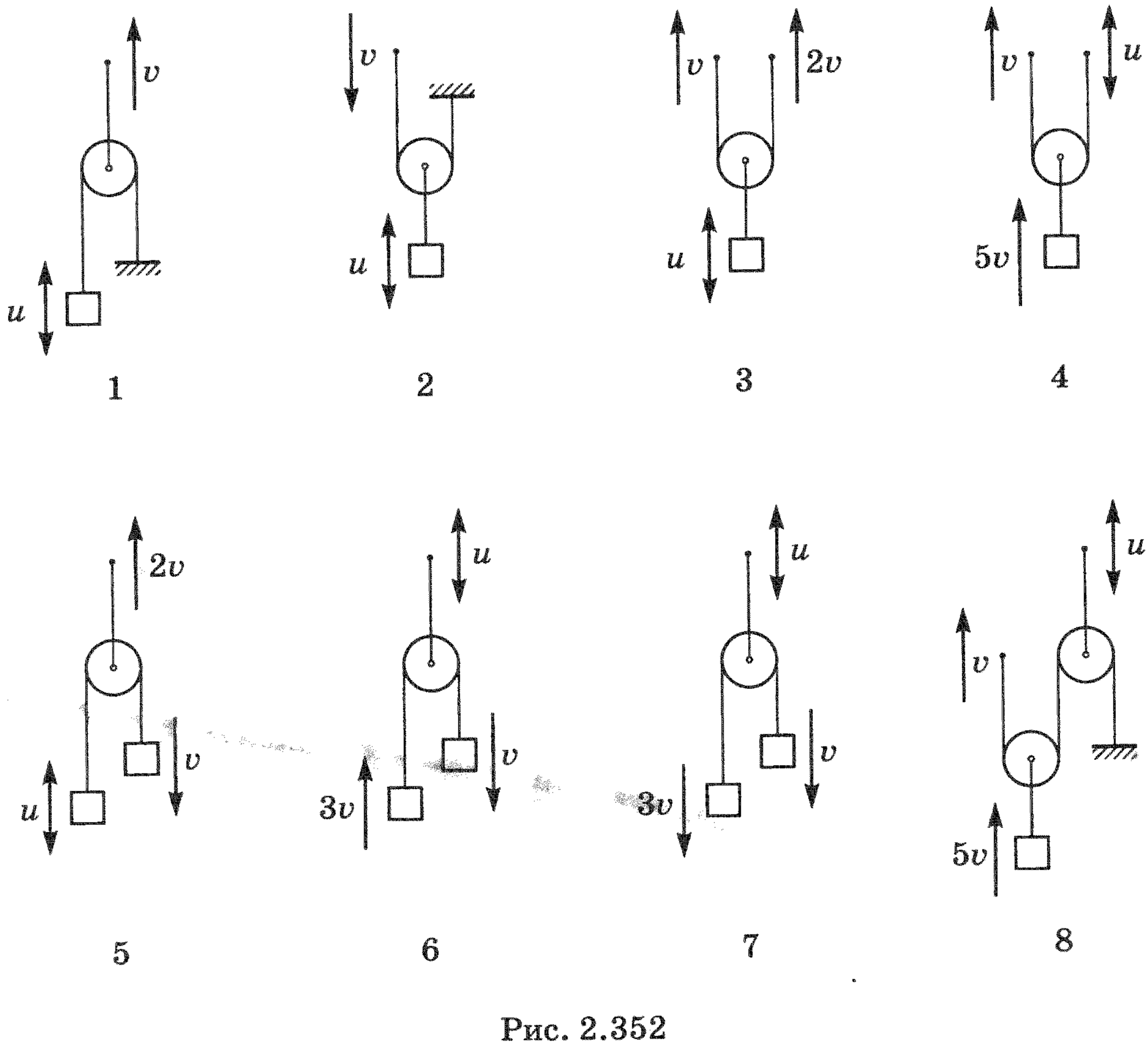
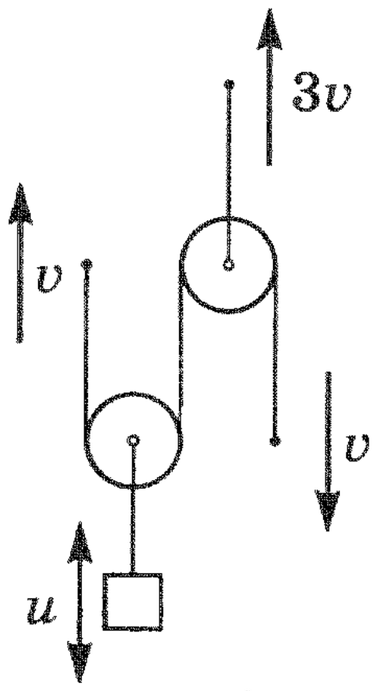
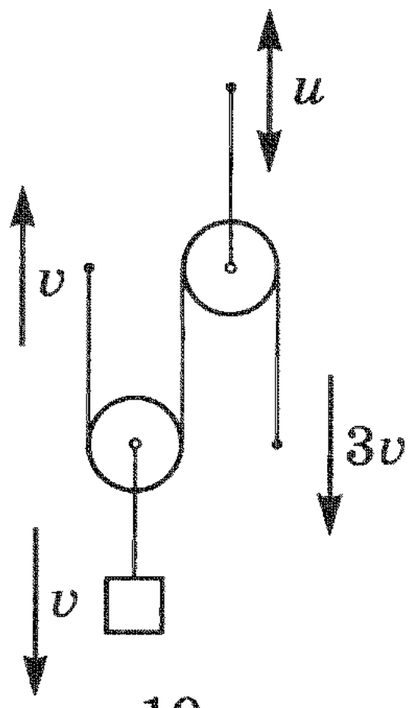


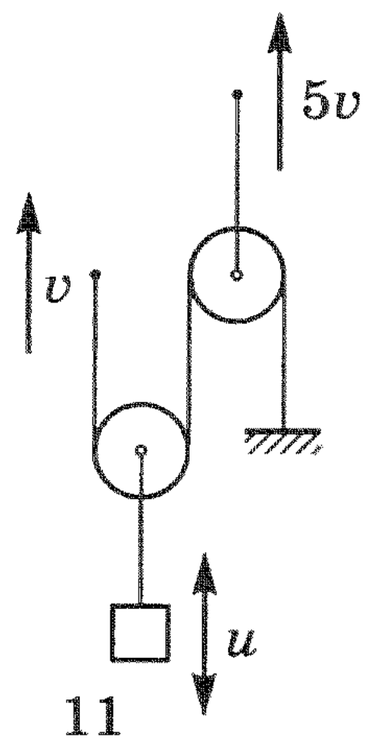
Рис. 2.352



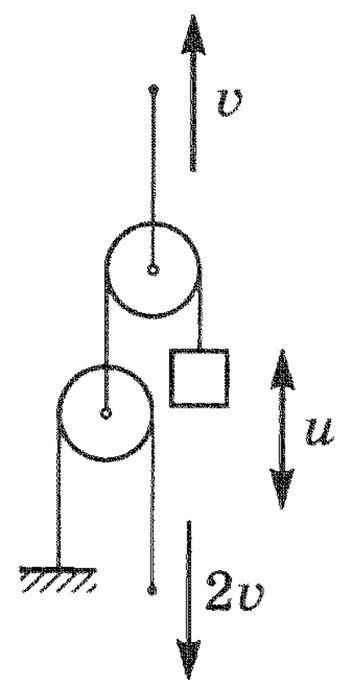
9



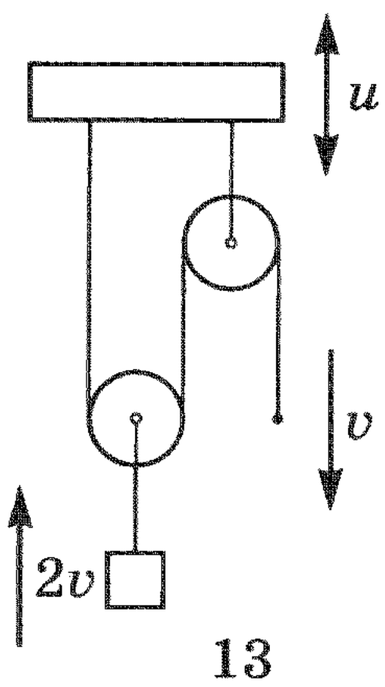
10



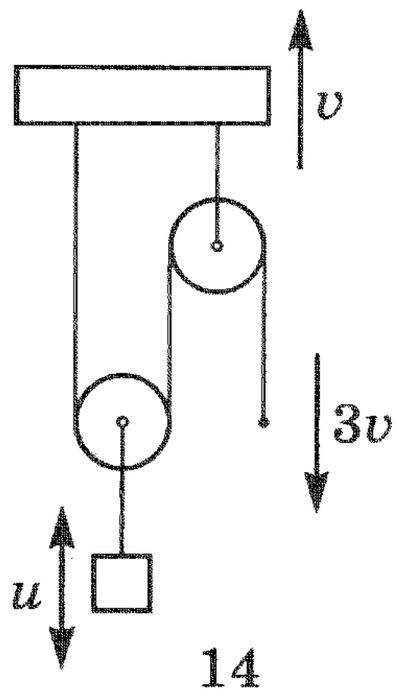
11



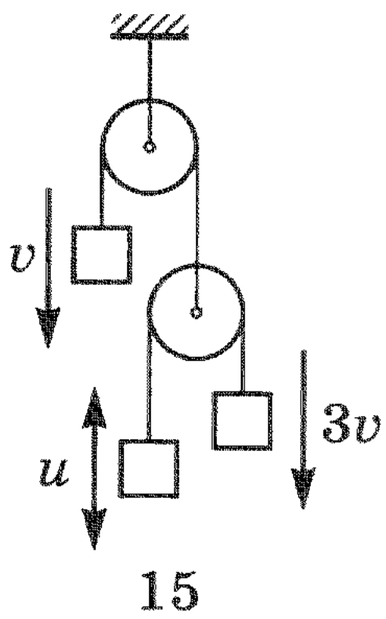
12



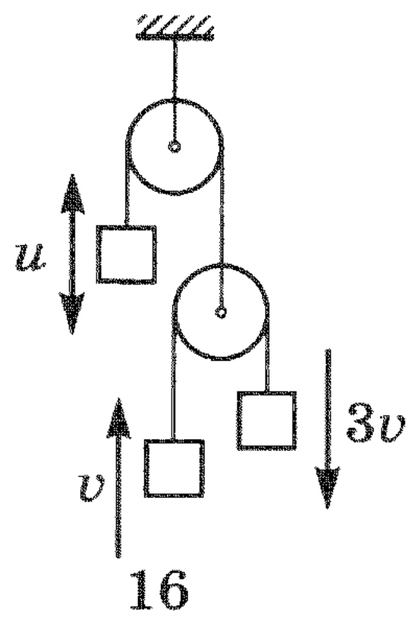
13



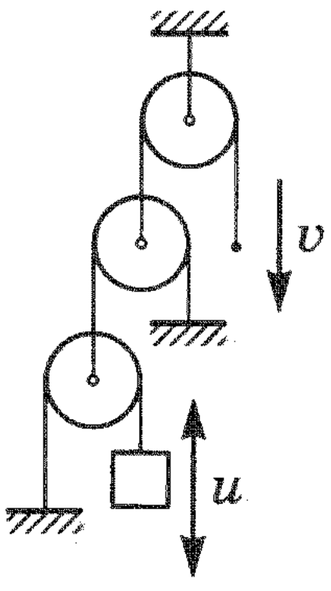
14



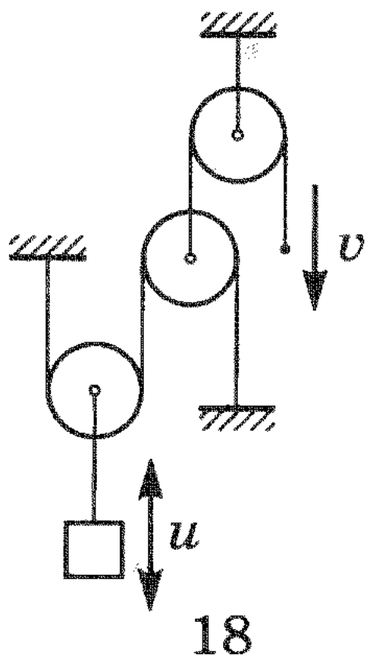
15



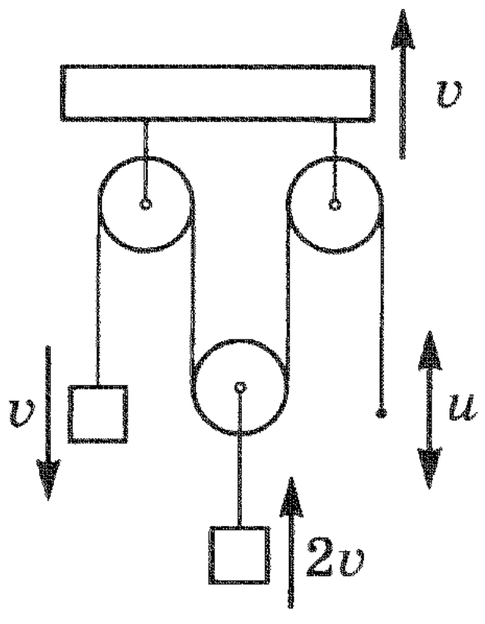
16



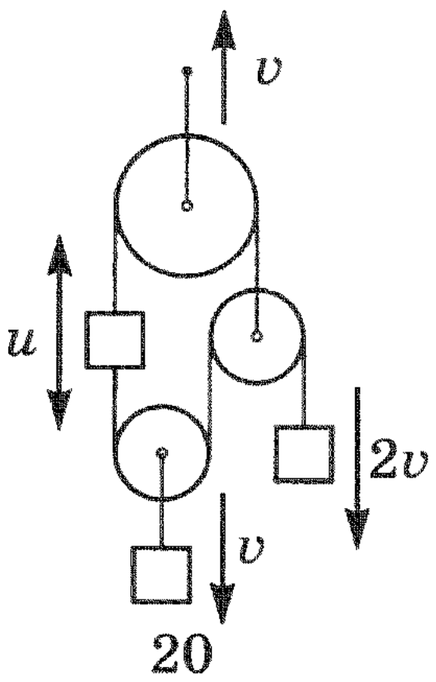
17



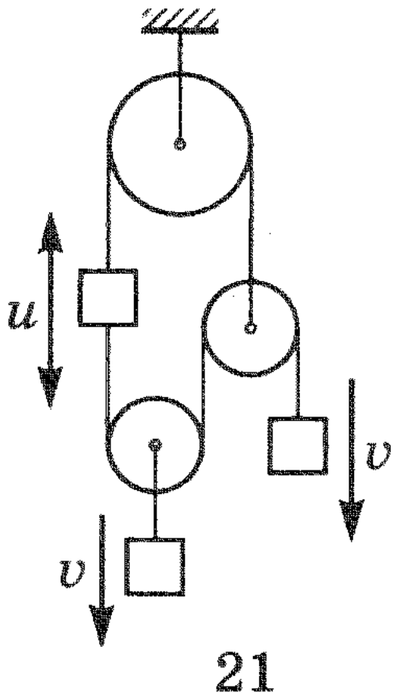
18



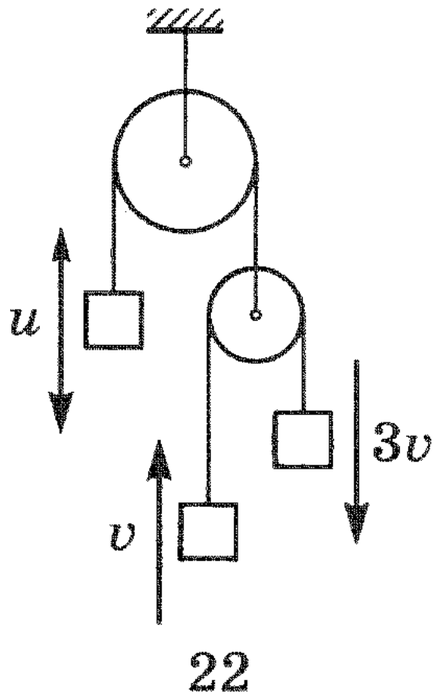
19



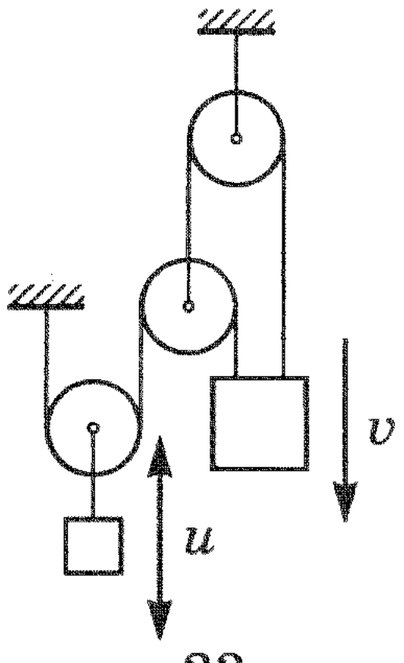
20



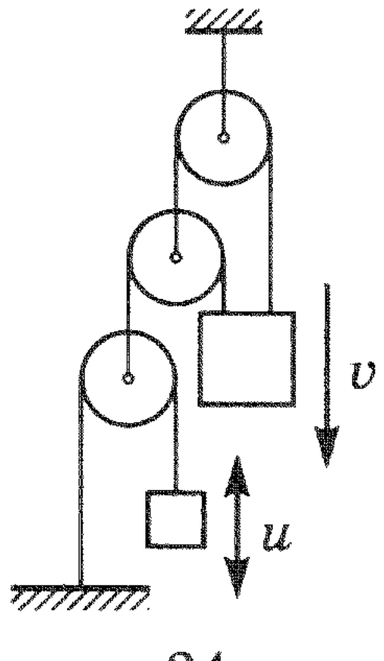
21



22

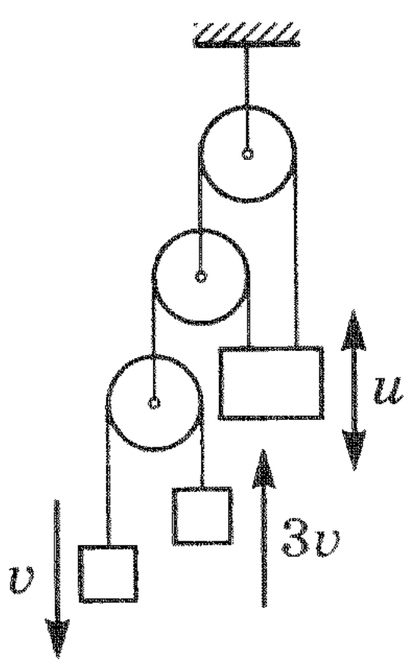


23

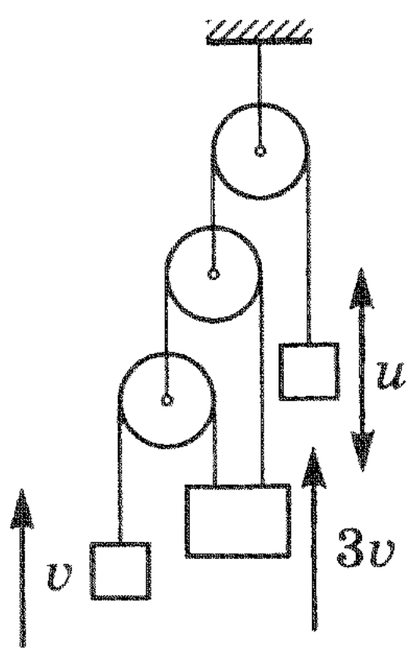


24

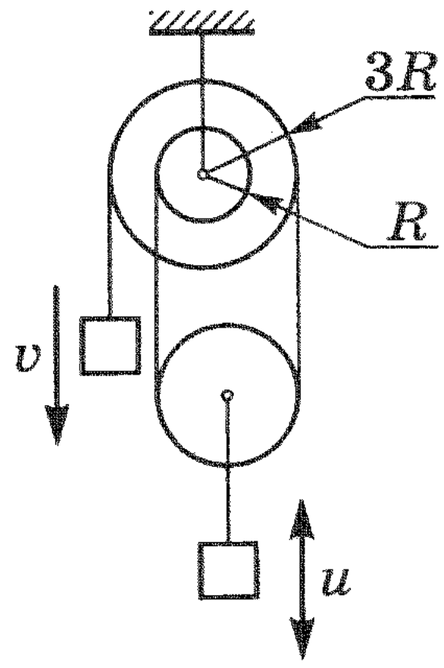
Рис. 2.352 (продолжение)



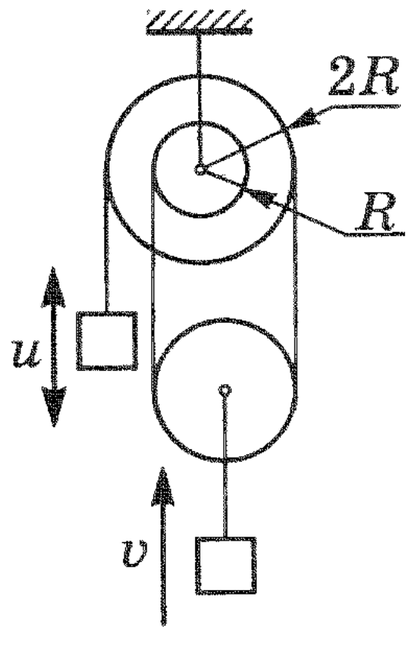
25



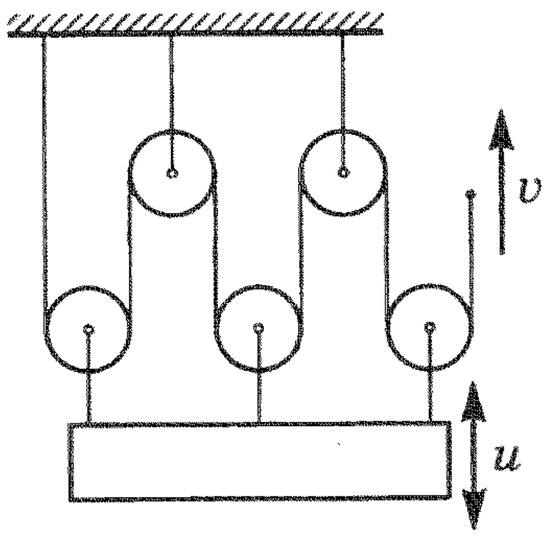
26



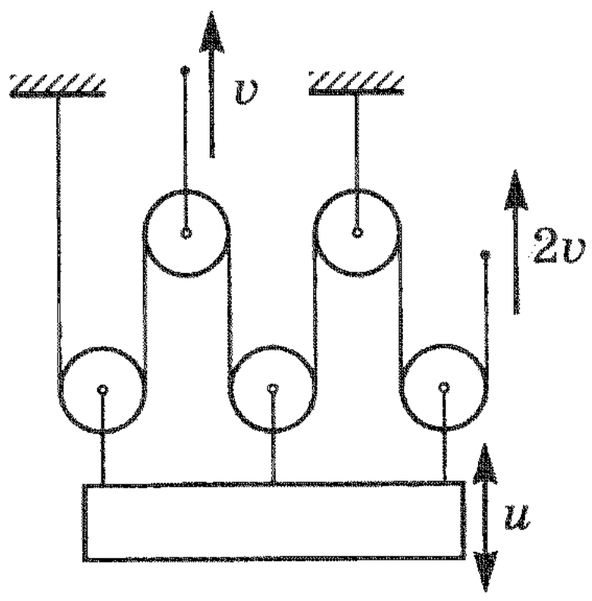
27



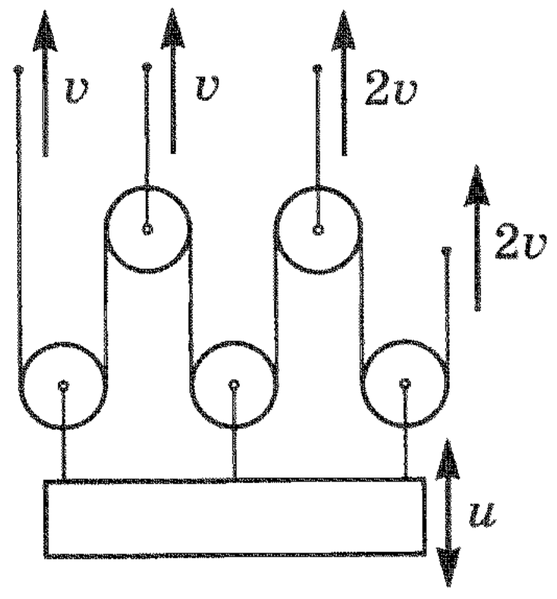
28



29



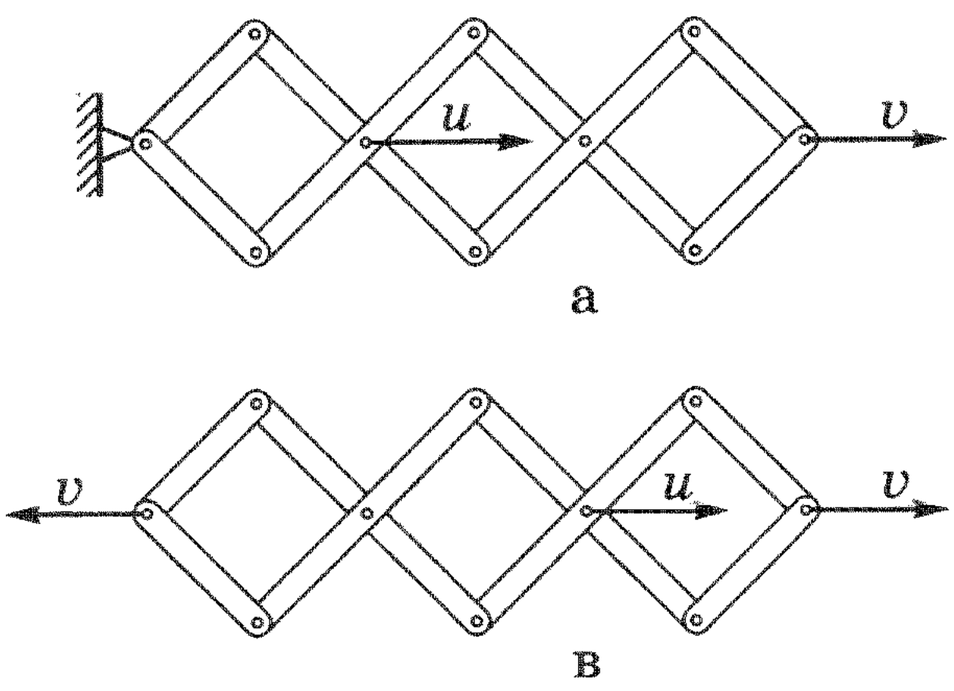
30



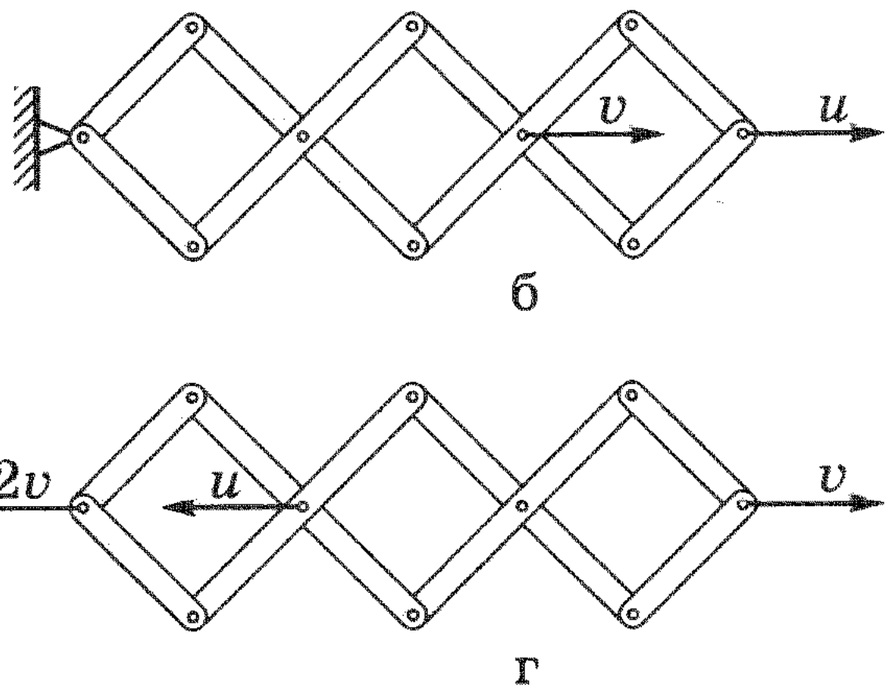
31

Рис. 2.352 (продолжение)

2.353. Определите скорость u, считая скорость v известной (см. рисунок). Шарнирные конструкции образуют одинаковые ромбы.



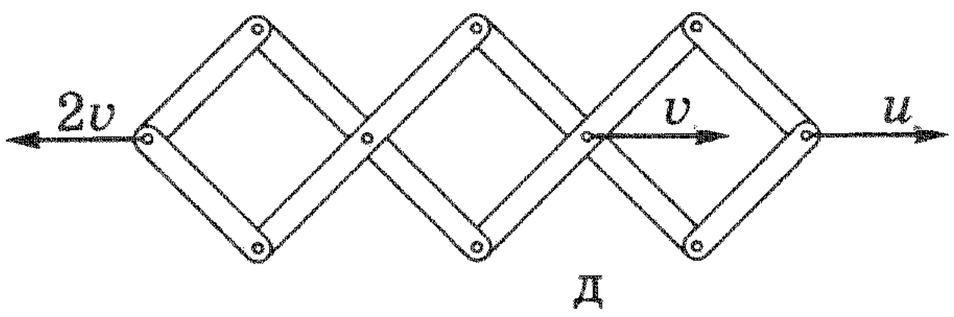
а



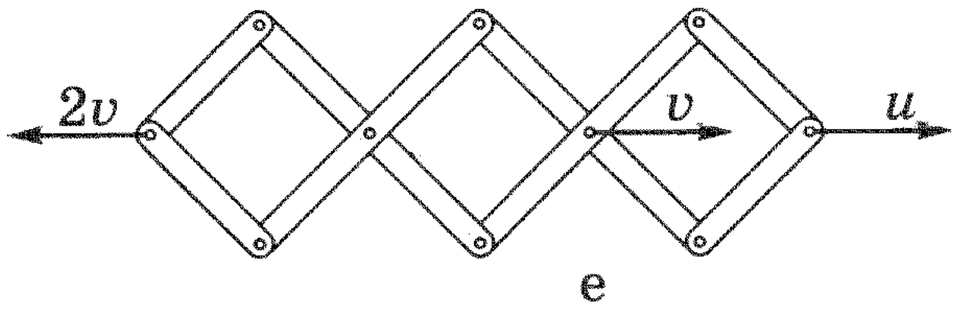
б

в

г



д



е

Рис. 2.353

Олимпиадные задания

2.354. Небольшой брусок через систему блоков связан с тележкой нерастяжимой нитью, как показано на рисунке. Тележку приводят в движение с постоянной скоростью 2 см/с. Определите скорость бруска с точки зрения наблюдателя, находящегося на тележке.

2.355. С какой скоростью v начнет двигаться ящик, если доску привести в движение с горизонтальной скоростью 10 см/с? Внешний радиус ролика под доской вдвое больше радиуса вала, на который намотана нить (см. рисунок). Проскальзывания нет.

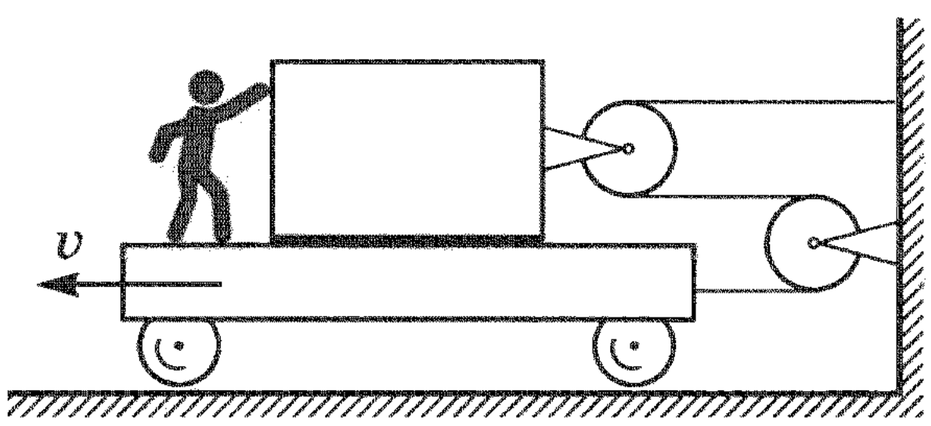


Рис. 2.354

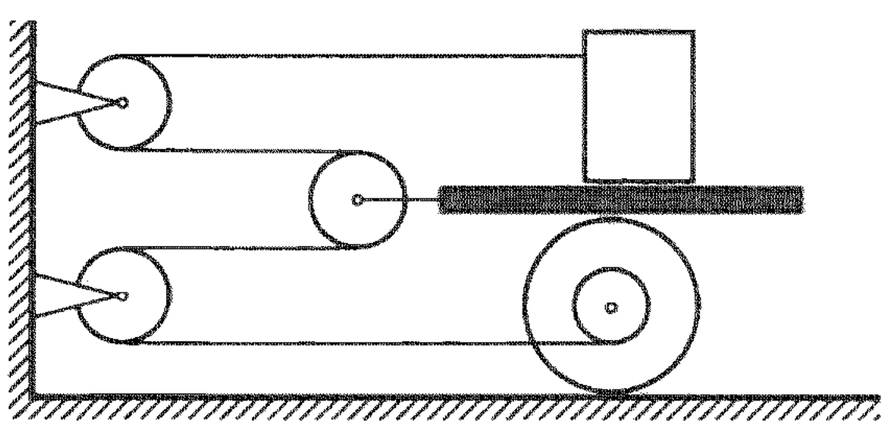


Рис. 2.355

2.356. Шарнирная конструкция, изображенная на рисунке, состоит из трех ромбов, стороны которых относятся как 3 : 2 : 1. Вершина A_3 перемещается в горизонтальном направлении со скоростью v_0. Определите скорости вершин A_1 и A_2.

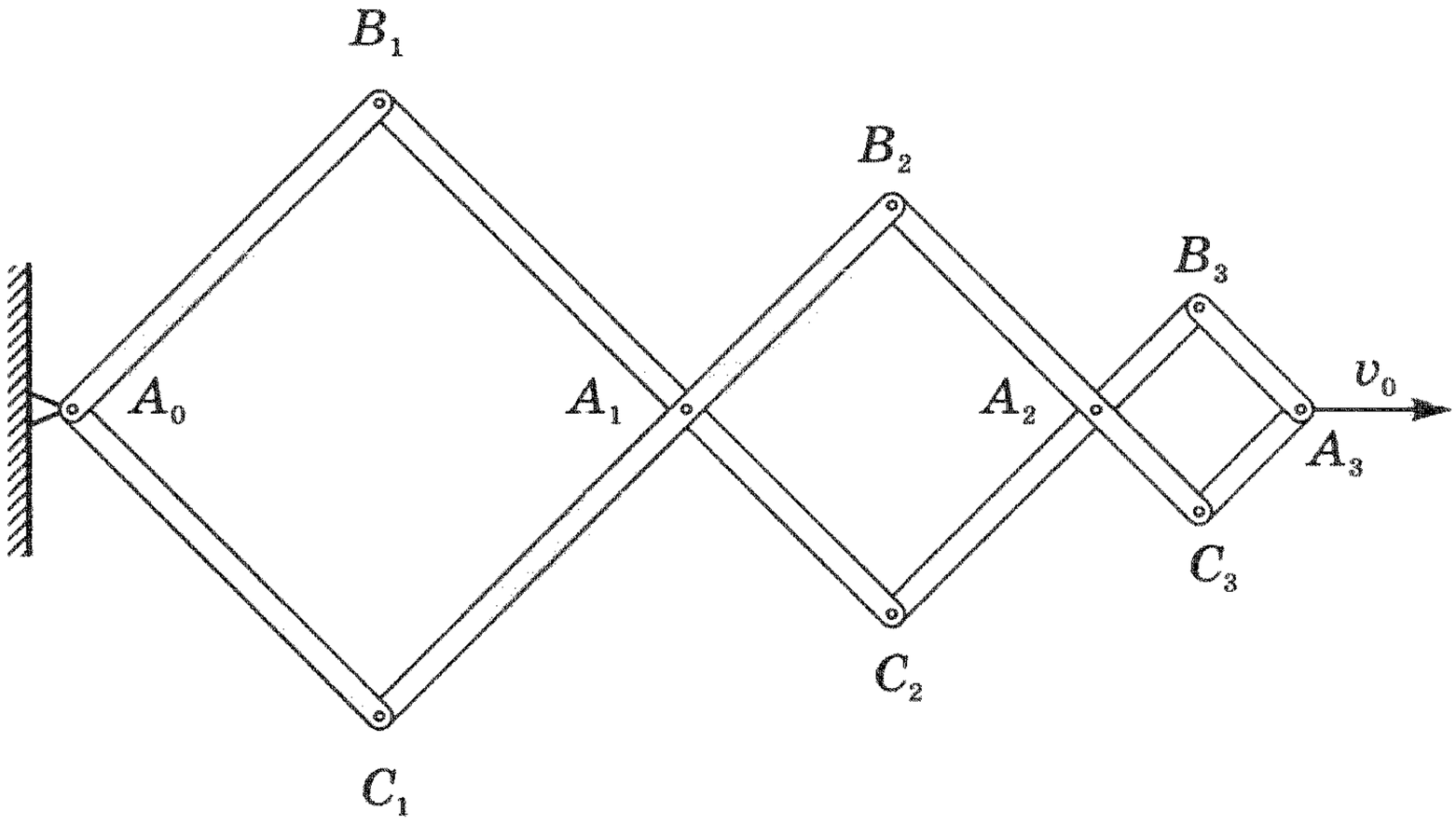


Рис. 2.356

ГЛАВА 3

МАССА, ОБЪЕМ, ПЛОТНОСТЬ

В задачах этой главы плотности явно указанных веществ можно брать из таблицы на форзаце.

3.1. ОДНОРОДНЫЕ ТЕЛА

Тренировочные задания

3.1. Размеры деревянного, алюминиевого и стального шаров одинаковы. Какой из них имеет наибольшую массу?

3.2. Кубики из железа, свинца и дерева имеют одинаковую массу. Какой из кубиков имеет меньший размер?

3.3. Сосуд наполнен водой. В каком случае из сосуда выльется больше воды: при погружении в него свинца или олова массой 1 кг? В свинце и олове полостей нет.

3.4. Железный и алюминиевый стержни имеют одинаковые поперечные сечения и массы. Какой из стержней длиннее и во сколько раз?

3.5. Во сколько раз масса 100 $см^3$ мрамора больше массы 10 $см^3$ парафина?

3.6. Чугунный шар массой 800 г имеет объем 125 $см^3$. Сплошной или полый этот шар?

3.7. Кусок металла массой 461,5 г имеет объем 65 $см^3$. Предположите, что это за металл.

3.8. Растительное масло объемом 1 л имеет массу 920 г. Найдите плотность масла и выразите ее в $кг/м^3$.

3.9. Определите свой собственный объем и выразите его в литрах. Считайте среднюю плотность человека равной 1010 кг/м^3.

3.10. Определите массу мраморной плиты, размеры которой 1 м × 20 см × 0,4 м.

3.11. В аквариум длиной 0,5 м и шириной 20 см налита вода до высоты 25 см. Определите массу воды в аквариуме.

3.12. Трехлитровая банка, заполненная вишневым вареньем, имеет массу 3,9 кг. Определите плотность варенья, если масса пустой банки 400 г.

3.13. Определите толщину железной пластинки, если ее площадь 300 см^2, а масса 2 кг.

3.14. Медный болт массой 2 кг опустили в банку, наполненную до краев керосином. Определите массу керосина, вытесненного этим болтом.

3.15. Моток медной проволоки сечением 2 мм^2 имеет массу 17,8 кг. Чему равна длина проволоки?

3.16. В карьере за сутки добыто 5000 м^3 песка. Сколько железнодорожных платформ грузоподъемностью 20 т потребуется, чтобы перевезти этот песок?

3.17. Танкер объемом V заполнен жидкостью плотностью ρ. Сколько бочек можно заполнить этой жидкостью, если в одну бочку помещается жидкость массы m?

3.18. Грузоподъемность железнодорожной цистерны 63 т. Сколько литров нефти вмещает состав из 40 цистерн?

3.19. Человек делает в минуту 15 вдохов, поглощая за каждый вдох 600 см^3 воздуха. Какую массу воздуха он вдыхает за 1 час?

3.20. Для закачивания керосина в бак используется насос производительностью $\mu = 20$ кг в минуту. Определите время, необходимое для наполнения бака со следующими размерами: длина $a = 2$ м, ширина $b = 150$ см, высота $c = 1800$ мм.

3.21. Насос откачивает воду из бочки с площадью поперечного сечения S. Массовый расход воды составляет μ кг/с. С какой скоростью понижается уровень воды в баке? Плотность воды равна ρ.

3.22. В одном галлоне 3,79 л. Один баррель легкой нефти имеет массу 111 кг. Плотность нефти 698 кг/м^3. Во сколько раз баррель больше галлона?

3.23. Оцените среднюю плотность атмосферы Земли, если считать, что она заканчивается на высоте 100 км. Масса атмосферы примерно 5 000 000 миллиардов тонн. Площадь поверхности Земли около 0,5 миллиарда квадратных километров.

3.24. При исследовании облака установили, что средний объем капельки воды в нем равен 0,000004 мм^3. Какая масса воды содержится в облаке объемом 1 м^3, если в облаке объемом 0,1 см^3 в среднем содержится 140 капелек?

3.25. Какую массу имеет алюминиевый куб с площадью поверхности 150 см^2?

3.26. Определите плотность стекла, из которого сделан куб массой 857,5 г, если площадь всей поверхности куба 294 см^2.

3.27. Определите массу полого куба, изготовленного из латуни. Полная площадь наружной боковой поверхности куба $S = 216$ см^2, толщина стенок $h = 2$ мм.

3.28. В стеклянной пробке от графина, имеющей массу 10 г и объем 20 см^3, имеется полость. Определите объем этой полости.

3.29. Пластину золота можно расплющить до 0,0001 мм. Какую площадь можно покрыть, используя 2,316 г золота?

3.30. Какой длины получится ряд прижатых гранями кубиков объемом $V = 8$ мм^3, если их суммарный объем равен объему плиты с размерами $a = 0{,}8$ м, $b = 1{,}6$ дм, $c = 8$ см?

3.31. Определите массу плавающего на озере понтона, ширина, длина и высота которого равны 4 м, 10 м и 2 м соответственно. Сделан понтон из железного листа, имеющего толщину 5 мм.

3.32. Полый медный куб с длиной ребра 6 см имеет массу 810 г. Какова толщина стенок кубика?

3.33. Сколько кубиков с ребром 3 см понадобится, чтобы из них собрать большой куб с ребром 27 см?

3.34. Масса сплошного куба, сделанного из некоторого вещества, равна m. Какую массу будет иметь этот куб, если длину его ребра уменьшить в два раза?

3.35. Чему равна масса кубика плотностью ρ и с ребром a, из которого вырезали кубик с ребром $a/4$?

3.36. Эйфелева башня в Париже высотой 300 м имеет массу 7200 т. Какую массу будет иметь модель этой башни высотой 30 см, сделанная из вещества, плотность которого в 3 раза меньше плотности материала башни.

3.37. Из березы сделали стограммовую модель некоторого изделия в масштабе 1 : 1. Какова масса самого изделия, если оно выполнено из железа?

3.38. Из березового полена сделали стограммовую уменьшенную модель некоторого изделия в масштабе 1 : 5. Какова масса самого изделия, если оно выполнено из железа?

3.39. Модель статуи из гипса имеет объем 200 см^3. Какой массы получится сама статуя, если она в 10 раз выше модели и сделана из железа?

3.40. После того, как медный кубик нагрели, длина каждого ребра кубика увеличилась на $\alpha = 2\%$ из-за теплового расширения. Во сколько раз изменилась плотность кубика при нагревании?

3.41. Товарный вагон объемом V наполнен одинаковыми шарами. Масса всех шаров M. В каждом кубическом метре объема вагона находится n штук шаров. Какова масса одного шара?

3.42. Похитители решили вынести из банка на руках, без помощи каких-либо приспособлений, слиток золота массой 1216 кг и плотностью 19 г/см^3. Для этого было привлечено 20 сообщников. Осу-

ществим ли этот план? Рассмотрите возможные варианты. Влиянием охраны банка пренебречь.

3.43. Имеется 24 совершенно одинаковых по виду шара. Однако внутри одного из них сделана небольшая полость, так что масса этого шара несколько меньше одинаковых масс остальных 23 шаров. Как, пользуясь только весами, причем не более 3-х раз, определить, какой шар с полостью?

Олимпиадные задания

3.44. Мензурка была частично заполнена водой (см. рисунок). В нее полностью погрузили камушек на ниточке, не касаясь дна. Часть воды при этом вылилась. Камушек вынули. В мензурке остался новый объем воды. Чему равна плотность камня, если его масса 56 г?

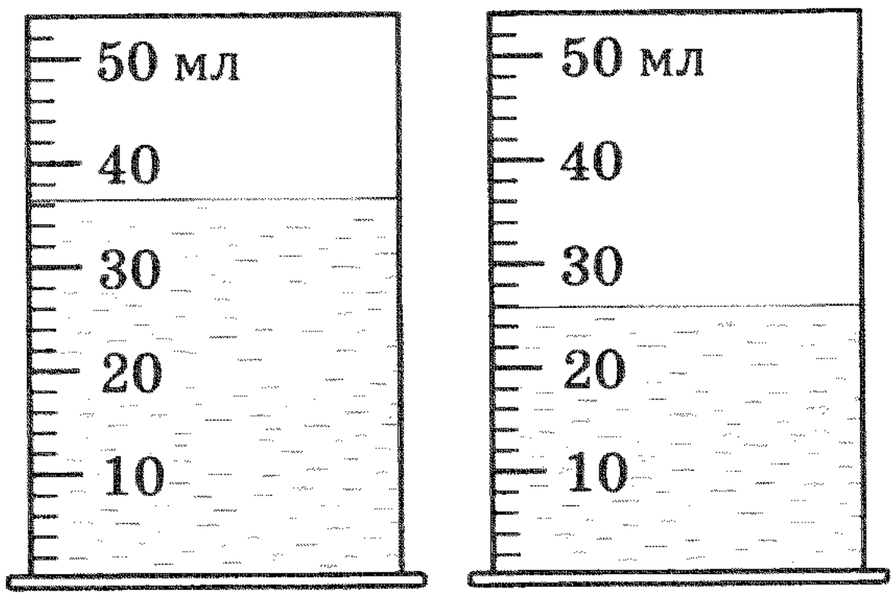


Рис. 3.44

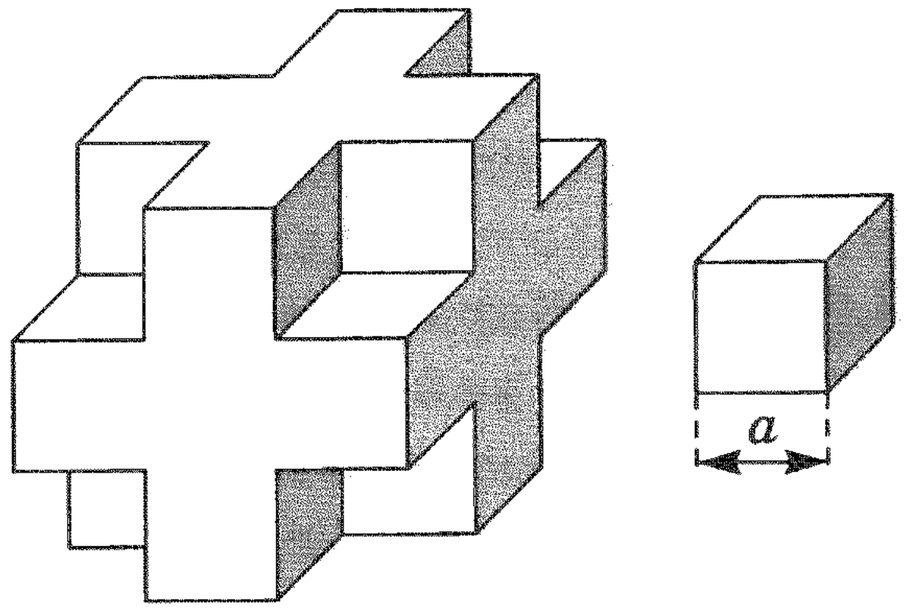


Рис. 3.46

3.45. Масса стакана, доверху заполненного водой, равна m_1. В стакан опустили камушек массой M. При этом часть воды вылилась, и масса стакана с содержимым стала равна m_2. Найдите массу вытесненной воды и плотность камушка.

3.46. Симметричное тело представляет собой куб, из каждого угла которого выпилили маленький кубик со стороной, равной одной трети стороны большого куба (см. рисунок). Масса всего тела $m = 38$ кг, сторона маленького кубика $a = 10$ см. Определите плотность материала, из которого сделано тело, и массу маленького выпиленного кубика.

3.47. Два кубика (малый и большой) изготовили из одного и того же материала. Кубик с длиной ребра a имеет массу m. Через середины противоположных граней большого кубика, длина ребра которого равна $3a$, проделали три сквозных квадратных отверстия с размерами $a \times a$. Оси отверстий взаимно перпендикулярны (см. рисунок). Какова масса M дырявого кубика?

3.48. Экспериментатор Глюк и теоретик Баг решили зарыть свои таланты в землю. У Глюка талант был золотой, а у Бага простой, деревянный. На сколько больше килограммов земли придется выкопать из ямы обладателю большего по объему таланта? Плотность золота 19,3 г/см^3, плотность дерева 700 кг/м^3, плотность земли 2,0 кг/литр. *Примечание:* талант – древнегреческая единица массы, равная примерно 25,9 кг.

3.49. В бочку объемом 90 л, которая была на две трети заполнена медом, залез Винни-Пух. При этом уровень меда поднялся до краев, и 9 кг меда вытекло наружу. Из бочки осталась торчать только голова Винни-Пуха, объем которой равен одной десятой объема медведя. Определите массу Вини-Пуха, если его средняя плотность 1000 кг/м^3. Плотность меда 1500 кг/м^3.

3.50. Папе Карло нравилось строгать Буратин, и он решил перейти к их мелкосерийному производству. Для изготовления Буратино ему требуется одна заготовка из сосны (для туловища) с размерами $40 \times 40 \times 100$ см и один кубик из дуба (для головы) со стороной 10 см. В день на склад к папе Карло привозят 1 м^3 сосны и 0,02 м^3 дуба. В опилки уходит не менее 10% исходной древесины. Какое максимальное количество Буратин в день может изготавливать папа Карло?

3.51. При раскопках кургана археологи нашли слиток похожего на золото металла. Толщина слитка 10 мм, масса 410 г. Фотография слитка на листе в клеточку приведена на рисунке. Сторона клеточки 5,0 мм. Определите плотность слитка.

3.52. При производстве брусчатки для мощения улиц в Древнем Египте использовались каменные блоки размером $1 \times 2 \times 1$ м, из которых камнетесы делали брусчатку размером $10 \times 10 \times 20$ см. Какую максимальную площадь удавалось египтянам замостить

в день из 10 блоков, если 10% кирпичей крошились при распилке и не использовались? Толщина каменного тротуара 10 см.

3.53. Определите массу полого куба, изготовленного из латуни. Площадь наружной поверхности 216 см^2, толщина стенок 2 мм.

3.54. Мальчик решил сделать из картона икосаэдр с ребром $a = 8$ см. Поверхностная плотность картона, который он использовал, $\sigma = 420$ г/м^2. Какой массы икосаэдр (см. рисунок) получится у мальчика?

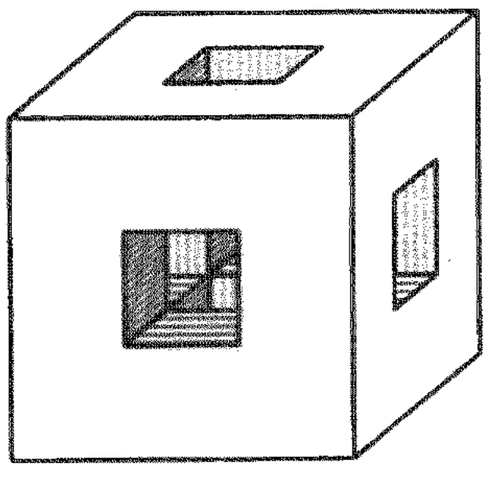


Рис. 3.47

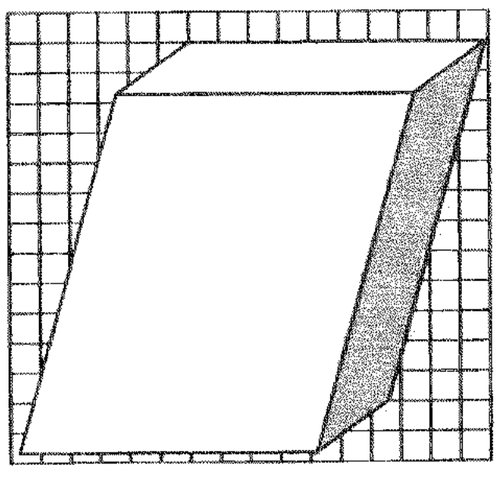


Рис. 3.51

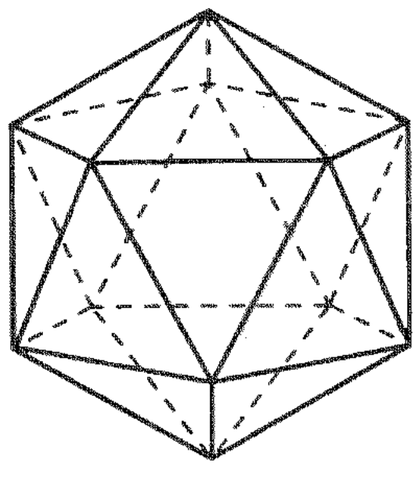


Рис. 3.54

3.55. Для плоских однородных тел постоянной толщины удобной характеристикой является поверхностная плотность (масса единицы площади) σ, измеряемая в кг/м^2. Для однородных протяженных тел часто применяется линейная плотность (масса единицы длины) λ, измеряемая в кг/м. На строительном рынке был закуплен линолеум, имеющий размеры $a = 5$ м на $b = 4$ м и поверхностную плотность $\sigma = 1{,}0$ кг/м^2. Для транспортировки его свернули в рулон вдоль длинной стороны, как на рисунке. Определите линейную плотность получившегося рулона.

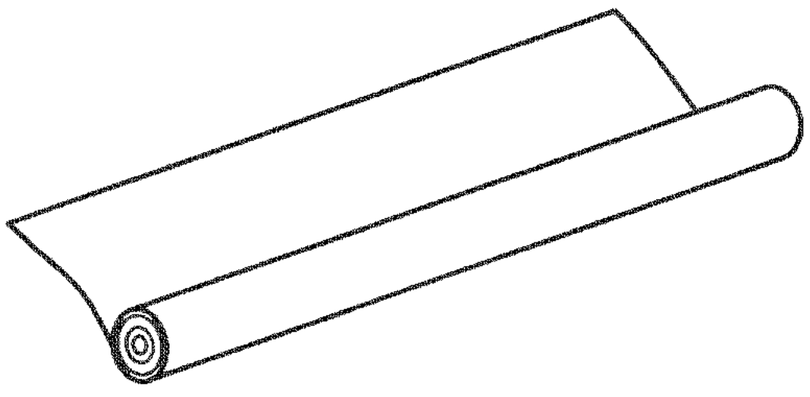


Рис. 3.55

3.56. На стройке перед бетонированием большого перекрытия, имеющего площадь $S = 100$ м^2, рабочие сварили решетку с квадратными ячейками из длинных железных прутков (см. рисунок),

положенных друг на друга внахлест, заполняющую площадь всего перекрытия. Определите массу получившейся решетки, если в ней расстояние между серединами соседних прутков $a = 20$ см. Линейная плотность прутка $\lambda = 2{,}0$ кг/м.

3.57. На стройке перед бетонированием большого пространства, имеющего объем $V = 100$ м^3, рабочие из длинных железных прутков сварили решетку с кубическими ячейками (см. рисунок), заполняющую все пространство. Определите массу получившейся решетки, если расстояния между серединами соседних прутков в ней равны $a = 20$ см. Линейная плотность прутка $\lambda = 2{,}0$ кг/м.

3.58. Сережа решил принять ванну. Он открыл кран, заткнул пробку, но вдруг вспомнил, что не решил задачу по физике. Вернулся он через 50 мин. По графику наполнения ванны определите ее вместимость и количество воды, которая вылилась на пол.

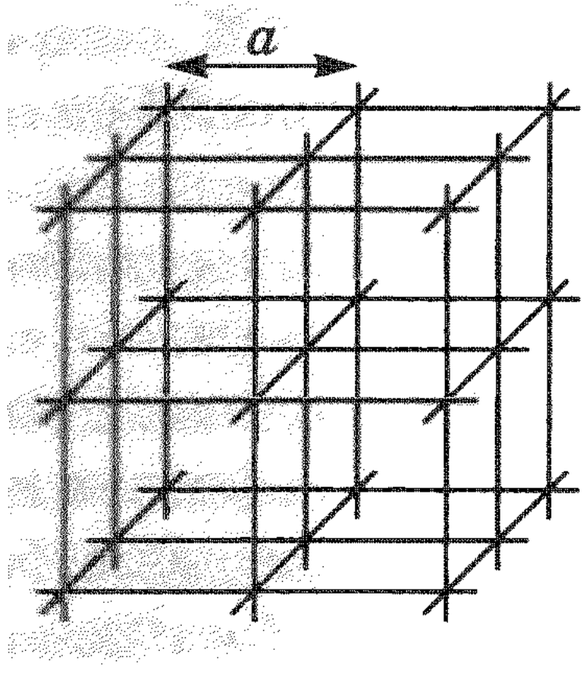


Рис. 3.57

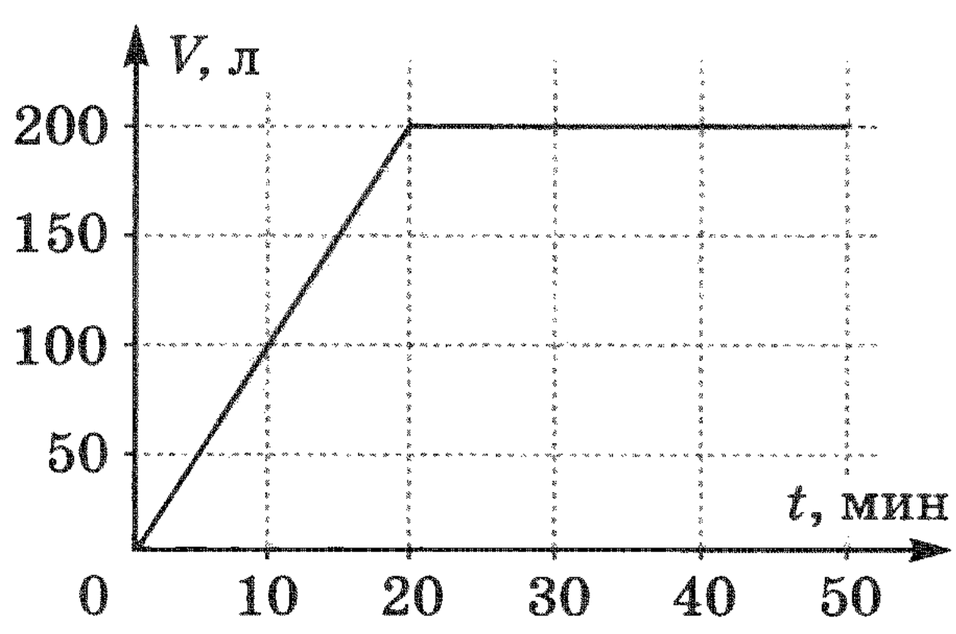


Рис. 3.58

3.59. В сосуде квадратного сечения с вертикальными стенками, расстояние между которыми $a = 6$ см, плавает в вертикальном положении тонкостенный стакан квадратного сечения с толстым дном (длина внешней стороны квадрата $b = 4$ см). В пространство между стенками сосуда и стакана тонкой струйкой начинают наливать воду так, что в сосуд поступает $\mu = 2{,}7$ г/с (см. рисунок). С какой скоростью v будет всплывать стакан?

3.60. В воду, налитую в сосуд квадратного сечения с вертикальными стенками (длина внутренней стороны квадрата $a = 10$ см), опускают с постоянной относительно сосуда скоростью $v_0 = 8$ мм/с стакан квадратного сечения со стороной $b = 6$ см (см. рисунок). С какой скоростью v_1 поднимается вода в сосуде?

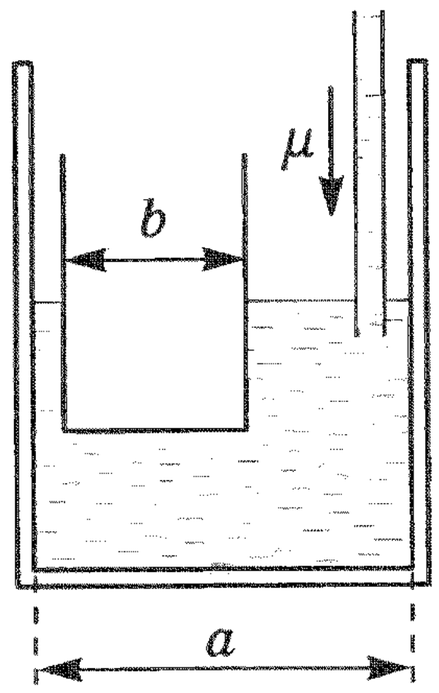


Рис. 3.59

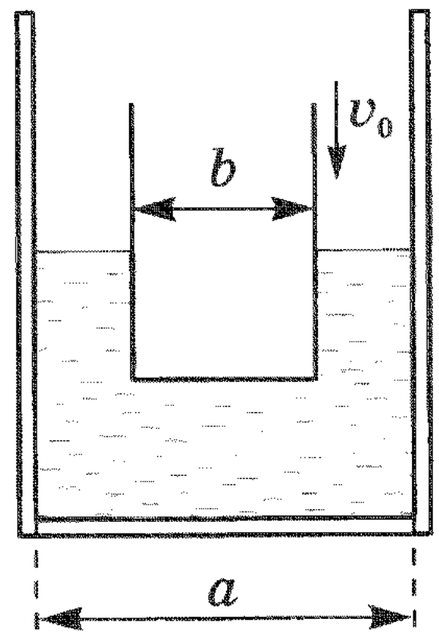


Рис. 3.60

3.61. Пятидесятиметровый бассейн шириной 20 м имеет профиль дна, показанный на рисунке: через каждые 12,5 м глубина бассейна увеличивается на 1 м. Пустой бассейн начинают заполнять водой, наливая ее со скоростью 1000 литров в минуту. Постройте график зависимости высоты h уровня воды над самой глубокой частью дна бассейна от времени t и определите, через какое время бассейн заполнится водой доверху.

3.62. В мензурку через маленькую трубочку сверху поступает жидкость (см. рисунок), имеющая плотность 1,2 г/см^3. Из-за этого масса мензурки каждую минуту увеличивается на 40 г. С какой скоростью поднимается уровень жидкости в мензурке, если расстояние между ближайшими штрихами шкалы 5 мм?

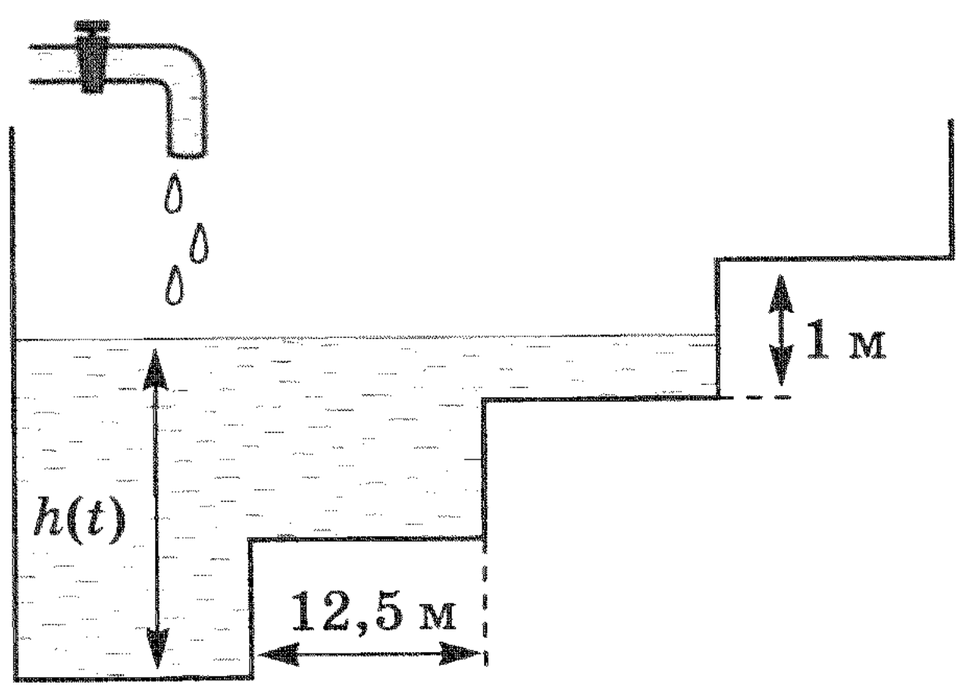


Рис. 3.61

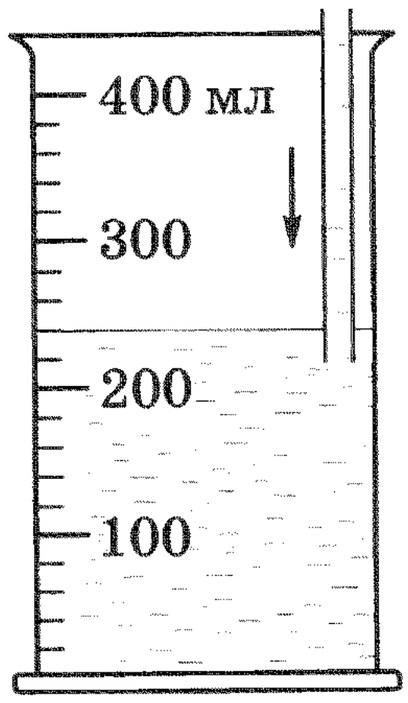


Рис. 3.62

3.63. Если полностью открыть только горячий кран, то ведро воды наполняется за 100 с, а если полностью открыть только холодный кран, то банка объемом 3 литра наполняется за 24 с. Кастрюля

емкостью 4,5 литра наполняется за 20 с, если полностью открыть оба крана. Определите объем ведра воды.

3.64. По дороге на элеватор с постоянной скоростью v_1 едет самосвал, груженый зерном. В кузове самосвала имеется дырка, через которую постоянно высыпается зерно, причем за одинаковые промежутки времени высыпается одинаковая масса μ (кг/с). Вдогонку за самосвалом отправляется уборочный комбайн со специальной насадкой и с бункером. Он едет со скоростью v_2 и собирает все просыпавшееся зерно. Пусть при данных величинах бункер комбайна заполняется за время 80 мин. За какое время заполнится бункер в 3 раза большего объема, если комбайн поедет в 2 раза быстрее, самосвал в 3 раза медленнее, а зерно из кузова будет сыпаться в 2 раза быстрее – с 2μ? Считайте, что изначально бункер пустой, его объем меньше объема зерна в самосвале, и за время заполнения комбайн не догоняет самосвал. При повторной уборке потерь зерна нет!

3.65. По заснеженной дороге на снегоплавильный пункт с постоянной скоростью $v_1 = 10$ м/с едет самосвал, груженый снегом. В кузове самосвала имеется дырка, через которую на дорогу дополнительно высыпается снег, причем за одинаковые промежутки времени высыпается одинаковая масса (массовый расход $\mu = 3$ кг/с). Вдогонку за самосвалом отправляется снегоуборочный комбайн с бункером. Он едет со скоростью v_2 и собирает с дороги весь снег до заполнения бункера. Выяснилось, что если бы скорость самосвала была в 3 раза большей, то время заполнения бункера увеличилось бы в 2 раза при неизменной скорости комбайна. Определите линейную плотность снега на заснеженной дороге λ (г/м), т.е. сколько грамм приходилось на каждый метр длины дороги до того, как по ней проехал самосвал. Считайте, что изначально бункер пустой, его объем меньше объема снега в самосвале, и за время заполнения комбайн не догоняет самосвал. При повторной уборке потерь снега нет!

3.66. Бак с вертикальными стенками заполняют веществом, плотность которого зависит от времени заполнения t по закону $\rho = \alpha t$, где α – некоторая постоянная величина. Масса содержимого полного бака составила $m = 270$ кг. Чему была равна масса содержимого через треть и через половину всего времени?

3.67. В лаборатории провели измерения массы и объема пяти тел, изготовленных из четырех веществ: березы, алюминия, железа, свинца. После чего результаты нанесли на график, по одной оси которого откладывался объем тела V, а по другой масса m. К сожалению, масштаб по осям со временем был утрачен, и в спешке экспериментаторы забыли записать, какому веществу какая экспериментальная точка соответствуют. Определите:

а) Какое из тел обладало самой большой массой? Из какого материала оно изготовлено?

б) У какого тела была самая маленькая плотность? Чему она равна?

в) Какой точке соответствует тело, изготовленное из свинца?

г) Какие тела сделаны из одинакового вещества? Определите из какого.

Примечание: применять свои линейки для нанесения на график масштаба нельзя.

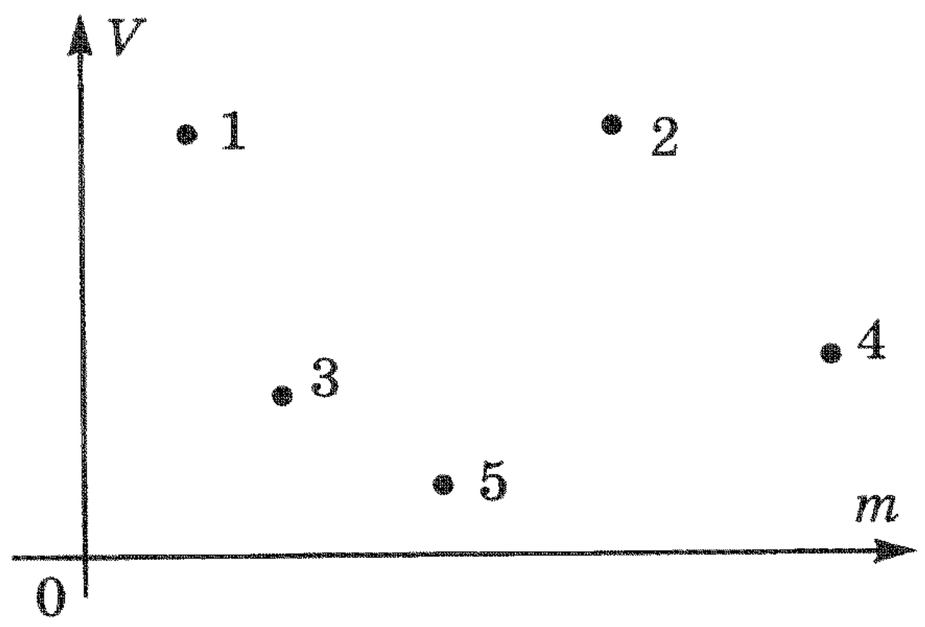


Рис. 3.67

3.68. При взвешивании на равноплечих рычажных весах выяснилось, что кубик вместе с гирей 100 г весят больше шарика, шарик и кубик вместе весят больше гири 500 г, а гиря 500 г весит больше гири 100 г вместе с кубиком. В каких пределах могут быть заключены массы кубика и шарика?

3.69. Масса шприца с $V_1 = 2$ мл лекарства равна $m_1 = 13{,}5$ г, а его масса с $V_2 = 5$ мл лекарства $m_2 = 18{,}0$ г. Площадь поршня шприца $S_1 = 1$ см^2, а диаметр внутреннего отверстия иглы в $\alpha = 40$ раз меньше диаметра поршня. Определите массу пустого шприца, плотность лекарства и с какой средней скоростью лекарство выпускалось из иглы, если весь объем V_2 был выпущен за время $t = 20$ с.

3.70. На столе лежал шприц с лекарством. Площадь поршня шприца составляла $S_1 = 1$ см^2, а диаметр внутреннего отверстия иглы был в $\alpha = 40$ раз меньше диаметра поршня. Доктор Пилюлькин взял этот шприц и, перед тем как сделать укол Незнайке, эффектно пустил из кончика иглы струйку лекарства. Через $t = 1{,}5$ с первая капелька коснулась пола, и доктор перестал давить на поршень шприца. Зная, что скорость перемещения поршня в шприце была $v_1 = 0{,}2$ см/с, определите, с какой скоростью u вытекали капельки лекарства из иглы шприца. Найдите объем лекарства V в летящей струйке.

L, м	m, кг
0,8	3,4
1,1	4,6
1,6	6,7
2,2	9,3

Рис. 3.71

3.71. Для определения качества древесины в лаборатории были экспериментально определены массы досок различной длины. Их ширина равнялась $a = 20$ см, толщина $b = 3$ см. Зависимость массы досок m от их длины L представлена в таблице. Постройте график этой зависимости и по нему найдите массу досок длиной 1 м и 3,5 м и плотность древесины.

3.72. Сосуд представляет собой куб, стенки и крышка которого имеют одинаковую толщину (см. рисунок). Масса сосуда составляет $m = 390$ г, а длина его внешнего ребра $a = 10$ см. Также известно, что плотность материала, из которого вырезан куб, равна $\rho = 800$ кг/м^3. Определите вместимость V такого сосуда.

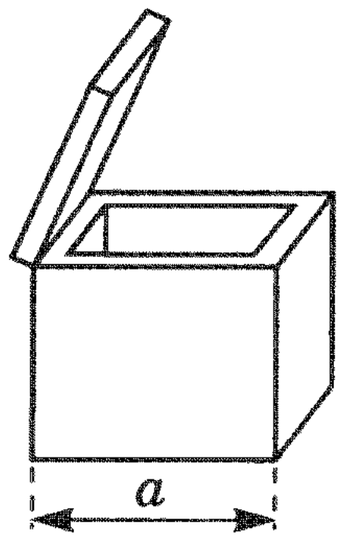


Рис. 3.72

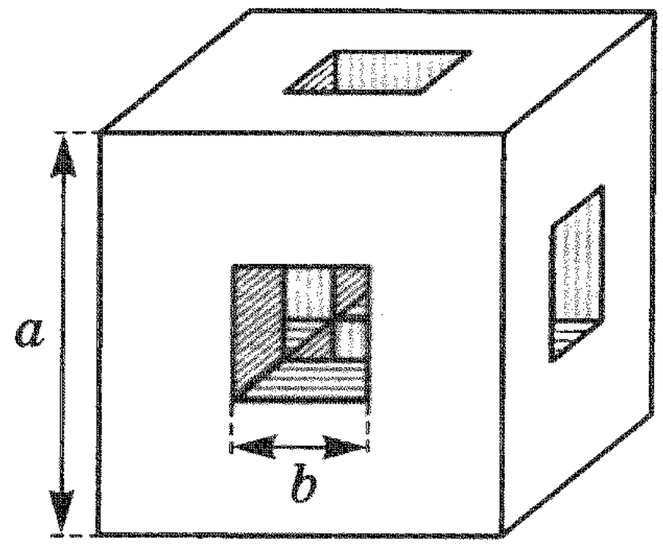


Рис. 3.73

3.73. Из листа жести толщиной $d = 1{,}0$ мм сварили пустой внутри герметичный поплавок в форме куба со стороной $a = 90$ см и квадратными сквозными отверстиями со стороной $b = 30$ см (см. рисунок). Определите массу и среднюю плотность поплавка. Плотность

жести $\rho = 7\,800$ кг/м^3. Плотностью воздуха внутри поплавка можно пренебречь. *Примечание:* при вычислении средней плотности считайте, что объем поплавка равен объему вытесненной им жидкости при полном его погружении в эту жидкость.

3.74. Из пластилина слепили кубик с длиной ребра 5 см, в центре которого имеется полость кубической формы. Толщина стенок получившейся коробочки составила 1 см. Что больше: объем полости или объем пластилина?

3.75. Из листа картона с поверхностной плотностью $\sigma = 400$ г/м^2 склеили коробочку в форме параллелепипеда со сторонами $a = 20$ см, $b = 40$ см, $c = 60$ см. Для большей прочности снаружи коробочку покрыли толстым слоем лака с плотностью $\rho = 1500$ кг/м^3. В результате масса коробочки оказалась равной $m = 1670$ г. Определите толщину h слоя лака. Шириной загибов картона при склеивании можно пренебречь.

3.76. Имеется несколько одинаковых пирамидок с квадратным основанием, изготовленных из органического стекла плотностью $\rho_c = 1{,}6$ г/см^3 (см. рисунок). Из этих пирамидок можно собрать кубик с длиной ребер $a = 4{,}0$ см так, что внутри него не будет полостей. Вычислите массу одной пирамидки.

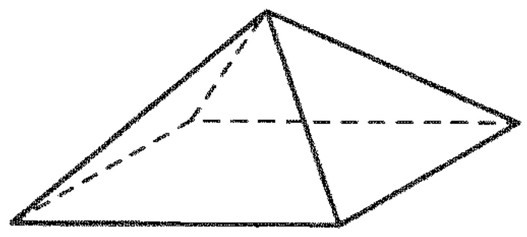


Рис. 3.76

3.77. Однородная деталь из сплава с плотностью 2000 кг/м^3 имеет массу 32 кг. А ее точная копия, но в 2 раза меньших размеров, сделанная из сплава с плотностью 4000 кг/м^3, оказалась массой 7 кг. Есть подозрение, что внутри копии существует скрытая полость. Какой у нее объем?

3.78. Знаменитый скульптор Микеланджело вырубил из мрамора скульптуру Давида, наблюдая натурщика. Высота Давида $H = 5{,}00$ м, рост натурщика $h = 1{,}71$ м.Средняя плотность человеческого тела $\rho_ч = 1{,}04$ г/см^3. Во сколько раз скульптура тяжелее натурщика?

3.79. Один спортсмен решил привести свое тело в соответствие с пропорциями статуи Давида творения великого Микеланджело, и сел на диету. Но что-то пошло не так (см. рисунок). Если все гори-

зонтальные размеры спортсмена оказались ровно вдвое меньше, чем у Давида, то рост остался всего $h = 170$ см, тогда как высота статуи равна $H = 500$ см. Определите массу спортсмена, если масса мраморной статуи $m = 3200$ кг. Средняя плотность человеческого тела $\rho_0 = 1000$ кг/м^3.

3.80. Пауки *Stegodyphys paciaficus*, обитающие в Южной Азии, создают самую тонкую в мире паутину. Ее диаметр 10 нм (1 нм $= 10^{-9}$ м). Оцените длину паутины, которую мог бы сделать такой паук массой 0,2 г. Масса вещества, из которого образуется паутина, составляет 10% от массы паука. Плотность паука и паутины приблизительно 1000 кг/м^3. *Примечание.* В физике понятие «оценить» означает, что вычисления следует делать приближенно. Например, оценим объем шара диаметром 3 см. Искомый объем несколько меньше объема куба со стороной 3 см. Объем куба равен 27 см^3. Следовательно, оценочно, объем шара 20 см^3.

3.81. Экспериментатор Глюк решил оформить стенд о своих научных открытиях. Чтобы сделать красивый заголовок стенда, он выпилил лобзиком буквы из однородного листа тонкой фанеры (см. рисунок). Измерив массу некоторых из получившихся букв, Глюк с удивлением обнаружил, что буквы Е и Н имеют одну и ту же массу. У всех букв высота $h = 8$ см, ширина $s = 5$ см, а толщина линий d одинакова. Чему равна толщина d?

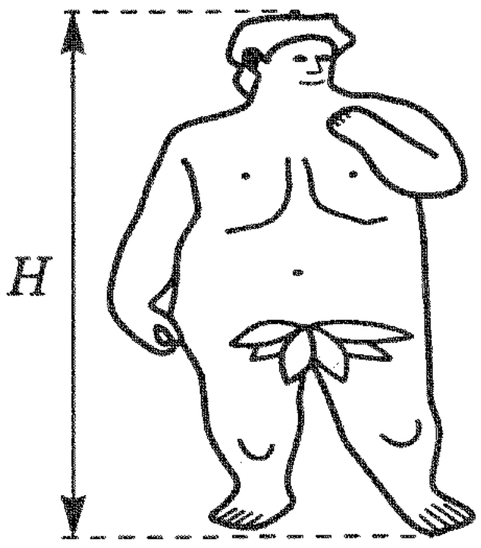


Рис. 3.79

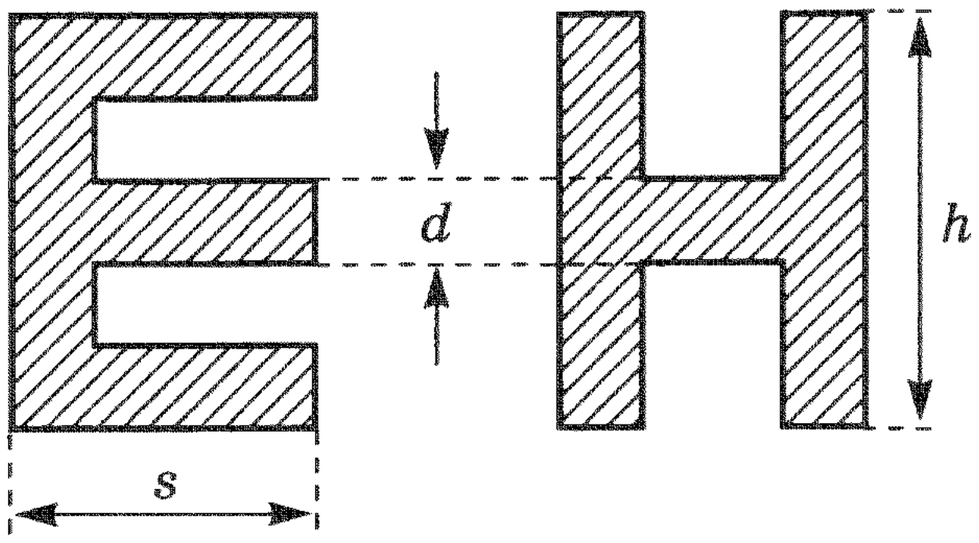


Рис. 3.81

3.82. Кубики сахара-рафинада плотно упакованы в коробку, на которой написано: «масса нетто 500 г, 168 штук». Длина самого большого ребра коробки 98 мм. Вдоль самого короткого ребра коробки укладывается ровно 4 кусочка сахара. Чему равна плотность сахара-рафинада? *Примечание:* «нетто» – это масса продукта без учета массы упаковки.

3.83. Кубики сахара-рафинада плотно упакованы в коробку, на которой написано: «Масса нетто 500 г, 168 штук». Протяженность самого длинного ребра коробки 112 мм. Вдоль самого короткого ребра коробочки укладывается ровно 3 кусочка сахара. Чему равна плотность сахара-рафинада? *Примечание.* «Нетто» – это масса продукта без учета массы упаковки. Известно, что плотность сахара-рафинада не превышает 4 г/см^3.

3.84. Снегопад длился 5 часов. Ветра не было. Тонкостенный бак в форме куба с ребром 1 м и полностью открытым верхом заполнился снегом наполовину. Из собранного снега получили 75 литров воды. Определите плотность свежевыпавшего снега. Найдите массу снега, выпадавшую в час на каждый квадратный метр земли.

3.85. На метеорологической станции проводят измерения плотности снега в воздухе при помощи осадкомера. Осадкомер представляет собой цилиндрический сосуд с площадью дна 200 см^2 и высотой 40 см, куда собираются осадки. Во время измерений снежинки падали вертикально вниз со скоростью 0,6 м/с. За 6 часов уровень снега в осадкомере достиг 15 см, а плотность снега в сосуде составила 0,15 г/см^3. Определите, чему равна плотность снега в воздухе во время снегопада, то есть масса снега, находящегося в одном кубическом метре воздуха.

3.86. На кухне в квартире дяди Федора целый год капала вода. Утром перед школой сонный дядя Федор сидел за завтраком. Он знал, что каша появлялась на его столе за время $T = 10$ мин перед тем, как ему надо было покинуть квартиру. За это время $N = 40$ капель успевали ударить о раковину. В момент выхода из дома он поставил под капающий кран мерный стакан и ушел в школу. Вернувшись домой через $t = 5$ часов, дядя Федор тут же вынул из-под крана мерный стакан, в котором было $V = 6$ мл воды, и оставил его до прихода папы. Папа был впечатлен результатами исследовательской деятельности сына, и для полной убедительности попросил дядю Федора подсчитать объем одной капли воды в кубических миллиметрах. Помогите дяде Федору справиться с заданием.

3.2. СПЛАВЫ И СМЕСИ

Тренировочные задания

3.87. Кусок сплава из свинца и олова имеет массу 664 г и плотность 8,3 г/см^3. Определите массу свинца в сплаве. Объем сплава равен сумме объемов его составляющих.

3.88. Масса пробирки с водой составляет 50 г. Масса этой же пробирки, заполненной водой, но с куском металла в ней массой 12 г, составляет 60,5 г. Определите плотность металла, помещенного в пробирку.

3.89. Масса стакана, заполненного водой, равна 260 г. Когда в этот стакан с водой поместили камушек массой 28,8 г, и часть воды вылилась, то масса стакана, воды и камушка стала равной 276,8 г. Определите плотность вещества камня.

3.90. Сплав состоит из 1/4 олова и 3/4 свинца а) по массе; б) по объему. Определите плотность этого сплава.

3.91. Сплав состоит из олова массой 2,92 кг и свинца массой 1,13 кг. Какова плотность сплава, если считать, что объем сплава равен сумме объемов его составных частей?

3.92. Железная и алюминиевая детали имеют одинаковые объемы. Найдите массы этих деталей, если масса железной детали на 12,75 г больше массы алюминиевой.

3.93. Золотая и серебряная монеты имеют одинаковые массы. Найдите объемы этих монет, если они отличаются на 0,02 см^3.

3.94. Два объема спирта смешаны с тремя объемами глицерина. Определите плотность смеси.

3.95. На оружейном заводе при отливке башни танка в железо массой $100m$ вместо m килограммов никеля по ошибке добавили m килограммов золота. Во сколько раз плотность получившейся башни больше расчетной?

3.96. Стеклянную полулитровую бутылку заполнили керосином. Определите массу пустой бутылки, если известно, что масса полной в полтора раза больше массы налитого керосина.

3.97. Сплав содержит по массе 10 % серебра, 40 % меди и 50 % золота. Определите плотность сплава.

3.98. Деталь изготовлена из сплава, содержащего по объему 30 % олова, 20 % золота и 50 % меди. Определите объем детали, если ее масса 100 г.

3.99. Металлическая плита из сплава золота с медью имеет объем 1000 $см^3$. Масса плиты 10 кг. Определите процентное содержание золота и меди в плите а) по массе; б) по объему.

3.100. Сплав золота и серебра массой 400 г имеет плотность 14 $г/см^3$. Определите массу золота в сплаве и его процентное содержание по объему.

3.101. В чистой воде растворена кислота. Масса раствора 240 г, а его плотность 1,2 $г/см^3$. Определите массу кислоты, содержащейся в растворе, если плотность кислоты 1,8 $г/см^3$. Объем раствора равен сумме объемов его составных частей.

3.102. При смешивании 100 литров воды и 100 литров спирта плотностью 0,8 $г/см^3$ оказалось, что суммарный объем уменьшился на 5 %. Какова плотность полученного раствора?

3.103. В куске кварца содержится небольшой самородок золота. Масса куска 100 г, а его плотность 8 $г/см^3$. Определите массу золота, содержащегося в кварце.

3.104. Ученик измерил плотность деревянного бруска, покрытого краской, и она оказалась равной 600 $кг/м^3$. Но на самом деле брусок состоит из двух частей, равных по массе, плотность одной из которых в два раза больше плотности другой. Найдите плотность обеих частей бруска. Масса краски пренебрежимо мала.

Олимпиадные задания

3.105. Имеются два стакана, в один из которых налито некоторое количество молока, во второй – такое же количество кофе. Одну ложку молока переливают в стакан с кофе, тщательно размешивают и одну ложку смеси переливают обратно в стакан с молоком. Чего в чем стало больше: молока в том стакане, в котором первоначально был кофе, или кофе в стакане с молоком?

3.106. Плотность овсяной каши 1,10 г/см^3, а плотность масла 900 кг/м^3. Сколько масла надо положить в 100 г овсяной каши, чтобы средняя плотность у каши с маслом стала 1,03 г/см^3?

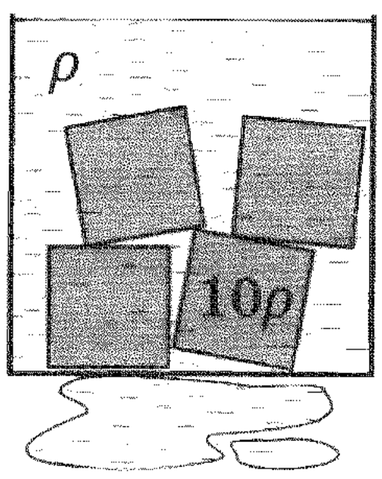


Рис. 3.107

3.107. В кубический бак, изображенный на рисунке, доверху заполненный жидкостью с плотностью ρ, аккуратно поместили четыре кубика. Сторона каждого кубика в три раза меньше стороны бака, а плотность вещества, из которого они изготовлены 10ρ. Излишки жидкости вылились. Какой стала средняя плотность бака с кубиками и жидкостью? Массой стенок бака пренебречь.

3.108. Одна шахматная фигурка сделана из слоновой кости, а другая из серебра. Масса костяной фигурки меньше массы серебряной на $\Delta m = 15$ г, а объем костяной фигурки больше объема серебряной фигурки на $\Delta V = 25$ см^3. Во сколько раз масса фигурки из серебра больше массы фигурки из слоновой кости? Плотность слоновой кости $\rho_1 = 1{,}8$ г/см^3.

3.109. Торт «Наполеон» готовят из большого количества чередующихся слоев крема и коржей. Для упрощения можно считать, что слои имеют постоянную толщину. Плотность крема больше плотности коржей на 10 %, а толщина коржей на 30 % больше толщины крема. На сколько процентов средняя плотность торта больше плотности коржей?

3.110. Шарик накачали гелием. Масса газа составляет 20 % от массы всего шарика. Через день, когда часть гелия просочилась через стенки, объем шарика уменьшился в два раза, а масса гелия стала составлять 10 % от массы всего шарика. Определите, во сколько раз изменилась средняя плотность воздушного шарика.

3.111. Деревянный куб с длиной ребра $L_0 = 10$ см облепили со всех сторон пластилином так, что получился куб с длиной ребра $L_1 = 12$ см. Сколько потребовалось килограммов пластилина, если его плотность $\rho = 1370$ кг/м^3?

3.112. В тяжелый металлический ящик помещается ровно 24 одинаковых кирпича. Если при этом закрыть крышку ящика, то в нем не остается никаких пустот. Масса полностью заполненного кирпичами ящика оказывается в 2,5 раза больше массы этого же ящика, полностью заполненного водой. Если в ящик положить 12 таких же кирпичей, то его масса оказывается в 1,5 раза больше массы ящика, полностью заполненного водой. Чему равна плотность материала, из которого сделаны кирпичи?

3.113. В дистиллированную воду аккуратно вливают серную кислоту. Получившийся раствор имеет плотность $\rho_р = 1200$ кг/м^3 и массу $m = 120$ г. Объем раствора равен сумме объемов воды и кислоты. Плотность кислоты $\rho_к = 1800$ кг/м^3. Какова масса кислоты, влитой в воду?

3.114. Масса до краев заполненной пробирки с водой $M_1 = 120$ г. После того, как в нее поместили камушек массой $m = 30$ г, масса пробирки с содержимым стала равна $M_2 = 140$ г. Определите плотность камня.

3.115. Показания весов, на которых стоит стакан, заполненный водой, составляют $m_1 = 375$ г. Если в этот же стакан вместо воды налить до краев рапсовое масло, то весы покажут $m_2 = 320$ г. А если в стакан с маслом бросить шарик массой $m = 40$ г и объемом $V = 20$ см^3, то весы будут показывать $m_3 = 344$ г. Определите массу пустого стакана.

3.116. Экспериментатор Глюк проводил опыты с двумя жидкостями. Он поочереди наливал их в один и тот же цилиндрический сосуд с площадью внутреннего сечения $S = 34$ см^2, записывал в таблицу высоту h уровня налитой жидкости и массу сосуда вместе с содержимым. Приступая к обработке результатов, он случайно пролил жидкость из стакана на таблицу (см. рисунок).

h, см	m_1, г	m_2, г
2,0	288	
3,0	318	
7,0	435	
9,0	493	
10,0	522	689

Рис. 3.116

нок). Используя сохранившиеся данные, восстановите графики $m_1(h)$ и $m_2(h)$ и помогите Глюку найти массу пустого сосуда и плотности ρ_1 и ρ_2 обеих жидкостей.

3.117. В одной стране геолог нашел черный метеорит с вкраплениями золота. Плотность черного метеоритного вещества оказалась 5000 кг/м^3. Масса всего метеорита 2 кг, а его средняя плотность 6000 кг/м^3. На черном рынке геологу за черный метеорит сходу предложили 6000 \$, и геолог согласился на сделку. Во сколько раз (и в какую сторону) эта сумма отличается от реальной стоимости золота, содержащегося в этом метеорите? В те времена тройская унция золота стоила 1700 \$, а одна тройская унция равна 31,1 г.

3.118. Высота уровня воды в цилиндрической бочке составляет $h_1 = 1$ м. В бочку аккуратно засыпали маленькие железные шарики (см. рисунок). Оказалось, что вода точно покрывает шарики. При этом плотность образовавшейся «смеси» равна $\rho = 4070$ кг/м^3. Найдите высоту уровня воды в бочке с шариками h_2.

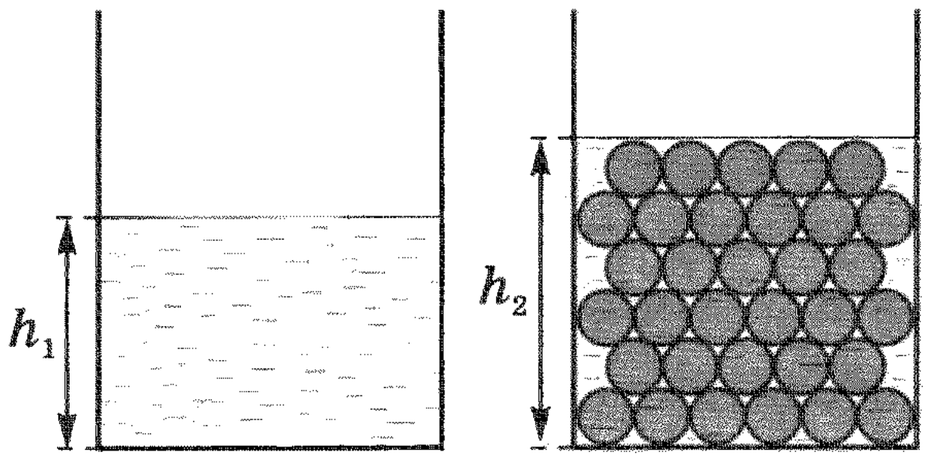


Рис. 3.118

V, л	ρ, кг/м^3
0,2	1130
0,4	1050
0,6	1000
0,8	980
1,0	960

Рис. 3.119

3.119. Однажды экспериментатора Глюка попросили определить плотности ρ_1 и ρ_2 двух неизвестных жидкостей, по 1 литру которых находилось в двух больших мерных цилиндрах. Непосредственное измерение оказалось невозможным, так как высота столба жидкостей в цилиндрах была недостаточной для использования имеющегося ареометра. Другой лабораторной посуды, устройств или измерительных приборов в распоряжении экспериментатора не оказалось. Для решения задачи Глюк начал добавлять по 200 мл жидкости из первого цилиндра во второй и измерять плотность получавшейся смеси (при этом глубина слоя жидкости была уже достаточной для использования ареометра). Результаты

измерений представлены в таблице. В ней через V обозначен объем перелитой жидкости, а через ρ – плотность получившейся смеси. Путем графической обработки полученных данных Глюк определил плотности ρ_1 и ρ_2 обеих жидкостей. Какие значения плотностей он получил? Для ответа на этот вопрос постройте график измеренной зависимости, откладывая по осям координат такие физические величины, для которых эта зависимость является линейной функцией, а ее график представляет собой прямую линию. В данном эксперименте плотности жидкости измерялись с точностью 2 %. Погрешностью измерения объема можно пренебречь. Объем смеси равнялся сумме объемов смешиваемых жидкостей.

3.120. Последние исследования историков показали, что Буратино был изготовлен не из одного, а из двух поленьев. Его голову папа Карло выточил из дуба, а остальные части тела выстругал из сосны. Известно, что плотность дуба $\rho_1 = 690$ кг/м^3, масса изготовленной из него части тела составляет треть от массы Буратино, а объем – только четверть. Найдите плотность ρ_2 соснового полена.

3.121. В мастерской изготовили из алюминия плотности ρ_1 куб с ребром $a = 10$ см. Внутри куба осталась полость, которую потом залили свинцом плотности ρ_2. В результате измерений неопытный лаборант подумал, что перед ним кубик из латуни плотности $\rho = 8{,}72$ г/см^3. Определите объем полости в кубе.

3.122. При археологических раскопках был найден сплошной металлический слиток массой $M = 789$ г и объемом $V = 50$ см^3. Как показал химический анализ, слиток состоял из серебра и золота. Найдите массу золота в слитке, если плотность золота ρ_1, а плотность серебра ρ_2. Считайте, что объем слитка равен сумме исходных объемов золота и серебра.

3.123. Археологи обнаружили топор неандертальца, состоящий из деревянной ручки и каменного тесла (см. рисунок). Известно, что дерево имеет плотность $\rho_1 = 500$ кг/м^3, масса изготовленной из него ручки составляет шестую часть от массы топора, а объем – половину от объема топора. Найдите плотность камня ρ_2.

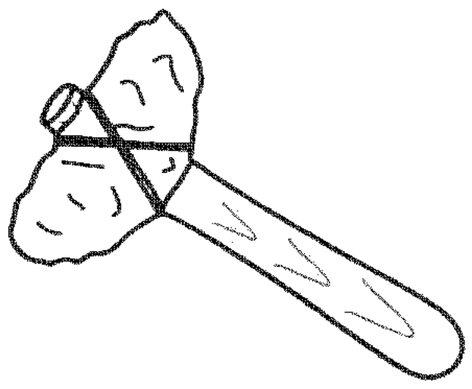


Рис. 3.123

3.124. Три цилиндра, изготовленные из разных материалов, имеют одинаковые диаметры. Их склеили так, что получился составной стержень. Объем, массы и плотность некоторых цилиндров известны и приведены на рисунке. Какова средняя плотность составного стержня?

3.125. Однородный кубик со стороной a и плотностью ρ поместили внутрь куска глины плотностью 4ρ, которой придали форму куба со стороной $2a$. Получившийся куб облепили пластилином плотностью 2ρ, в результате чего получился куб со стороной $3a$ (см. рисунок). Определите среднюю плотность получившейся системы.

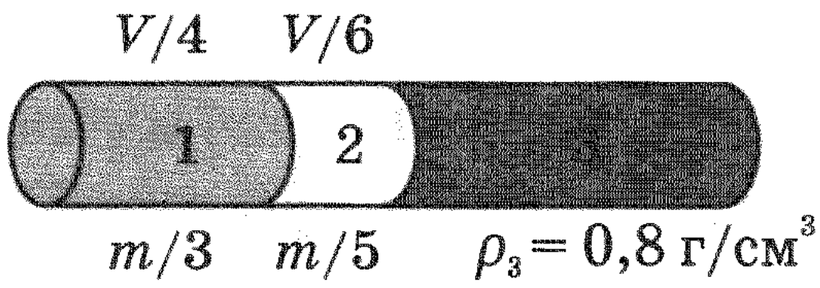


Рис. 3.124

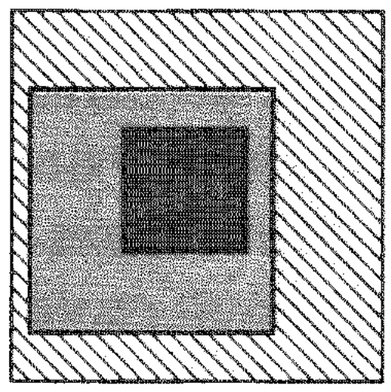


Рис. 3.125

3.126. В стакан, до краев заполненный жидкостью, аккуратно помещают небольшой однородный шарик, который тонет и опускается на дно. В результате средняя плотность содержимого стакана становится равной $\rho_1 = 1200$ кг/м^3. Затем в стакан добавляют еще один такой же шарик, и плотность содержимого становится $\rho_2 = 1260$ кг/м^3. Определите плотность ρ_0 жидкости в стакане.

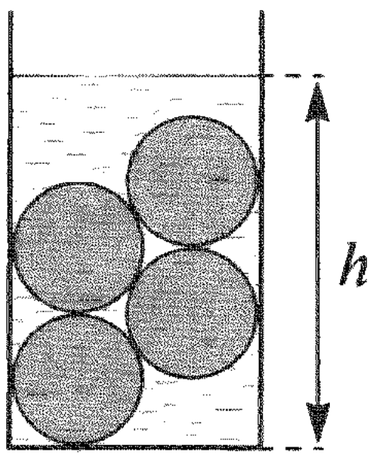


Рис. 3.127

3.127. В цилиндрическом стакане, изображенном на рисунке, находилось 4 шарика. Экспериментатор аккуратно с помощью шприца добавлял в стакан жидкость и заносил в таблицу значения высот уровня жидкости в стакане в зависимости от объема добавленной жидкости. Известно, что в процессе эксперимента шарики не всплывают. По результатам измерений определите площадь сечения стакана и объем одного шарика.

V, см^3	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550
h, см	0	1,2	2,7	4,1	5,3	7,0	9,0	10,5	12,0	13,0	14,0	15,0

3.128. После добавления сахарного сиропа объемом $V = 1$ л в кастрюлю, частично заполненную водой, плотность содержимого кастрюли возросла на $\Delta\rho = 20$ кг/м^3, а его объем увеличился на четверть. Чему равна плотность сиропа? Какой объем сиропа надо добавить к полученной смеси, чтобы увеличить ее плотность еще на $\Delta\rho$? Считать, что объем смеси равен сумме объемов исходных жидкостей.

3.129. Юный экспериментатор исследовал зависимость плотности соляного раствора от времени его приготовления. Для этого он постепенно добавлял соль в колбу с $V = 2{,}0$ л воды, постоянно помешивая раствор до полного растворения соли. Раз в минуту экспериментатор снимал показания ареометра (прибора для измерения плотности жидкости). С помощью полученного по результатам эксперимента графика определите, какую массу соли удалось растворить экспериментатору в интервале времени между 2-й и 8-й минутами.

3.130. При производстве варенья в большой бак постепенно наливают сироп. В первую порцию, имеющую плотность ρ_1, добавляют вторую, плотность которой ρ_2, затем третью с плотностью ρ_3. На графике показано, как изменяется средняя плотность находящегося в баке сиропа по мере заполнения бака. К сожалению, на график капнули готовым вареньем, и часть информации пропала. Найдите массу каждой порции сиропа. Определите, до какого объема V_0 был заполнен бак к тому моменту, когда средняя плотность содержимого составляла $\rho_0 = 1250$ кг/м^3.

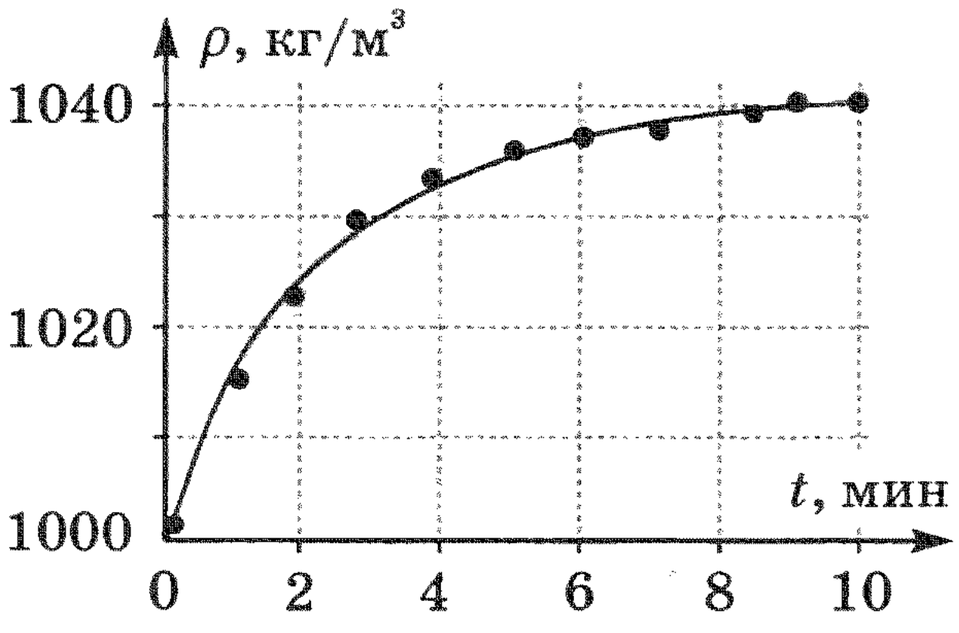


Рис. 3.129

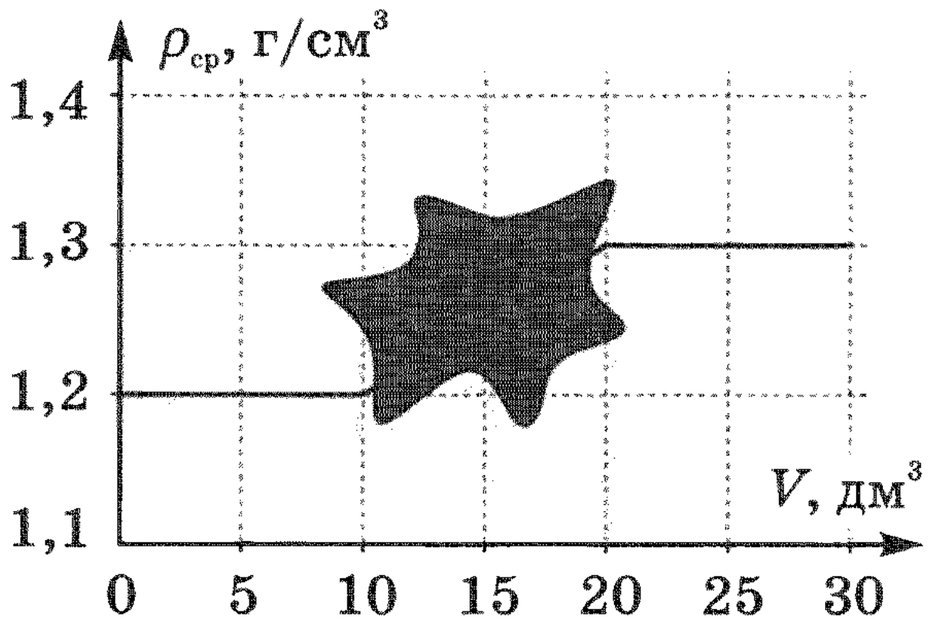


Рис. 3.130

3.131. При производстве варенья в большой бак постепенно наливают сироп. В первую порцию постоянной плотности добавляют вторую, плотность которой меняется, затем доливают третью, опять постоянной плотности. На графике приведена зависимость средней плотности находящегося в баке сиропа от его объема. Найдите массу каждой из трех порций. Определите минимальную и максимальную плотность добавляемого сиропа во второй порции.

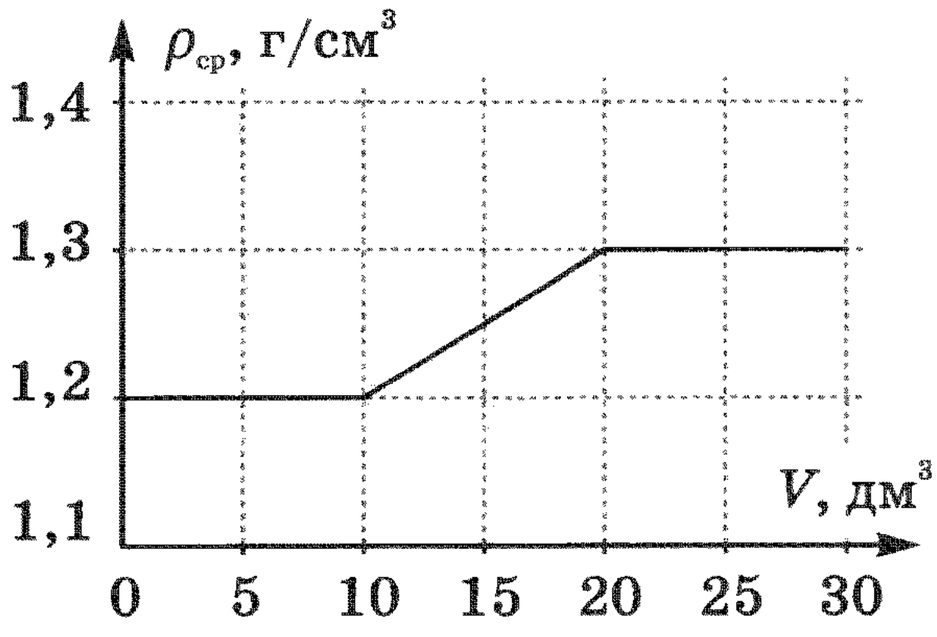


Рис. 3.131

3.132. Экспериментатор Глюк наполнил две одинаковые легкие бутылки емкостью 1 л кварцевым песком до самого верха и взвесил их. Получились одинаковые массы – 1530 г. Затем Глюк аккуратно пересыпал песок из одной бутылки в пакет, заполнил бутылку наполовину водой и медленно высыпал весь песок из пакета обратно в бутылку, которая снова оказалась заполненной до самого верха. Весы показали массу бутылки 1866 г. Какова плотность кварца?

3.133. Если в банку массой $m_1 = 50$ г налить доверху воду, масса банки станет равна $m_2 = 250$ г. Если из банки вылить воду, но положить несколько камней, масса банки станет равна $m_3 = 450$ г. Если теперь в банку с камнями доверху налить воду, ее масса окажется $m_4 = 550$ г. Найдите отношение плотности камней к плотности воды.

3.134. Изначально банка объемом $V_0 = 1000$ мл доверху заполнена одинаковыми металлическими шариками. Одну пятую часть шариков высыпали в стоящий на весах мерный цилиндрический сосуд, заполненный водой (см. рисунок). В результате показания весов увеличились с $m_0 = 4037$ г до $m_1 = 5317$ г, а уровень вылившейся в банку воды сравнялся с уровнем оставшихся шариков. Определите плотность материала, из которого изготовлены шарики.

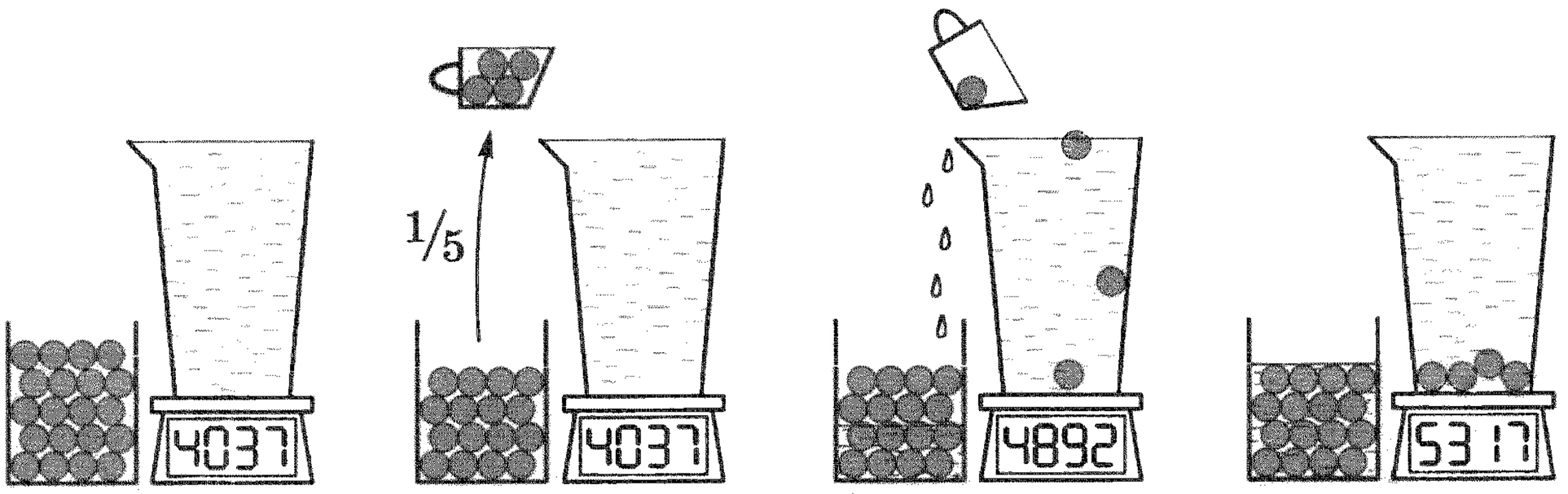


Рис. 3.134

3.135. В сосуд с вертикальными стенками, заполненный водой, помещено тело цилиндрической формы, подвешенное за нить. В начале эксперимента оно полностью погружено в воду. В нижней части сосуда проделывают отверстие, через которое начинает вытекать вода с постоянным объемным расходом $\gamma = 1{,}2$ мл/с. Зависимость высоты уровня воды в сосуде от времени приведена в таблице.

h, см	t, с	h, см	t, с
20,5	0	7,1	210
20,1	10	5,4	230
19,5	20	4,0	250
18,6	40	3,6	260
17,9	50	3,1	270
17,0	70	2,7	280
15,5	100	2,1	290
12,0	150	1,7	300
11,2	160	1,2	310
9,5	180	0,8	320
8,6	190	0,2	330
7,8	200	0,1	340

а) Постройте график зависимости положения уровня воды от времени $h(t)$.
б) Определите объем V тела.
в) Найдите отношение площадей поперечных сечений тела и сосуда $S_т/S_с$.

3.136. Монеты Банка России номиналами 1, 2, 5, 7, 9 и 13 рублей изготавливаются из одинакового сплава. Масса, диаметр и толщина монет приведены в таблице.

Номинал	Диаметр, мм	Толщина, мм	Масса, г
1 рубль	19,5	1,5	3,0
2 рубля	23,0	1,8	5,1
5 рублей	25,0	1,8	5,9
7 рублей	13,7	1,3	1,3
9 рублей	20,5	2,3	4,7
13 рублей	26,0	1,3	4,8

Постройте график зависимости, доказывающий, что все монеты сделаны из одного материала, и с его помощью определите плотность сплава. Монеты с номиналами 7, 9, 13 рублей будут выпущены в следующем году (но это не точно).

ГЛАВА 4

СТАТИКА

В задачах данной главы блоки, пружины, нити и рычаги невесомы, нити нерастяжимы, трения в осях нет, если явно не указано иное. $g = 10$ м/с^2.

4.1. СИЛА УПРУГОСТИ. СИСТЕМЫ ПРУЖИН

Тренировочные задания

4.1. Воздушный шар опускается с постоянной скоростью. Когда из него выбросили груз массой m, он начал подниматься с той же постоянной скоростью. Найдите силу сопротивления воздуха при этой скорости.

4.2. В какую сторону поедет груз M, если тянуть за нить в направлениях 1 и 2 (см. рисунок)?

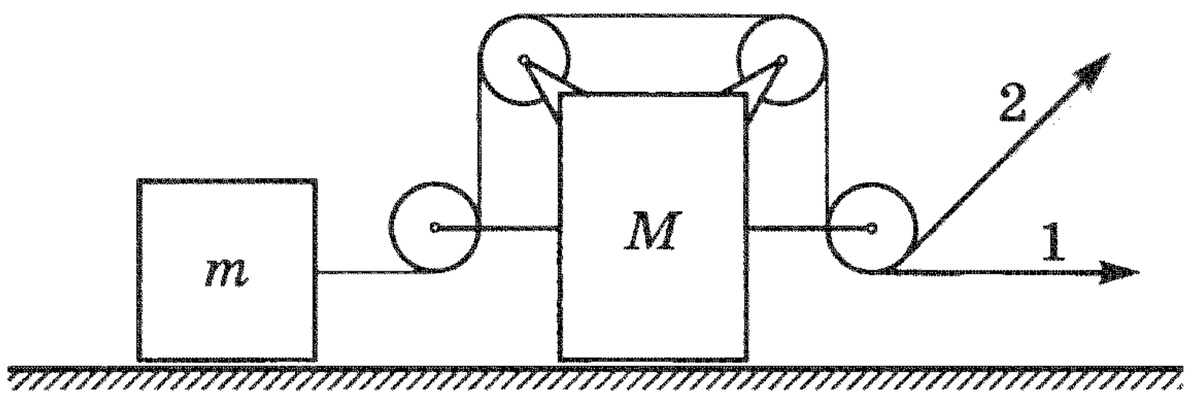


Рис. 4.2

4.3. Чему будет равна эквивалентная жесткость пружины, образованной из двух, имеющих жесткость k_1 и k_2 и соединенных а) параллельно; б) последовательно?

4.4. Как изменится жесткость пружины, если от нее отрезать кусок, уменьшив ее длину в k раз?

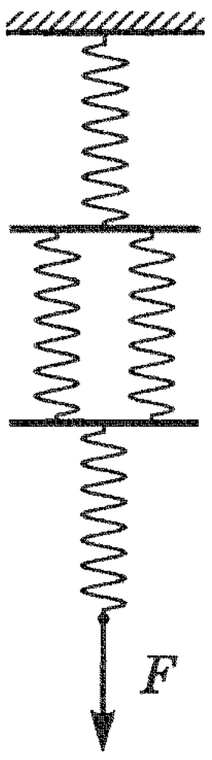


Рис. 4.6

4.5. Резиновый шнур жесткостью $k = 100$ Н/м, сложили вчетверо. Какая жесткость стала у получившейся системы?

4.6. Пружины, жесткость каждой из которых $k = 10$ Н/м, соединены как показано на рисунке. С какой силой F нужно растягивать систему, чтобы точка приложения силы опустилась на $\Delta x = 10$ см?

4.7. Пружина жесткостью $k = 100$ Н/м сохраняет упругие свойства, если сила натяжения не превышает $F = 10$ Н. Пружину можно разрезать на равные части. Какой минимальной жесткостью будет обладать система, составленная из полученных частей, если она должна выдерживать груз массой $m = 10$ кг?

4.8. Если пружину растягивать силой $F = 30$ Н, ее длина будет равна $L_1 = 28$ см, а если сжимать силой F, то ее длина становится равной $L_2 = 22$ см. Найдите длину пружины L в недеформированном состоянии и коэффициент k жесткости пружины.

4.9. Если к пружине поочередно подвешивать грузы с массами m_1 и m_2, то ее длина оказывается равна соответственно l_1 и l_2. Определите жесткость пружины и ее собственную длину.

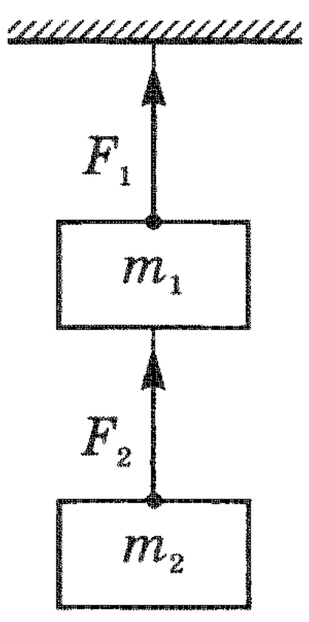


Рис. 4.10

4.10. Два груза подвешены на двух нитях (см. рисунок), силы натяжения которых относятся как 3 : 1. Найдите отношение масс верхнего и нижнего грузов.

4.11. Изначально нить, перекинутая через блок, не натянута. К свободному концу нити прикладывают силу F. На сколько сместится конец нити под действием этой силы? Определите эквивалентный коэффициент жесткости системы. Жесткости пружин известны и указаны на рисунке.

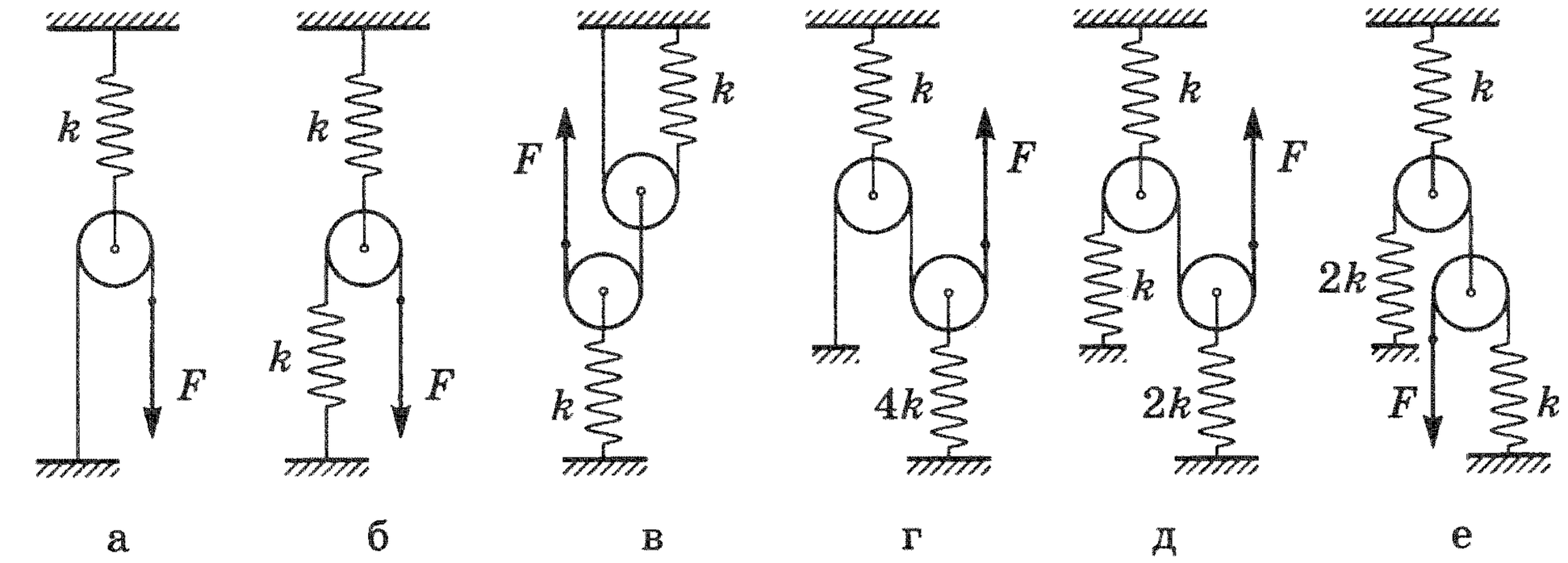


Рис. 4.11

4.12. Найдите эффективную жесткость системы. Внешняя сила прикладывается к ней в месте, обозначенном на рисунке стрелкой.

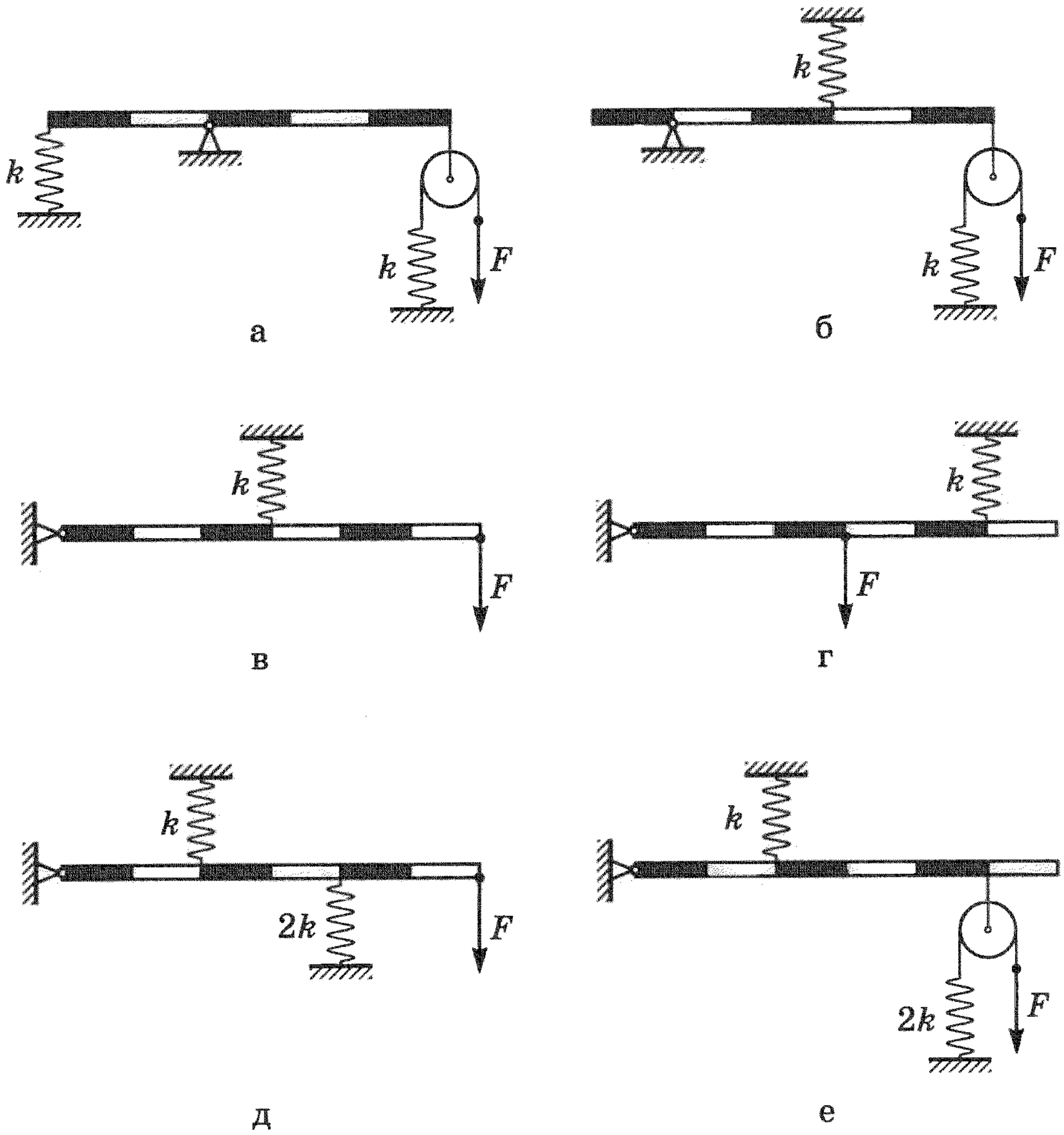


Рис. 4.12

4.13. Рычаг длиной l, шарнирно закрепленный за один край, удерживается в горизонтальном положении пружиной жесткостью k (см. рисунок). Точка крепления пружины делит рычаг в отношении 2 : 1. Определите эквивалентную жесткость k_0 данной системы в зависимости от расстояния x ($0 < x < l$) между шарниром и точкой приложения внешней вертикальной силы F. Постройте график полученной зависимости $F(x)$.

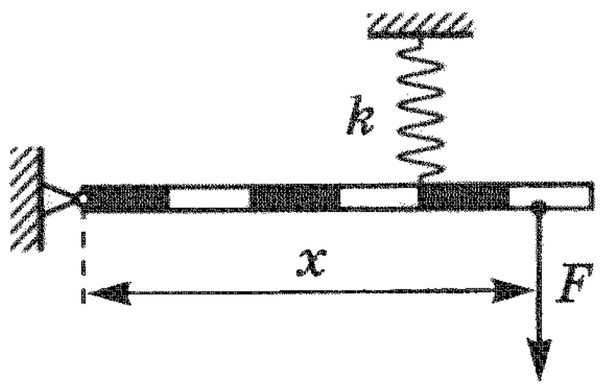


Рис. 4.13

4.14. В спортивном зале есть тренажер, состоящий из двух пружин, подвешенных к потолку (см. рисунок). Жесткости пружин равны k_1 и k_2, длина пружин одинаковая и равна $L = 40$ см. Если потянуть за пружину в точке A с силой $F_1 = 360$ Н вниз, то нижняя пружина коснется пола. Если потянуть за точку B с силой $F_2 = 240$ Н вниз, то эта точка коснется пола. Определите жесткости пружин, если высота потолка в зале $H = 2$ м.

4.15. Лампа массой $m = 400$ г подвешена на двух пружинах, имеющих одинаковую длину в нерастянутом состоянии (см. рисунок). Жесткости пружин равны $k_1 = 3$ Н/м и $k_2 = 5$ Н/м. На какую величину растянуты пружины?

4.16. Лампа массой $m = 800$ г подвешена на двух пружинах, которые были отрезаны от одной и той же длинной пружины (см. рисунок). Длина меньшей пружины в нерастянутом состоянии $l = 20$ см. Жесткости пружин равны $k = 30$ Н/м и $3k$. На каком расстоянии от потолка висит лампа?

4.17. Какую силу надо приложить к подвижному блоку, подвешенному на двух пружинах (см. рисунок), имеющих коэффициенты жесткости $k = 10$ Н/м и $2k$, чтобы сместить его вниз на расстояние $x = 5$ см?

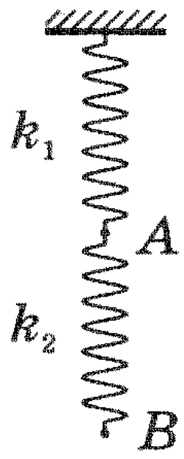


Рис. 4.14

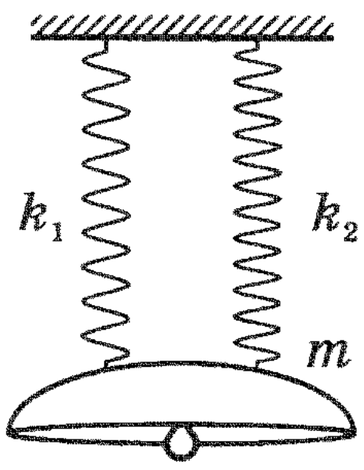


Рис. 4.15

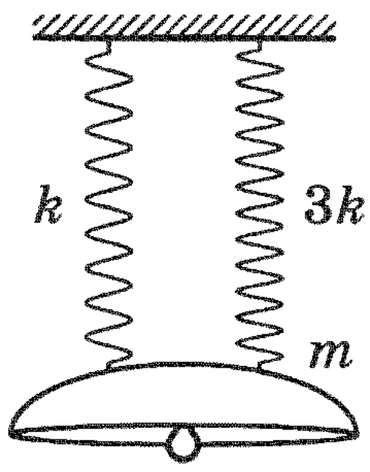


Рис. 4.16

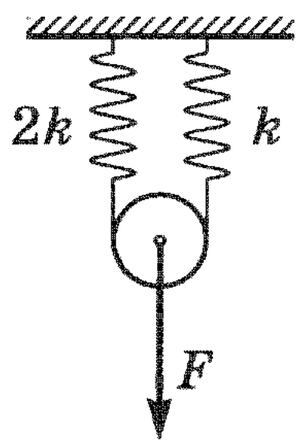


Рис. 4.17

4.18. В недеформированном состоянии две пружины имеют длину l и $2l$ и жесткость k и $2k$ соответственно (см. рисунок). На каком расстоянии от левой стенки будет покоиться небольшое тело, закрепленное между пружинами, если расстояние между точками крепления пружин к стенкам $4l$?

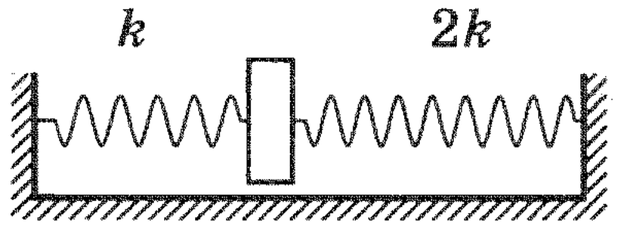


Рис. 4.18

4.19. С двух сторон к бруску массой M с помощью нитей и блоков прикреплены два груза (см. рисунок). Масса левого груза равна $m_1 = 2$ кг и остается постоянной, а массу правого груза m_2 можно изменять. Оказалось, что если масса правого груза больше 2 кг, но меньше 6 кг, то система находится в покое. Определите максимальное значение силы трения покоя, действующей на брусок.

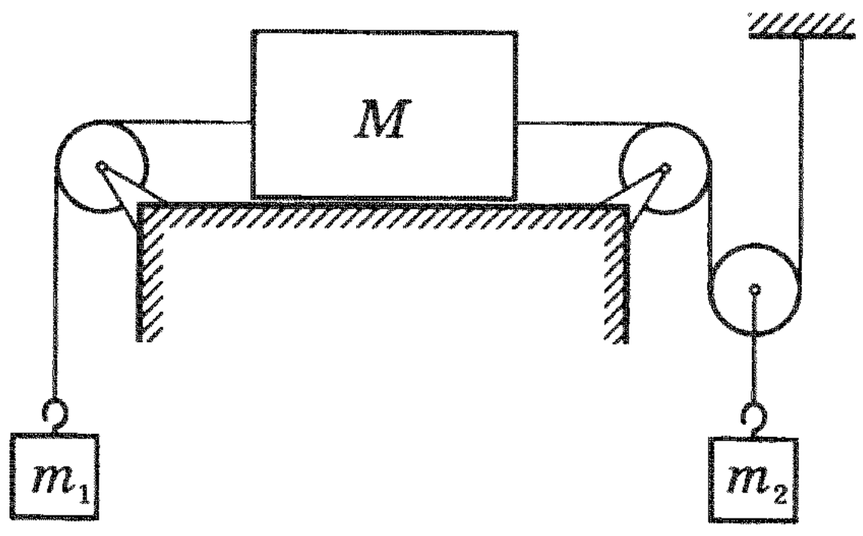


Рис. 4.19

Олимпиадные задания

4.20. Экспериментатор Глюк, изучая упругие свойства пружины, снял зависимость ее длины L от массы m подвешенного к ней груза (см. рисунок) и по ней построил график. Найдите: длину пружины в нерастянутом состоянии L_0; коэффициент жесткости пружины k; массу груза m_1, при которой растяжение пружины $x_1 = 90$ см.

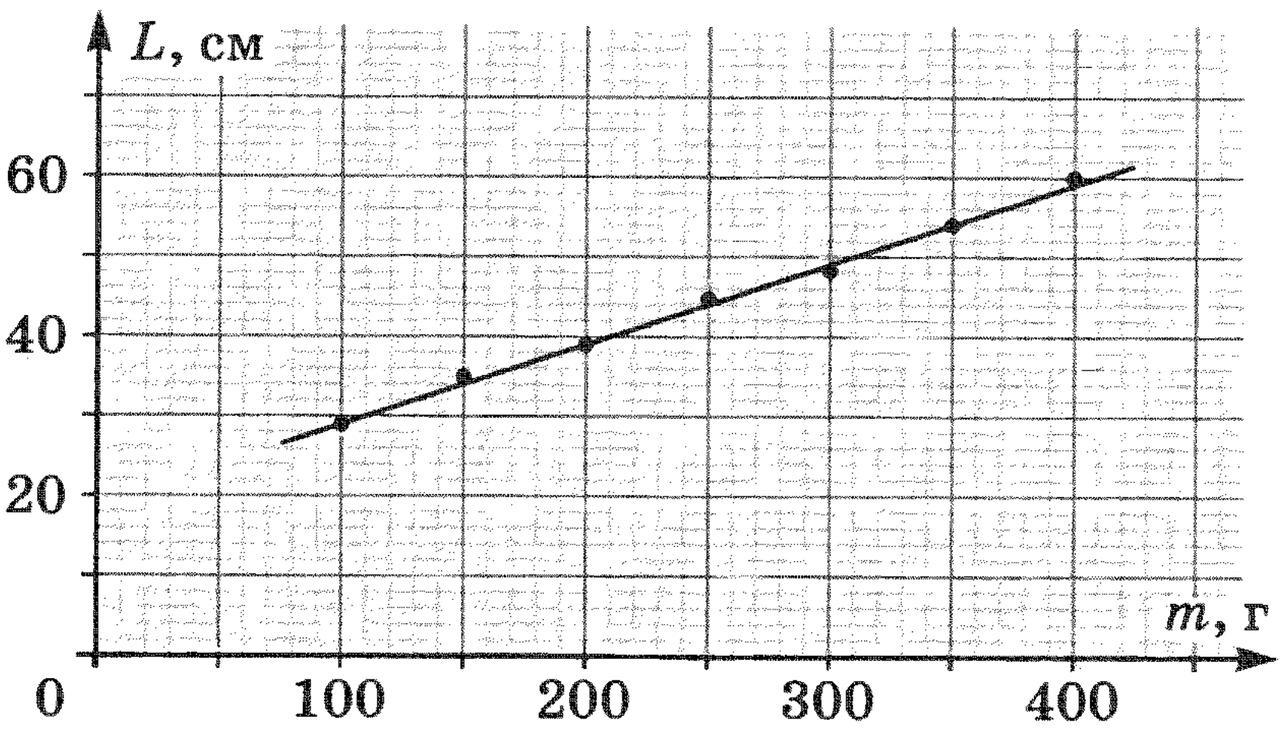


Рис. 4.20

4.21. Легкая пружина с коэффициентом жесткости $k = 40$ Н/м имеет $N = 30$ витков. Определите, на сколько увеличится рассто-

яние между тринадцатым и двадцать пятым витками пружины, если к ней подвесить груз массой $m = 600$ г.

4.22. К трем одинаковым динамометрам, соединенным так, как показано на рисунке, подвешен груз. Показания верхнего и нижнего динамометров $F_1 = 90$ Н и $F_3 = 30$ Н соответственно. Определите показания F_2 среднего динамометра и массу груза M.

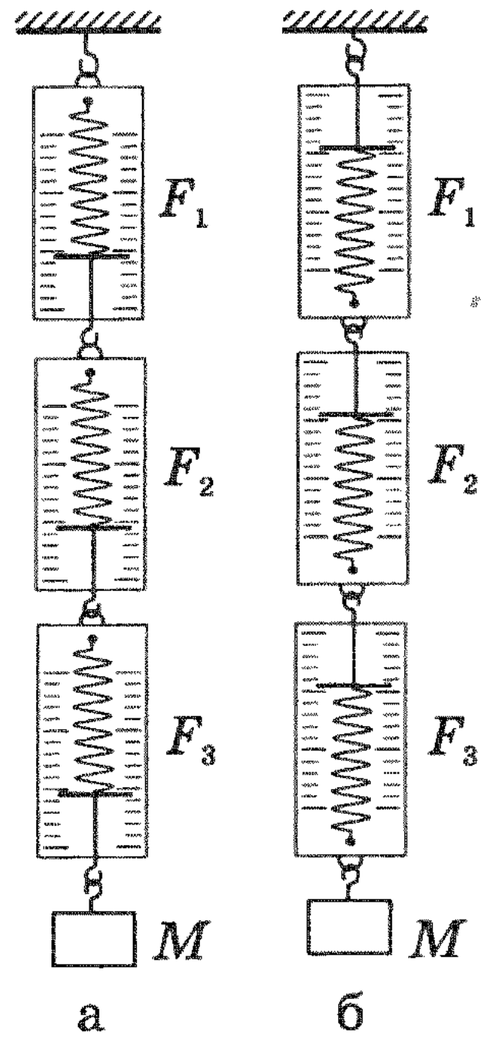


Рис. 4.22

4.23. На столе стоят пружинные весы, на весах — цилиндрический сосуд с водой (см. рисунок). Когда в сосуд долили некоторое количество воды, поверхность воды в сосуде осталась относительно стола на прежнем уровне. Определите жесткость k весов. Сечение сосуда $S = 10$ см^2.

4.24. Деревянный кубик покоится на сжатой пружине. Если на него сверху положить еще такой же кубик, то высота всей конструкции не изменится (см. рисунок). Определите жесткость пружины, если площадь всей поверхности каждого кубика $S = 600$ см^2. Плотность дерева $\rho = 0{,}80$ г/см^3.

4.25. Система из трех грузов массами m, M и $3m$, скрепленная двумя пружинами жесткостью $k = 56$ Н/м каждая, подвешивается один раз за груз m, а другой раз за груз $3m$. В первом случае длина системы оказалась на $L = 14$ см больше, чем во втором (см. рисунок). Найдите значение m.

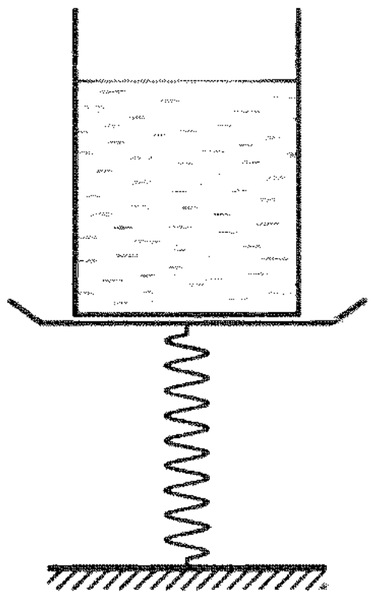


Рис. 4.23

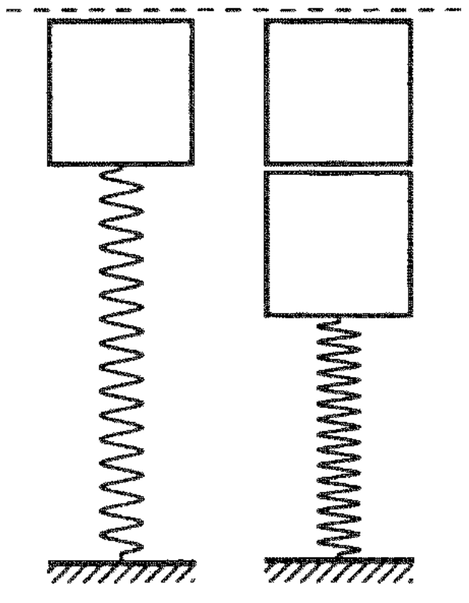


Рис. 4.24

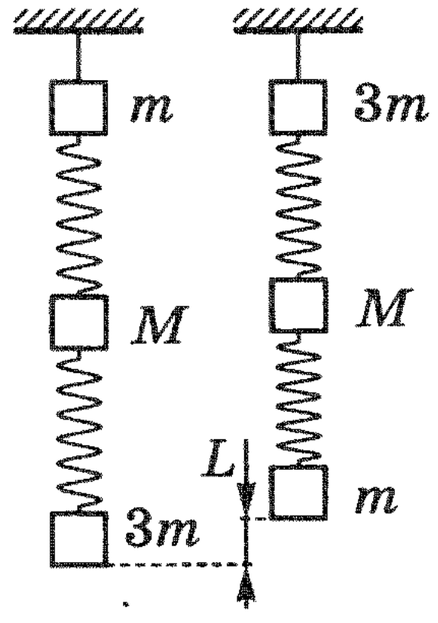


Рис. 4.25

4.26. К потолку прикреплена конструкция, состоящая из двух пружин и двух маленьких чашек A и B (см. рисунок). Расстояние от пола до потолка равно 2 м. Жесткости пружин равны $k_1 = 15$ Н/м и $k_2 = 30$ Н/м. Длины нерастянутых пружин одинаковы и равны $l = 30$ см. Масса чашки A равна $m = 100$ г, чашка B невесома. Груз какой массы надо положить в чашку A, чтобы чашка B достала до пола? Какой груз надо положить в чашку B, чтобы она достала до пола (чашка A при этом пуста)?

4.27. Динамометр стал давать неправильные показания, но для него остался справедлив закон Гука. Если к нему подвесить груз массой 200 г, он покажет 3,0 Н, а если 350 г, то 4,8 Н. Найдите показания динамометра с грузом массой 300 г.

4.28. Однородную пружину длины L разрезали на две части, одна из которых имеет длину l_1. Из получившихся кусков пружины, нити и подвижного блока собрали систему, как показано на рисунке. В некоторый момент времени блок начали поднимать вертикально вверх со скоростью v_0. С какой скоростью стала подниматься точка на верхнем конце пружины длиной l_1?

4.29. Две дрессированные белки лезут по дереву. Одна лезет вертикально вверх со скоростью $v_1 = 10$ см/с, другая – вертикально вниз со скоростью $v_2 = 8$ см/с. Белки тянут легкую чашку за прикрепленные к ней одинаковые пружины жесткостью $k = 10$ Н/м (см. рисунок). Идет дождь, из-за которого в чашку набирается вода со скоростью $\mu = 1$ г/с. С какой скоростью движется чашка?

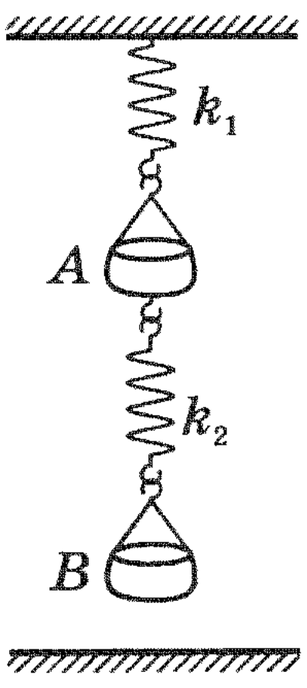


Рис. 4.26

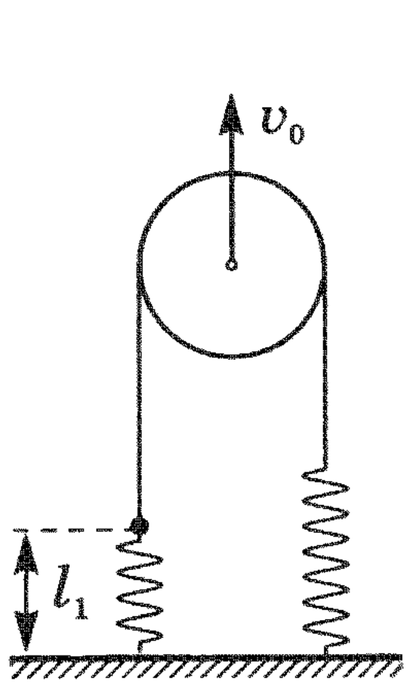


Рис. 4.28

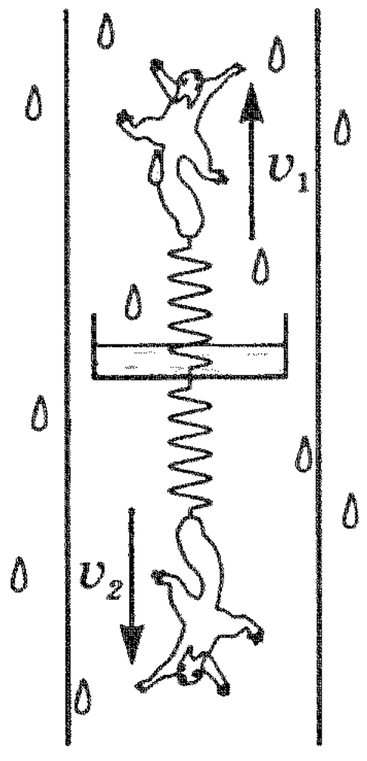
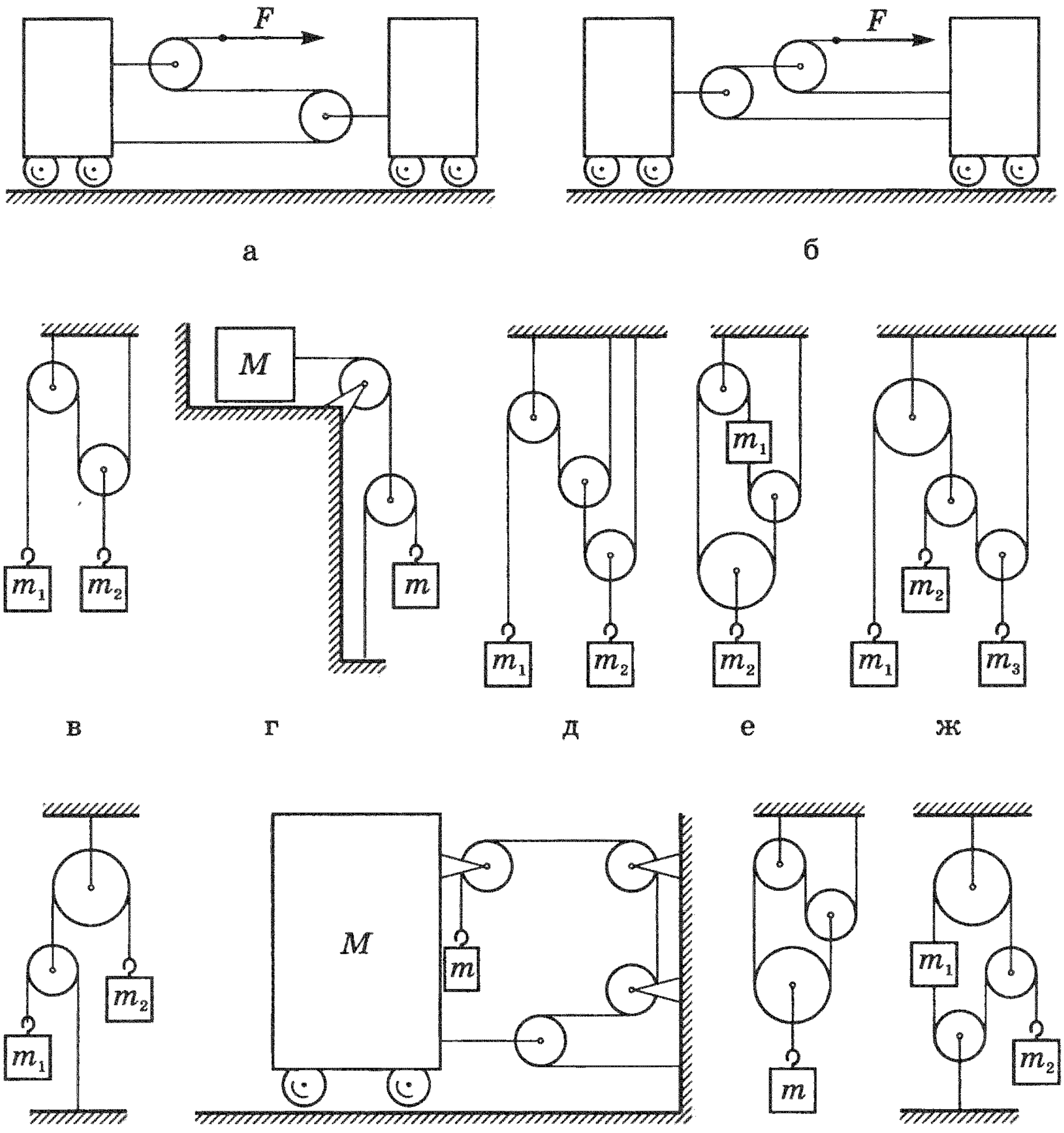


Рис. 4.29

4.2. РАВНОВЕСИЕ ПРИ ОТСУТСТВИИ ВРАЩЕНИЯ. СИСТЕМЫ БЛОКОВ

Тренировочные задания

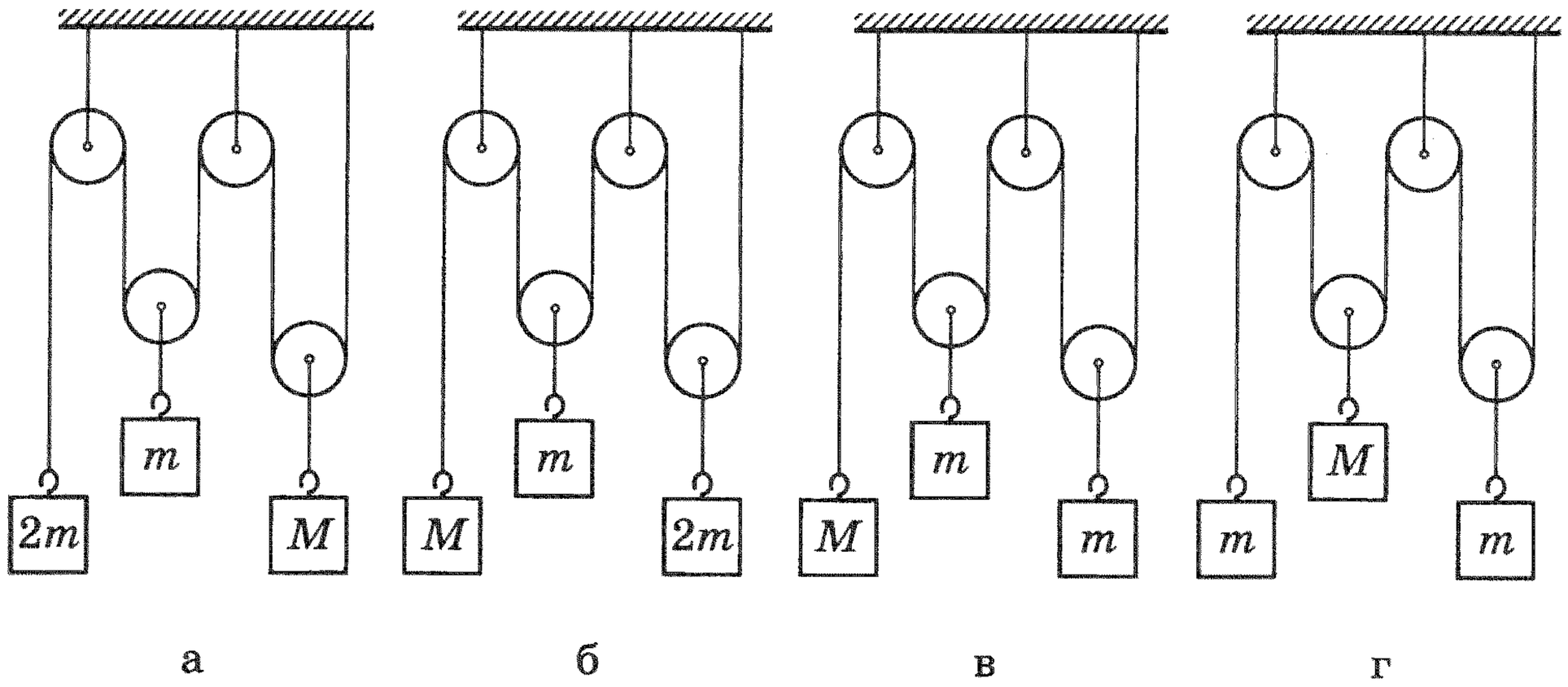
4.30. Расставьте силы, действующие на тела и подвижные блоки в предложенных системах (см. рисунок). Определите, в каких системах возможно равновесие, и при каком соотношении масс.



а б в г д е ж з и к л

Рис. 4.30

4.31. В какой из приведенных систем (см. рисунок) возможно равновесие грузов и при каком соотношении масс? Считайте, что $M \neq m$.



а б в г

Рис. 4.31

4.32. На системе из блоков и нитей подвешен груз массой $m = 20$ кг, как показано на рисунке. Определите силу натяжения нити, на которой подвешены подвижные блоки.

4.33. На системе из блоков и нитей подвешен груз массой $m = 500$ кг, как показано на рисунке. Определите силу натяжения нити, на которой подвешены подвижные блоки.

4.34. Определите силы натяжения тросов в системе, состоящей из блоков и нитей, к которым подвешен груз массой $m = 20$ кг, как показано на рисунке.

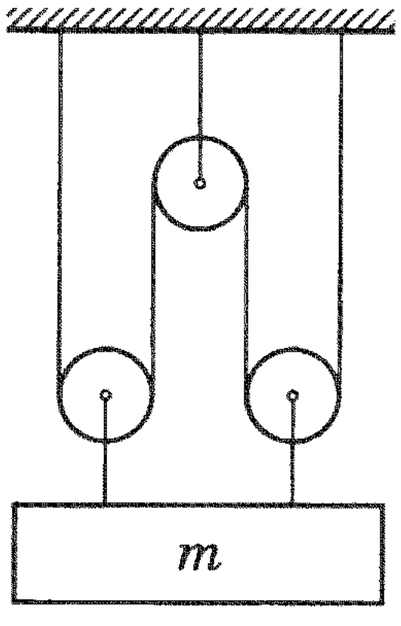


Рис. 4.32

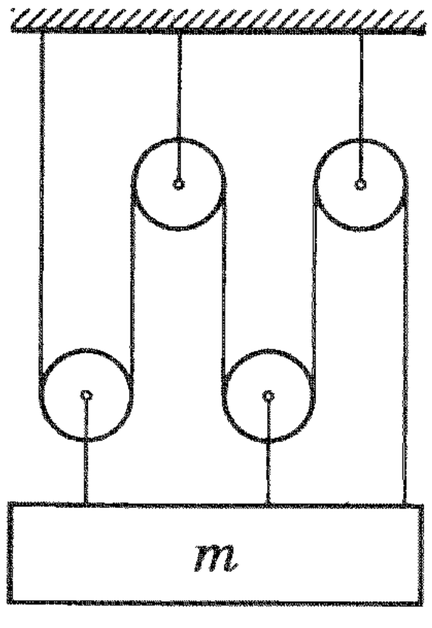


Рис. 4.33

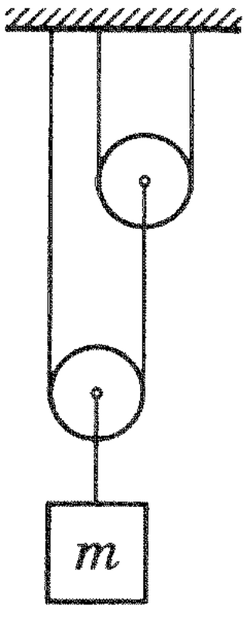


Рис. 4.34

4.35. Определите массу тела, подвешенного к системе, состоящей из блоков и нитей (см. рисунок). Сила натяжения нити $T = 20$ Н.

4.36. Определите массу m груза, если для равновесия системы к нити необходимо прикладывать силу $F = 100$ Н (см. рисунок).

4.37. На системе из блоков и нитей подвешен груз массы $m = 30$ кг (см. рисунок). Найдите силу натяжения нити T.

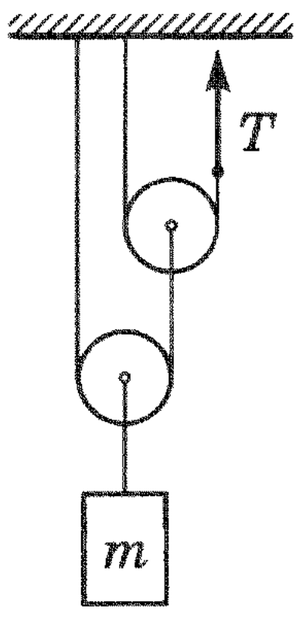


Рис. 4.35

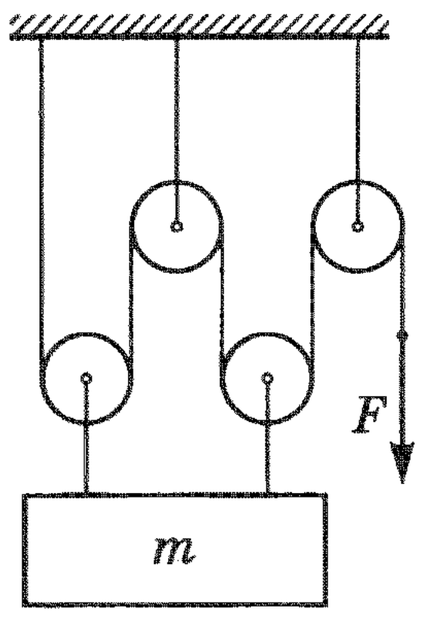


Рис. 4.36

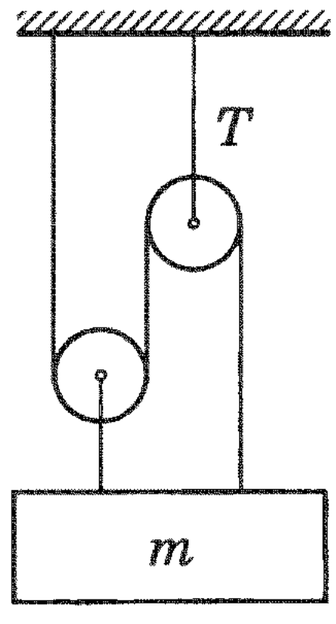
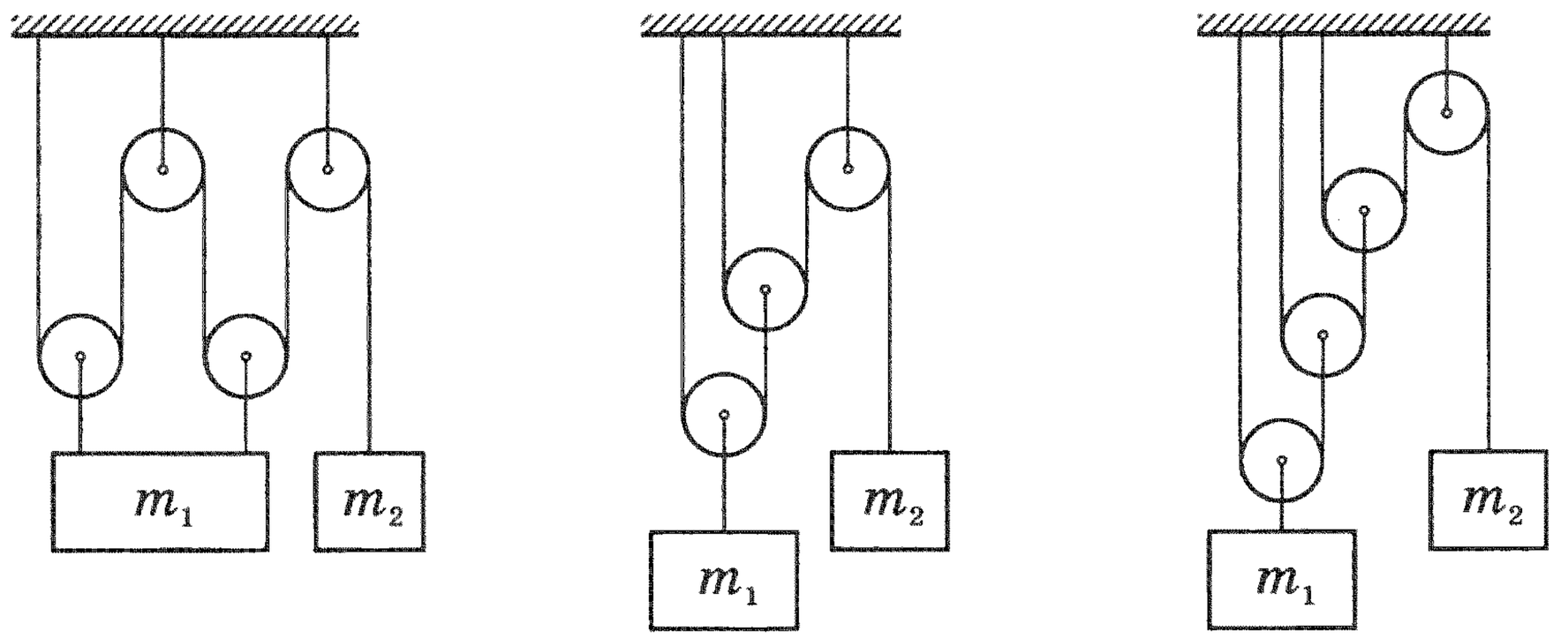


Рис. 4.37

4.38. На системе из блоков и нитей подвешены грузы массами m_1 и m_2, как показано на рисунке. Определите, при каком отношении масс m_1/m_2 система будет находиться в равновесии.



а б в

Рис. 4.38

4.39. Благодаря механизму, состоящему из подвижных и неподвижных блоков, соединенных тросом, можно силой $F = 50$ Н удерживать груз массой $m = 40$ кг. Сколько подвижных и неподвиж-

ных блоков необходимо для удержания груза? Как устроен такой механизм? Изобразите схему соединения блоков и нитей с грузом.

4.40. На системе из блоков и нитей подвешены грузы массами m_1 и m_2, как показано на рисунке. Определите, при каком отношении масс m_1/m_2 система будет находиться в равновесии.

4.41. Контактные провода троллейбусной линии натягиваются с помощью системы блоков и тросов, схема которой представлена на рисунке. Сила натяжения троса $T = 8$ кН. Определите, груз какой массы m надо подвесить на трос, чтобы обеспечить такую силу натяжения.

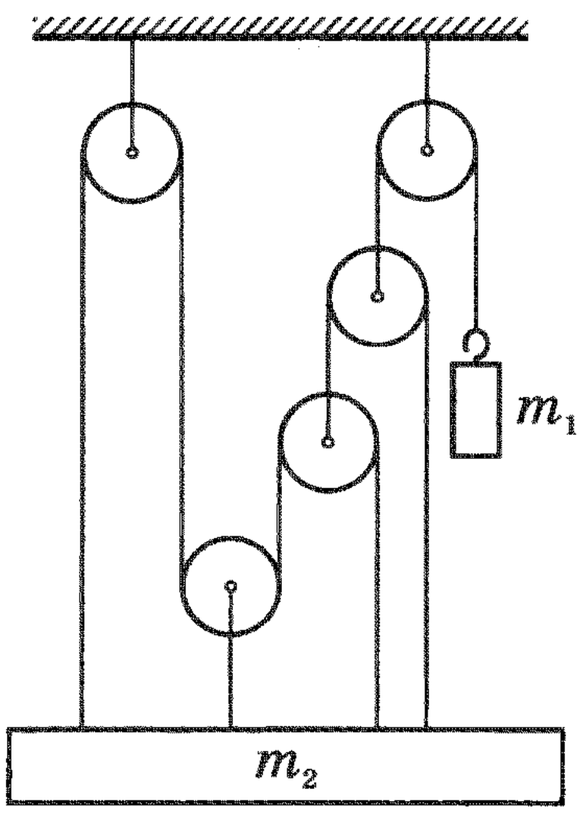


Рис. 4.40

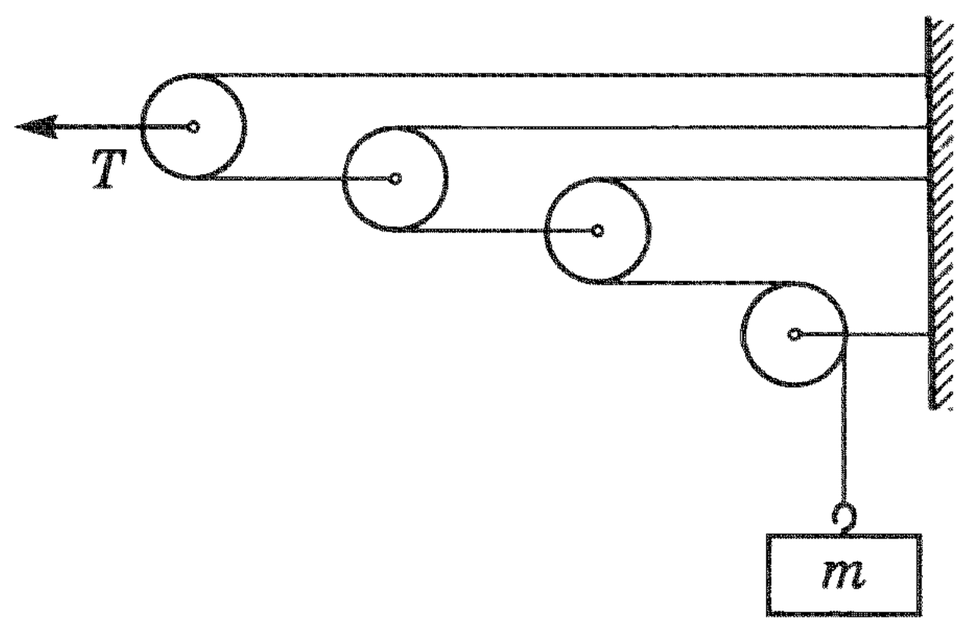


Рис. 4.41

4.42. Какую силу F надо прикладывать к стержню, изображенному на рисунке, чтобы равномерно поднимать груз массой $m = 2$ кг?

4.43. Предложите систему, состоящую из блоков и нитей, обеспечивающую выигрыш в силе в:
а) 4 раза, б) 8 раз, в) 3 раза, г) 5/3 раза.

4.44. Предложите систему, состоящую из блоков и нитей, обеспечивающую проигрыш в силе в:
а) 4 раза, б) 8 раз, в) 3 раза, г) 3/2 раза.

4.45. Система, состоящая из подвижного и неподвижного блоков и двух грузов, находится в равновесии, как показано на рисунке.

Масса левого груза $m_1 = 3$ кг, масса каждого из блоков равна $m = 1$ кг. Найдите массу m_2 правого груза.

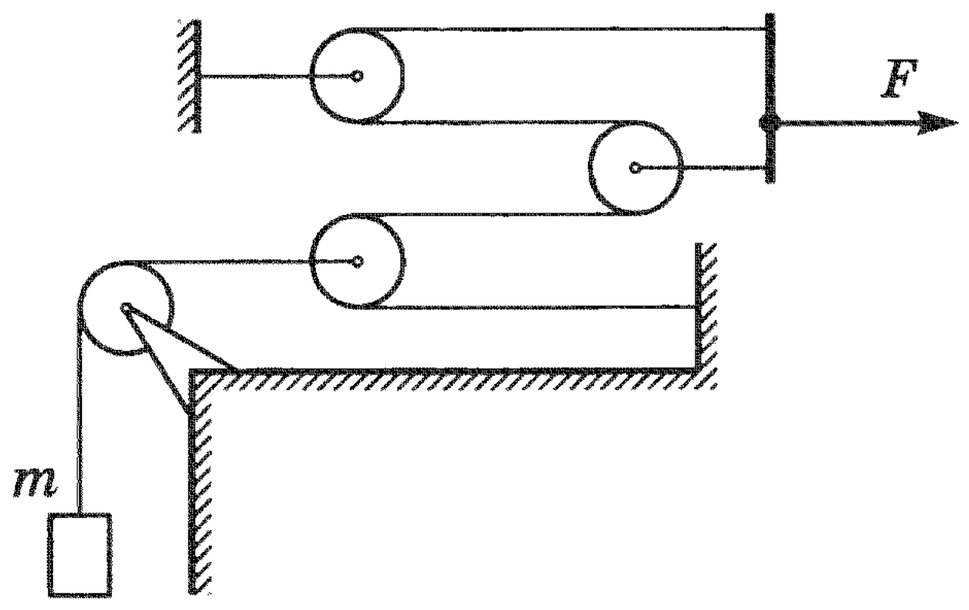


Рис. 4.42

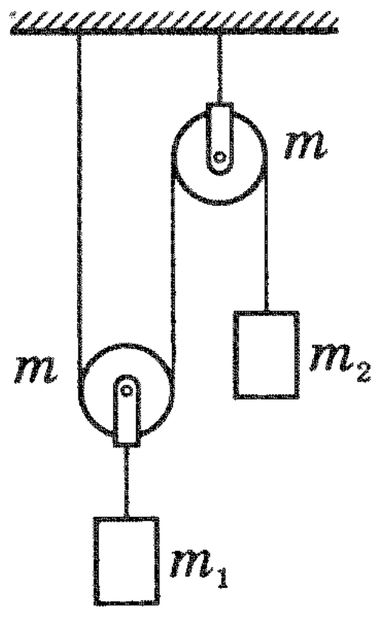


Рис. 4.45

Олимпиадные задания

4.46. Два ящика покоятся на горизонтальной поверхности, как показано на рисунке. Чтобы преодолеть трение и сдвинуть с места левый ящик, к нему необходимо приложить горизонтальную силу больше $F_1 = 24$ Н. Чтобы сдвинуть правый $F_2 = 18$ Н. Ящики соединили нитью, переброшенной через блоки. Какую минимальную силу надо приложить к концу нити, чтобы расстояние между ящиками начало уменьшаться?

4.47. Черный ящик, привязанный через систему блоков и нитей к стенке, покоится на горизонтальной поверхности (см. рисунок). Чтобы преодолеть трение и сдвинуть его с места, непосредственно к нему необходимо приложить горизонтальную силу чуть больше $F_0 = 16$ Н. Какую минимальную силу надо прикладывать к черному ящику, чтобы он оставался неподвижным, если к веревке приложена сила $F = 15$ Н?

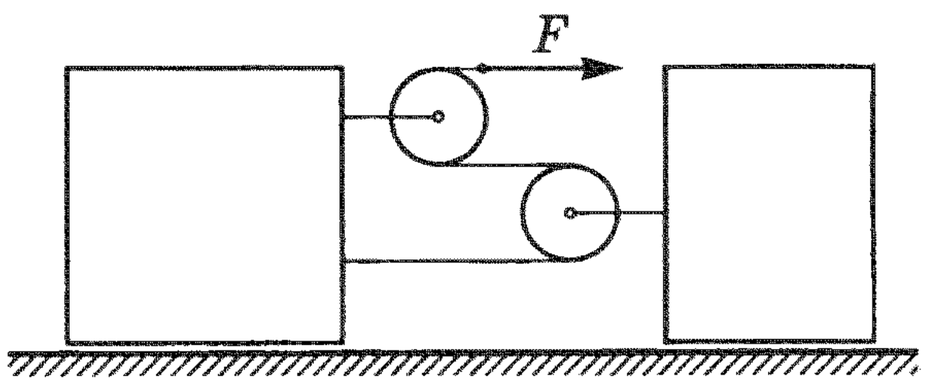


Рис. 4.46

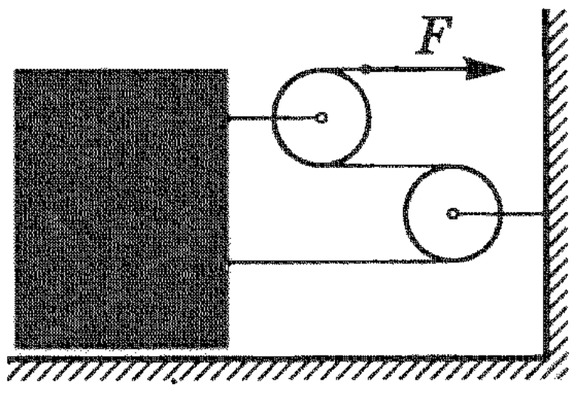


Рис. 4.47

4.48. Система состоит из подвижных и неподвижных блоков, грузов и нитей (см. рисунок). Масса крайнего груза $m = 10$ кг. Найдите массы остальных грузов, если система в равновесии.

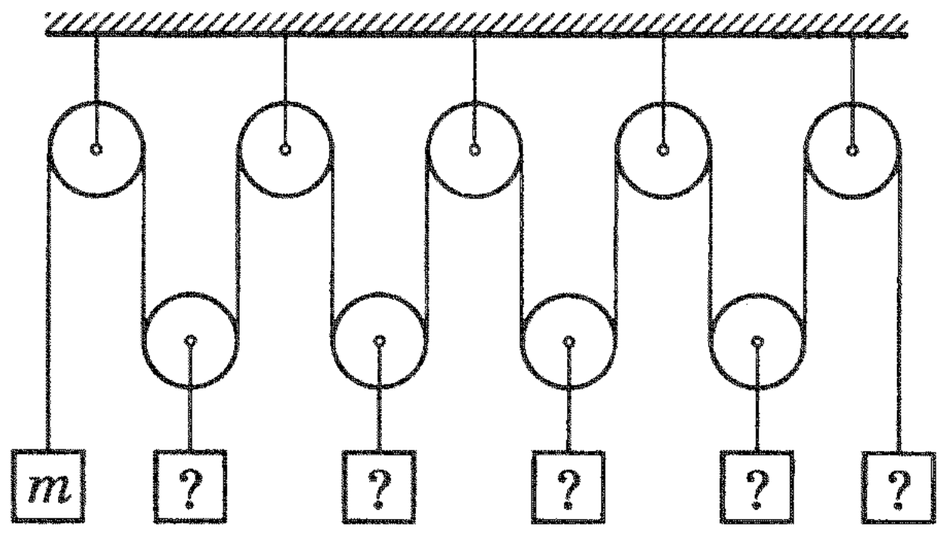


Рис. 4.48

4.49. Во сколько раз дает выигрыш в силе система (см. рисунок)?

4.50. К системе из трех блоков подвешен груз массой $M = 2$ кг, как показано на рисунке. Масса каждого блока $m = 1$ кг. Определите силу натяжения нити в точке A.

4.51. Из нитей и одинаковых блоков массой M каждый собрана полубесконечная система, показанная на рисунке. Найдите силу F, которую показывает динамометр $Д$.

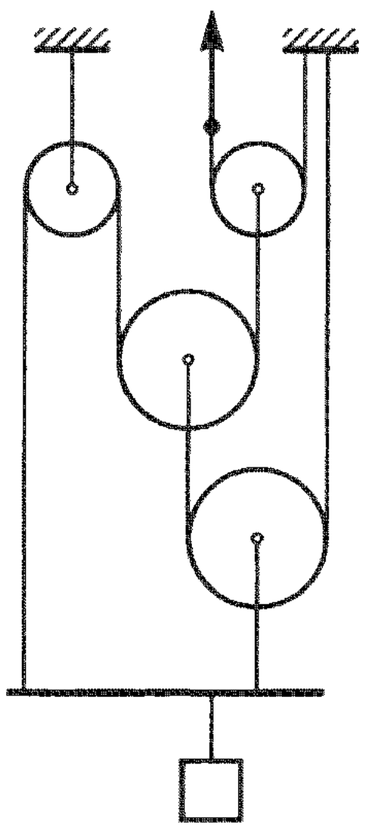


Рис. 4.49

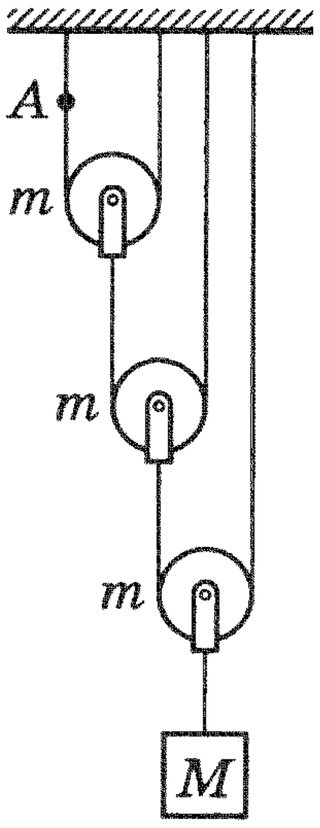


Рис. 4.50

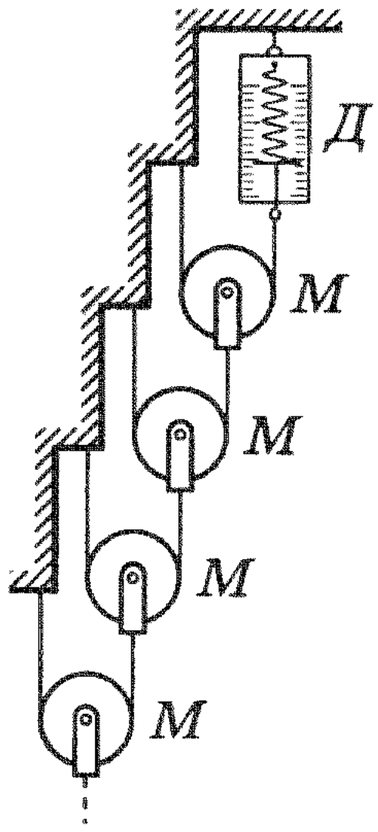


Рис. 4.51

4.52. Система из блоков массой $m = 1{,}0$ кг и нитей удерживает в равновесии груз массой $4m$ (см. рисунок). Определите силу натяжения длинной нити.

4.53. В системе, изображенной на рисунке, масса самого правого груза равна $m_4 = 1$ кг, а массы всех блоков одинаковы и равны $m = 300$ г. Система уравновешена и неподвижна. Найдите массы остальных грузов.

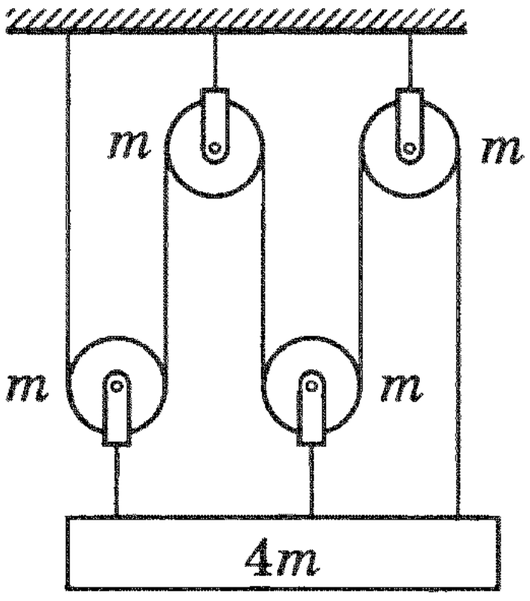


Рис. 4.52

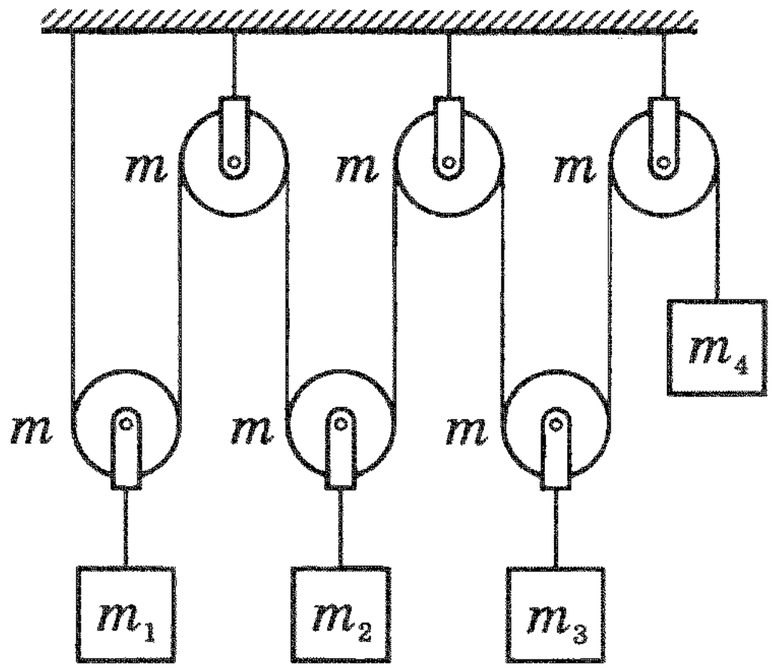


Рис. 4.53

4.54. На рисунке показана система из блоков, грузов, пружины и нитей. Массы грузов $m_1 = 50$ г, $m_2 = 30$ г, а жесткость пружины $k = 10$ Н/м. При каком значении массы M система может находиться в равновесии? На сколько деформирована пружина?

4.55. Система, состоящая из закрепленного блока, нитей, подвижного блока массой $m = 1$ кг, пружины и нескольких грузов находится в равновесии (см. рисунок). Определите:
а) чему равна масса груза M;
б) сжата или растянута пружина;
в) чему равна сила упругости пружины k.

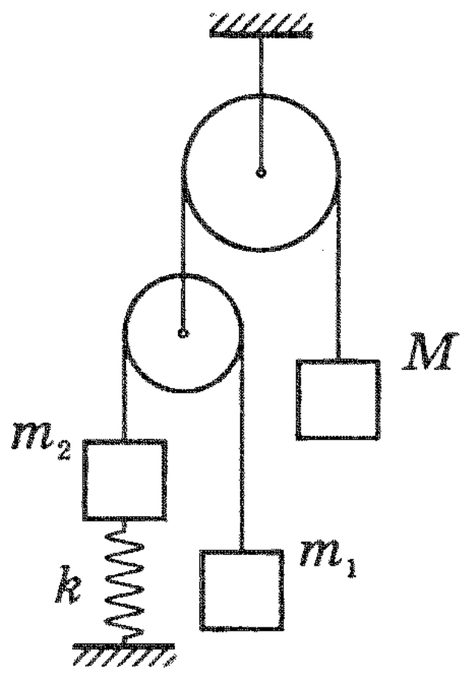


Рис. 4.54

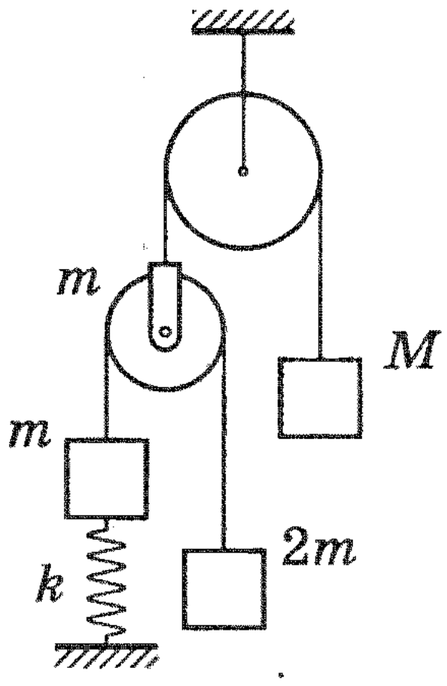


Рис. 4.55

4.56. Мальчик соорудил себе подвесное кресло (см. рисунок) и с его помощью приподнял себя над землей. С какой силой мальчик должен тянуть веревку, и с какой силой он давит на сиденье, если масса мальчика $M = 50$ кг, а масса кресла $m = 10$ кг?

4.57. Мальчик соорудил себе подвесное кресло (см. рисунок) и с его помощью приподнял себя над землей. С какой силой мальчик должен тянуть веревку, и с какой силой он давит на сиденье, если масса мальчика $M = 50$ кг, а масса кресла $m = 20$ кг?

4.58. Какую силу надо прикладывать к свободному концу нити в системе, состоящей из блоков массой m и нитей, чтобы поднимать равномерно груз массой $4m$ (см. рисунок)?

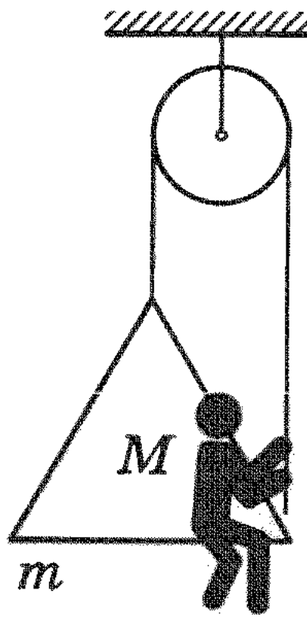


Рис. 4.56

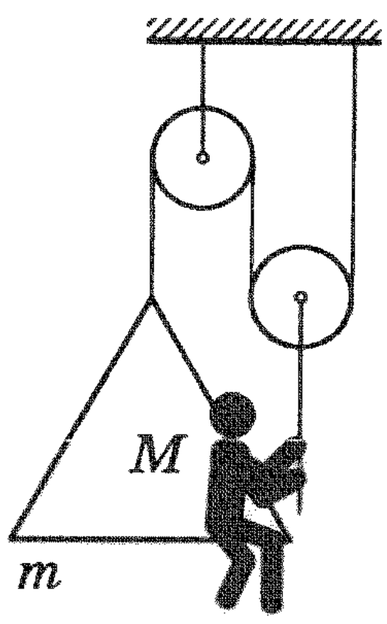


Рис. 4.57

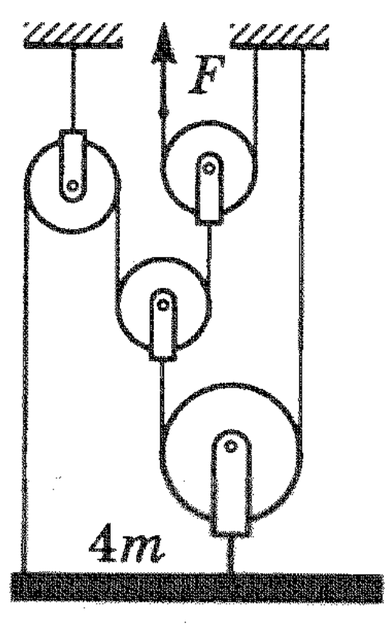


Рис. 4.58

4.59. Для удержания тяжелого груза используется система из шести блоков и нескольких тросов, прикрепленных к потолку, как показано на рисунке. С какой силой F надо тянуть вниз за конец троса, свисающего с левого блока, чтобы удержать груз массой $M = 500$ кг в равновесии?

4.60. На трех нитях подвешены три тела, как показано на рисунке. Известно, что сила натяжения верхней нити равна $T = 20$ Н. Если тела 1 и 2 поменять местами, то сила натяжения средней нити увеличится на $T_1 = 2$ Н, а если поменять местами тела 1 и 3, то сила натяжения средней нити уменьшится на $T_2 = 1$ Н. Найдите силу натяжения T_0 нижней нити в первоначальном состоянии системы.

4.61. Есть две системы блоков, соединенных нитями (см. рисунок). В каждой системе имеются одинаковые динамометры, закрепленные между соответствующими участками нитей. Груз 1 имеет

массу $m = 200$ г. Груз 2 представляет собой сосуд, наполненный водой, суммарной массой $M = 800$ г. В сосуде имеется отверстие, изначально закрытое пробкой. После извлечения пробки вода начинает вытекать через отверстие с объемным расходом $q = 25$ мл/мин. Определите, через какое время показания динамометров станут одинаковыми.

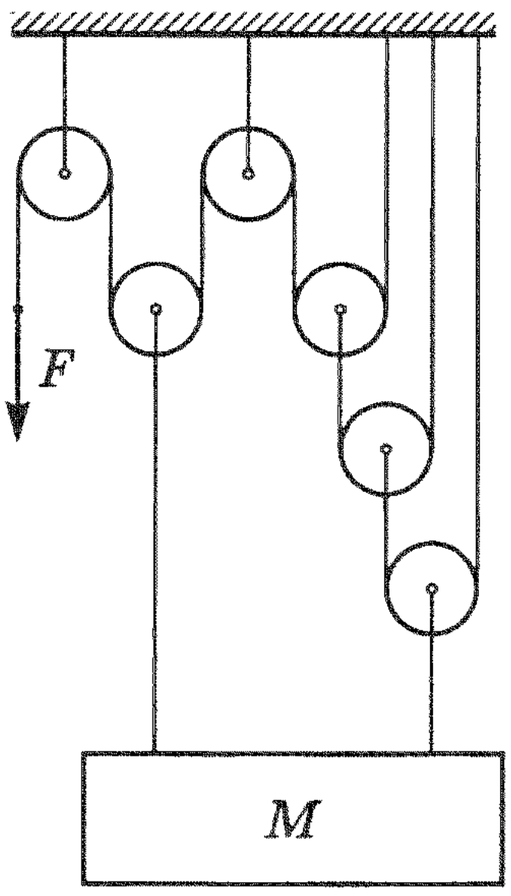


Рис. 4.59

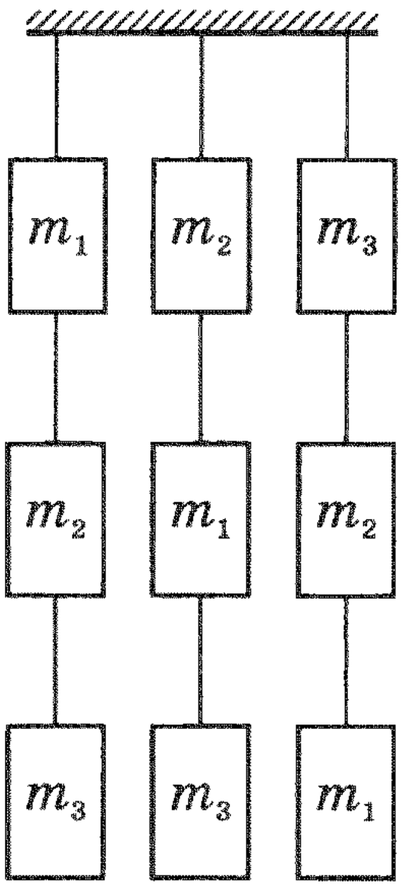


Рис. 4.60

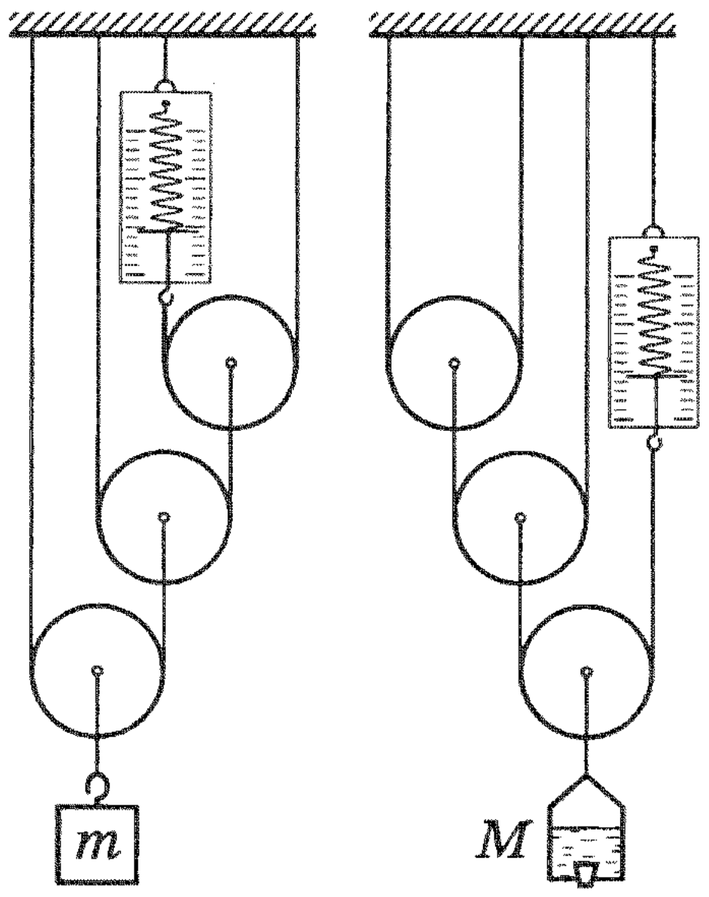


Рис. 4.61

4.62. В системе, состоящей из трех одинаковых динамометров и груза, подвешенных друг за другом (см. рисунок), динамометр A показывает $F_1 = 3{,}8$ Н, а динамометр $Б$ – $F_2 = 2{,}2$ Н. Определите, что будут показывать динамометры, если систему перевернуть.

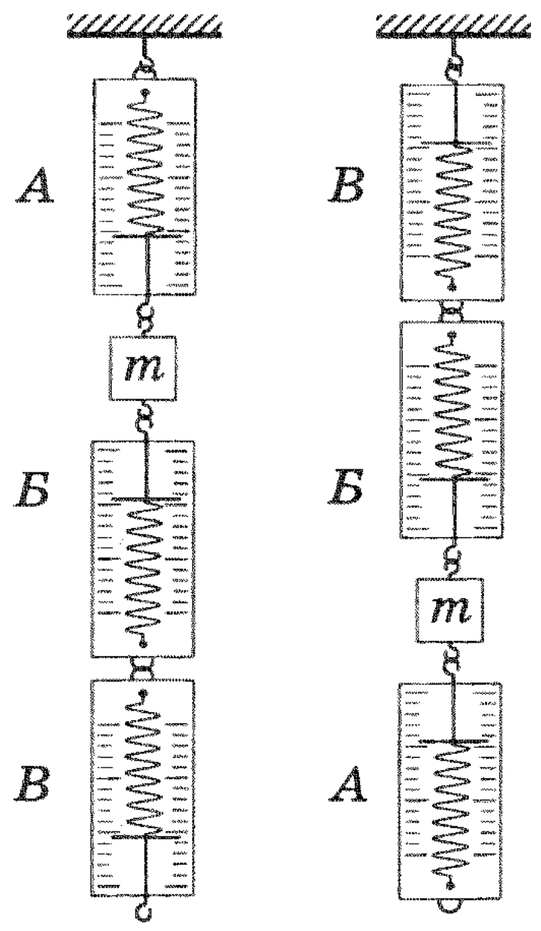


Рис. 4.62

4.3. МОМЕНТ СИЛЫ. ПРАВИЛО МОМЕНТОВ

Тренировочные задания

4.63. Расставьте силы, действующие на выделенные цветом покоящиеся тела в предложенных системах (см. рисунок).

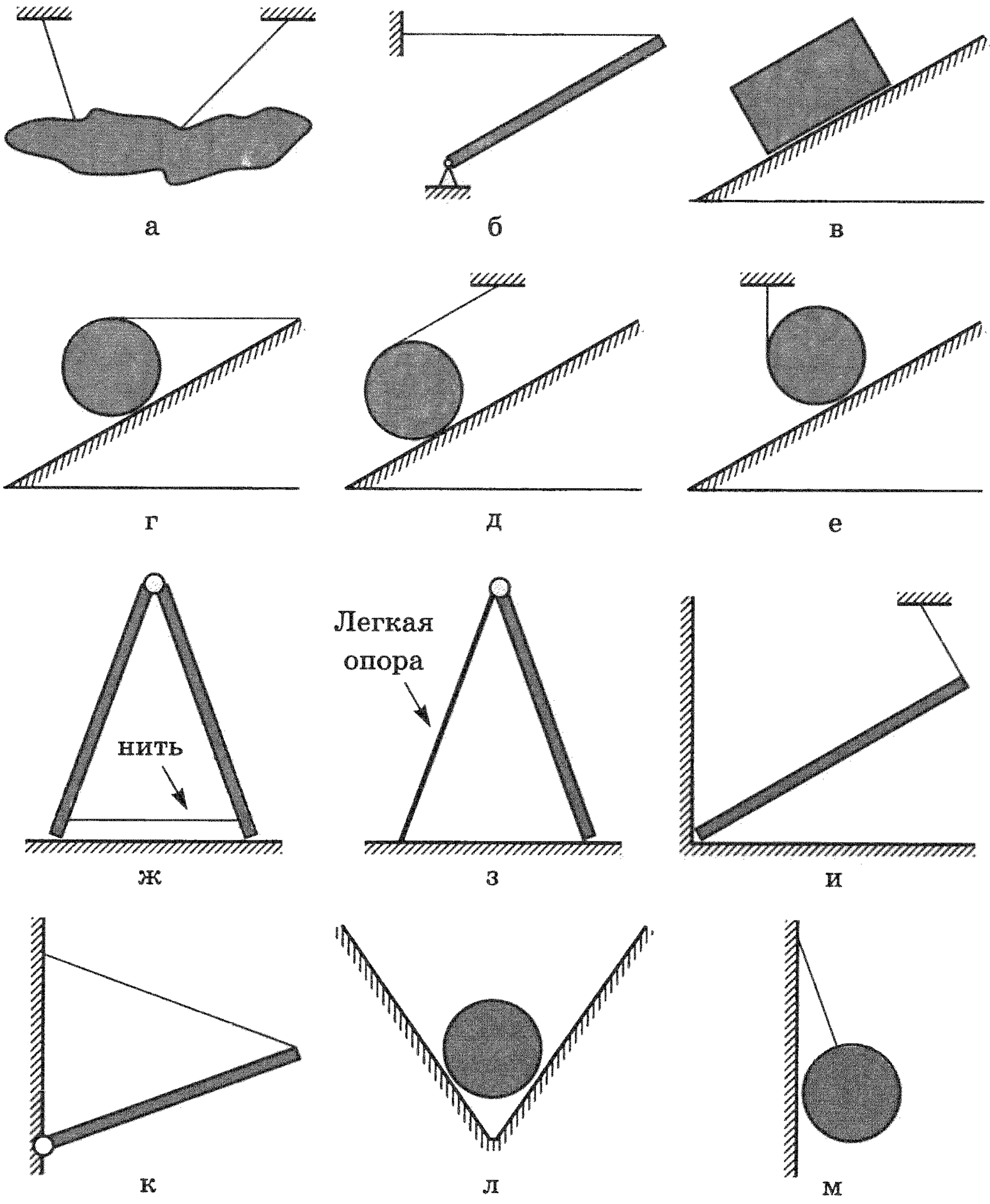
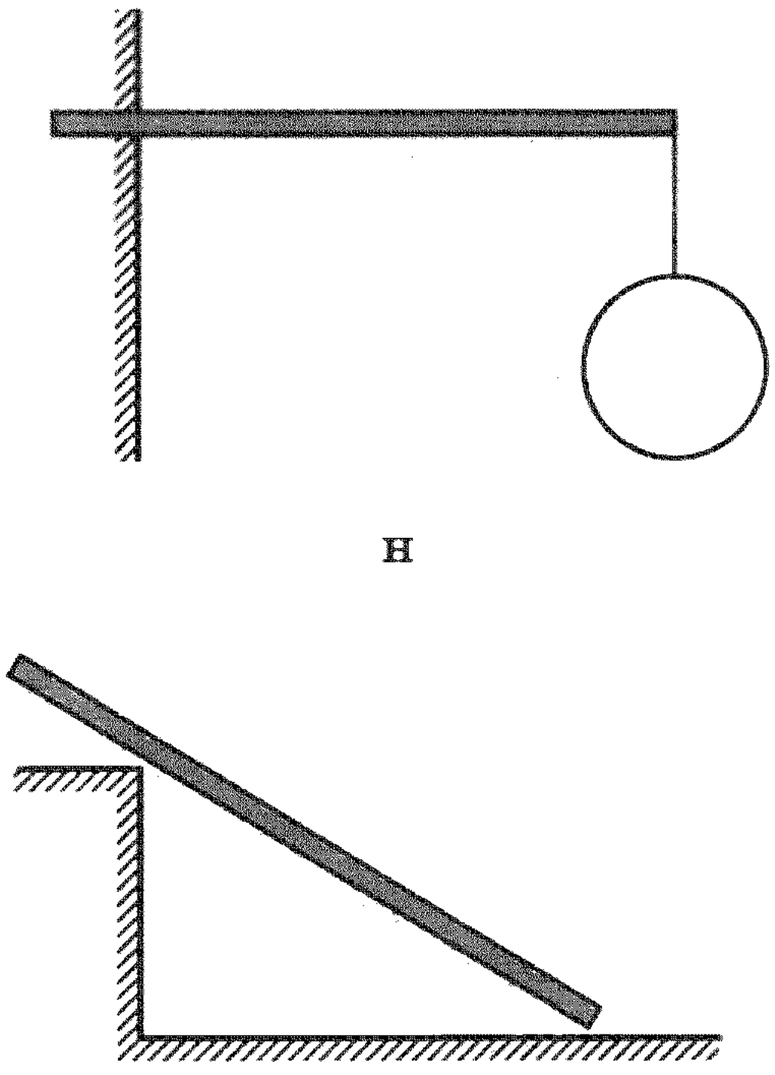
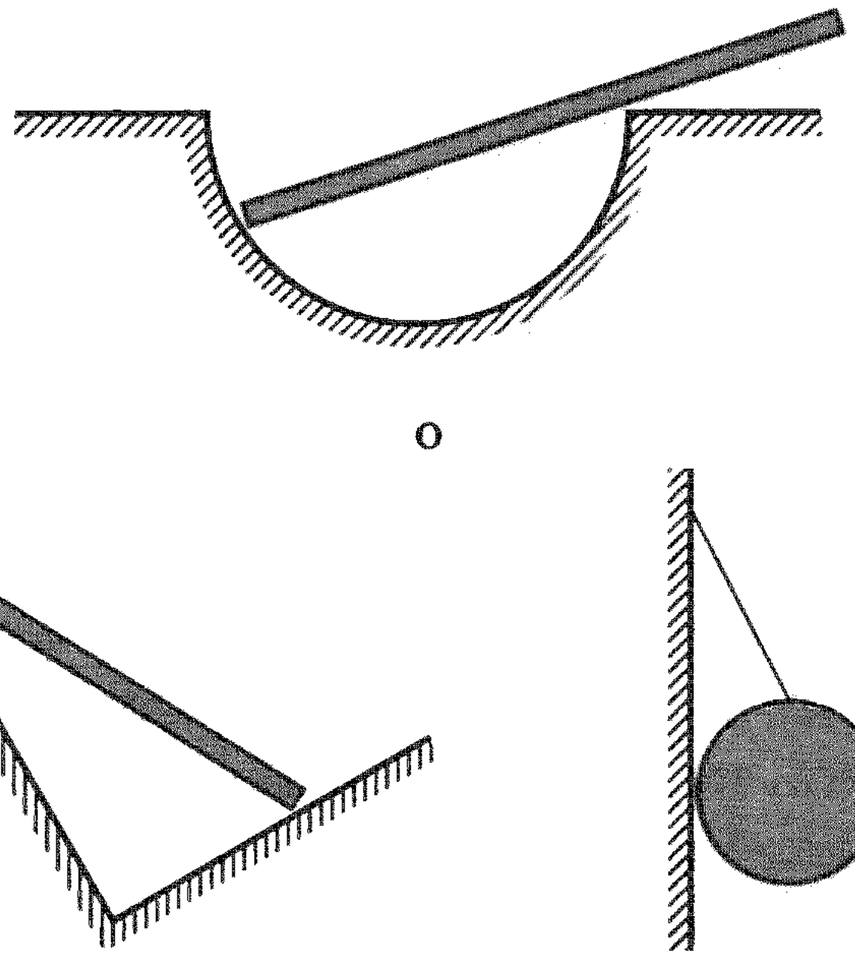


Рис. 4.63

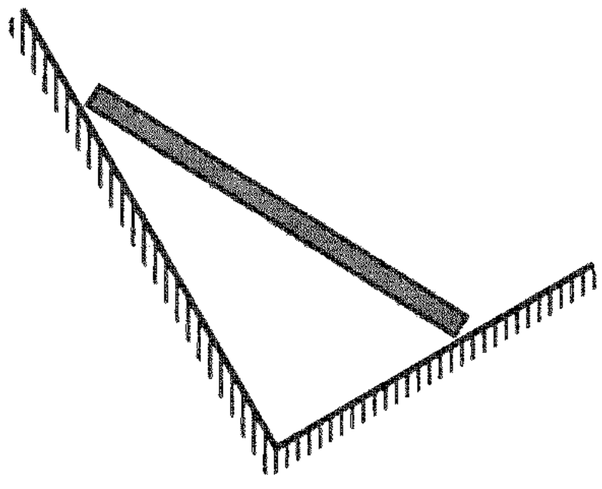


н

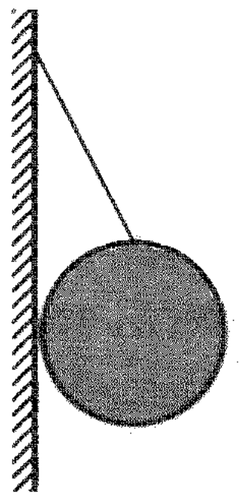


о

п



р



с

Рис. 4.63 (продолжение)

4.64. На каком расстоянии от левого конца рычага нужно разместить точку опоры O для его равновесия (см. рисунок)? Длина рычага $L = 60$ см, массы грузов $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг.

4.65. К концам рычага, находящегося в равновесии, подвешены одинаковые грузы: два – к левому, и три – к правому (см. рисунок). Если к ним подвесить еще по одному грузу, то для равновесия придется сместить точку подвеса на 1 см. Какова длина рычага?

4.66. Однородный стержень AB массой M подвешен горизонтально на двух вертикальных нитях (см. рисунок). В точке C на расстоянии $1/4$ длины стержня от конца A к стержню подвешен груз массой m. Определите силы натяжения нитей.

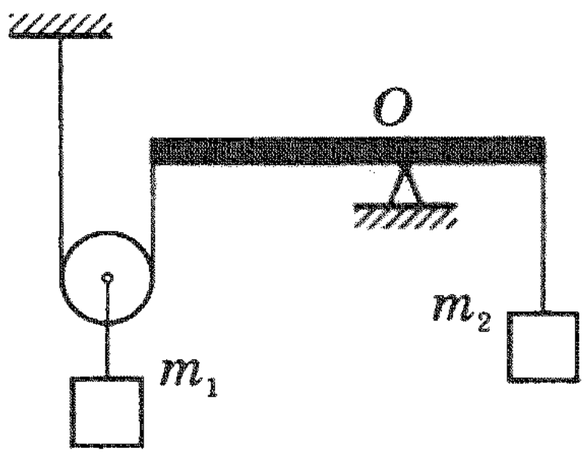


Рис. 4.64

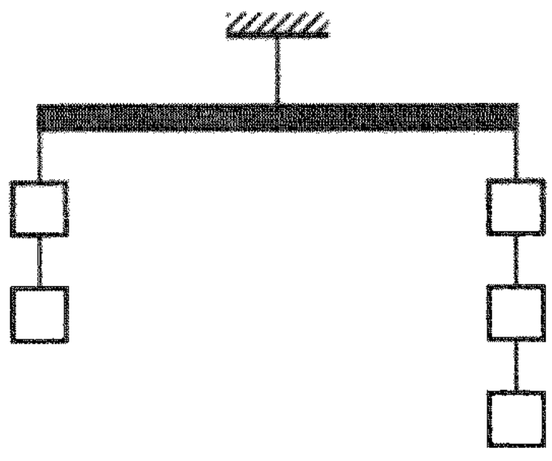


Рис. 4.65

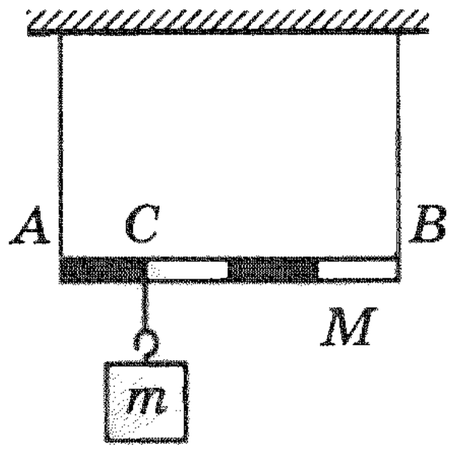


Рис. 4.66

4.67. Однородный стержень с прикрепленным на одном конце грузом массой $m = 12$ кг находится в равновесии в горизонтальном положении, если его подпереть на расстоянии $1/5$ длины стержня от груза. Чему равна масса стержня M?

4.68. Однородное бревно длиной l и массой $m = 100$ кг лежит на двух опорах. Расстояние от правого конца бревна до ближайшей опоры $l/3$, от левого $l/4$. С какой силой давит бревно на каждую из опор? Какую минимальную силу надо приложить, чтобы приподнять бревно за конец?

4.69. К стержню длиной $3a$ на расстоянии a от края прикреплена нить, перекинутая через блок, как показано на рисунке. К противоположному концу нити прикреплен груз массой $M = 3$ кг. Определите массы грузов m_1 и m_2 на концах стержня.

4.70. На столе лежит однородная доска массой $m = 5$ кг, которая свисает со стола на треть своей длины (см. рисунок). Какую минимальную силу надо приложить к свисающему концу доски, чтобы ее противоположный конец оторвался от стола?

4.71. Однородная балка лежит на платформе, свешиваясь с нее на 0,2 своей длины, как показано на рисунке. Чему равна масса балки, если для ее отрыва от платформы необходима вертикальная сила $F = 300$ Н, приложенная в точке B?

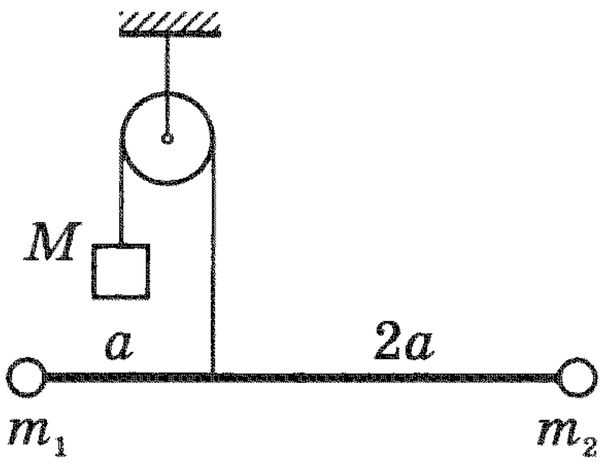


Рис. 4.69

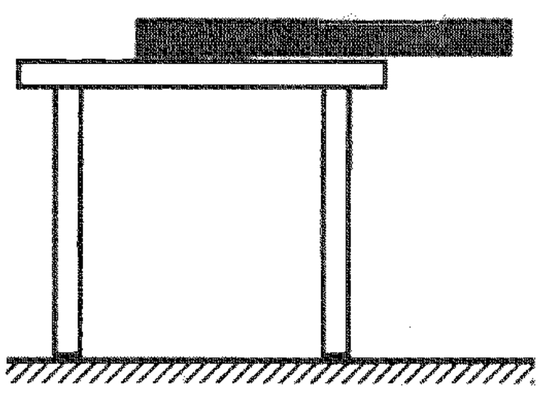


Рис. 4.70

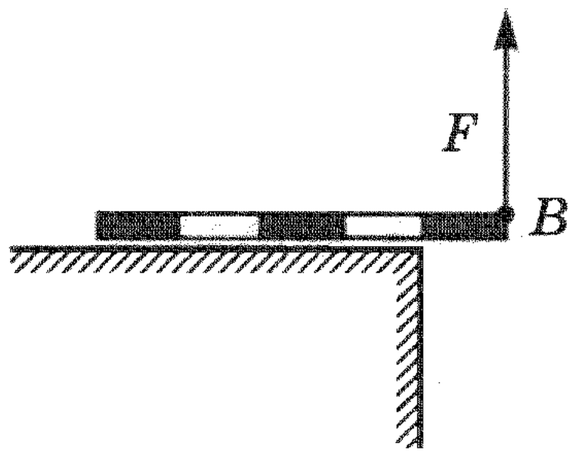


Рис. 4.71

4.72. На рисунке изображены рычаги, на которых имеются крючки, прикрепленные через одинаковые расстояния. Крючки пронумерованы, причем ноль приходится на середину рычага. К некоторым крючкам прикреплено по нескольку одинаковых грузов. Имеется еще один такой же неподвешенный груз. К крючку с каким номером его нужно подвесить, чтобы уравновесить систему?

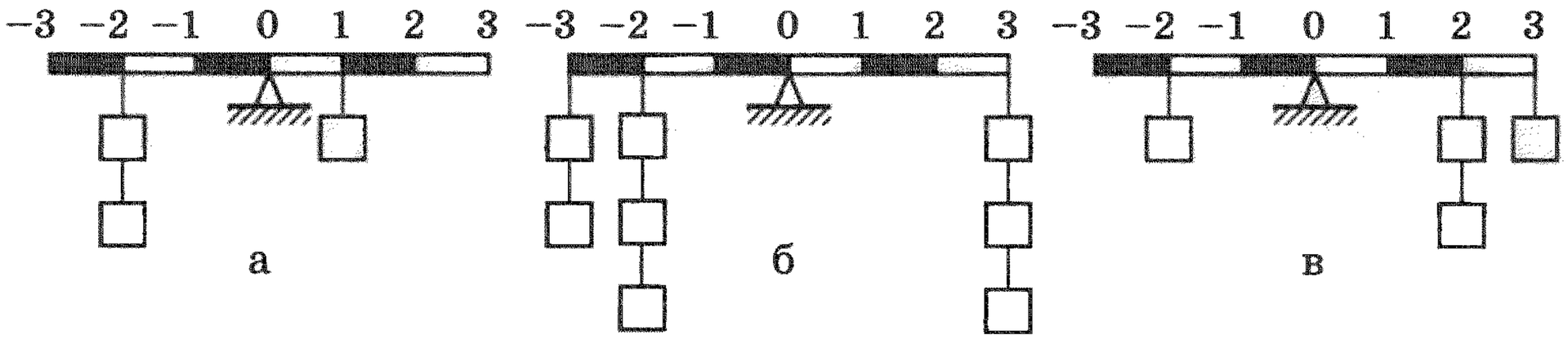


Рис. 4.72

4.73. При какой массе груза m, закрепленного на блоке, возможно равновесие однородного рычага массы M, изображенного на рисунке? Штрихами рычаг делится на 7 равных фрагментов.

4.74. Линейка с грузом, изображенная на рисунке, находится в равновесии. Длина линейки $l = 30$ см. Расстояния от опоры до груза и от груза до правого края линейки одинаковы и равны $d = 5$ см. В какую сторону и на какое расстояние надо сдвинуть линейку, чтобы восстановить равновесие, если груз переложить на правый край линейки?

4.75. Между двумя одинаковыми ящиками, стоящими на шероховатом полу, вставлена палка, немного не доходящая до пола (см. рисунок). К верхнему концу палки приложена горизонтальная сила. Какой из ящиков сдвинется раньше?

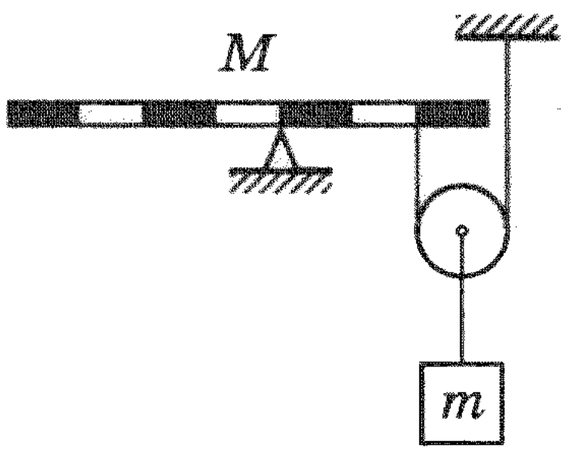


Рис. 4.73

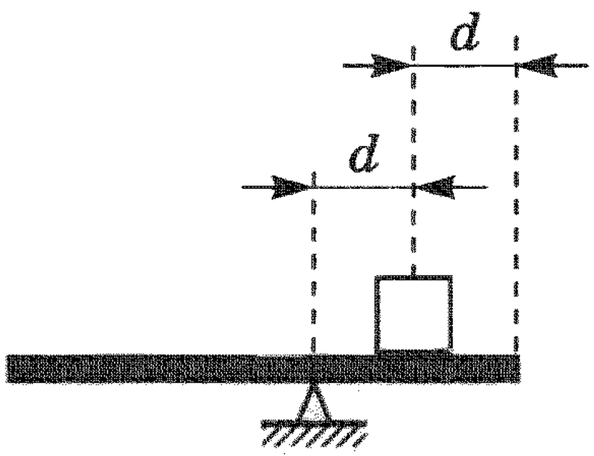


Рис. 4.74

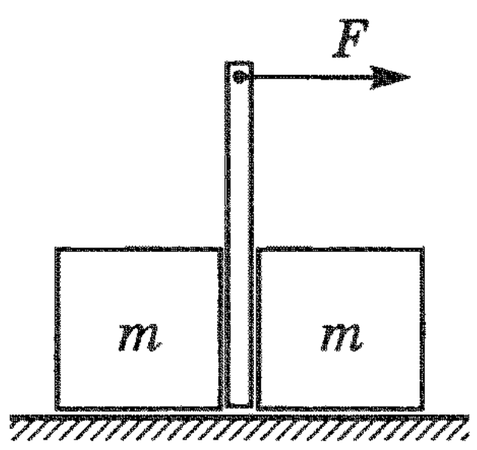


Рис. 4.75

4.76. Цепочка массы m подвешена за концы так, что вблизи точек подвеса она образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$ (см. рисунок). Определите силы натяжения цепочки около точек крепления и в середине.

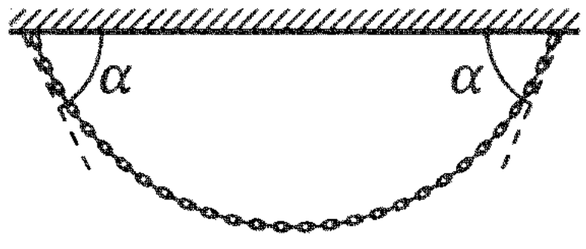


Рис. 4.76

4.77. Легкий рычаг имеет длину $L = 1$ м. На расстоянии $l = 40$ см от точки опоры к рычагу подвешена масса $m = 10$ кг (см. рисунок). Какую силу надо приложить к концу рычага под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонтали, чтобы рычаг остался в равновесии.

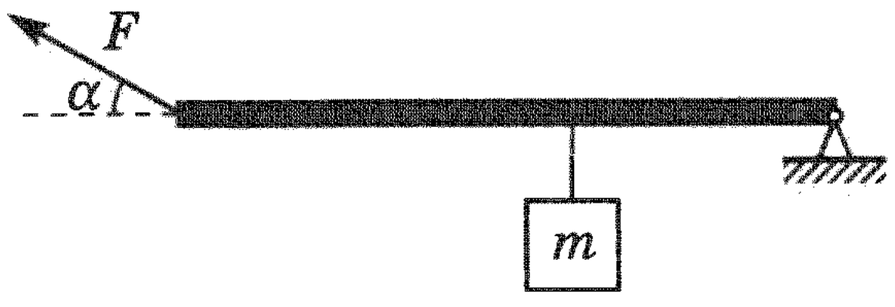


Рис. 4.77

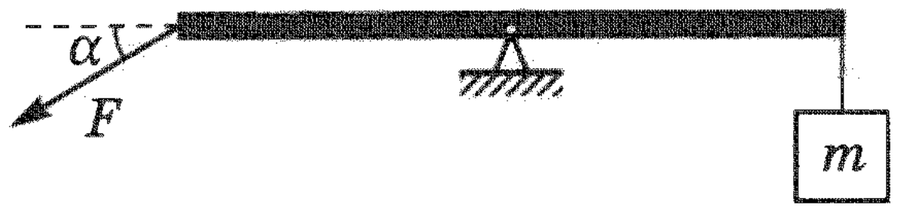


Рис. 4.78

4.79. Кронштейн массой $m_1 = 2$ кг шарнирно закреплен на вертикальной стене, как показано на рисунке. На конце кронштейна подвешен груз массой $m_2 = 4$ кг. Кронштейн удерживается в горизонтальном положении тросом, один конец которого закреплен на середине стержня, а второй на стене. Трос находится под углом $\alpha = 30^\circ$ к кронштейну. Определите силу натяжения троса.

4.80. Кронштейн массой $m_1 = 10$ кг шарнирно закреплен на вертикальной стене, как показано на рисунке. В горизонтальном положении он удерживается тросом, расположенным под углом $\alpha = 30^\circ$ к кронштейну. На конце кронштейна подвешена люстра массой $m_2 = 15$ кг. Определите силу натяжения троса.

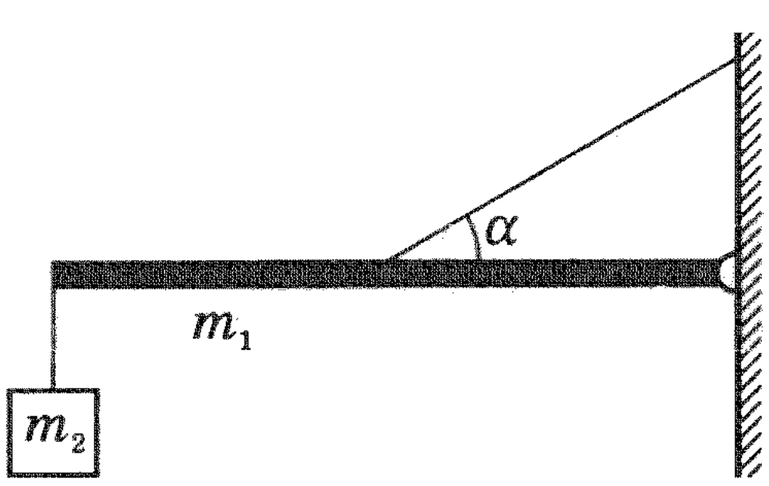


Рис. 4.79

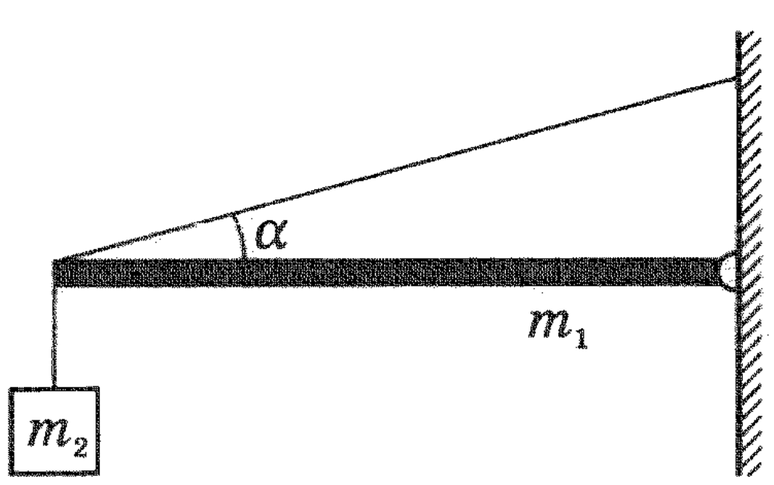


Рис. 4.80

Олимпиадные задания

4.81. Пожарный катит бочку на продовольственный склад. Для этого он медленно тянет за перекинутую через бочку веревку с силой $F = 300$ Н, как показано на рисунке. При этом веревка параллельна склону, который составляет $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Найдите массу бочки.

4.82. На плоскости, наклоненной к горизонту под углом $\alpha = 30^\circ$, труба удерживается в равновесии при помощи намотанной на нее веревки, как показано на рисунке. Сила натяжения веревки вертикальна и равна $T = 10$ Н. Определите массу трубы.

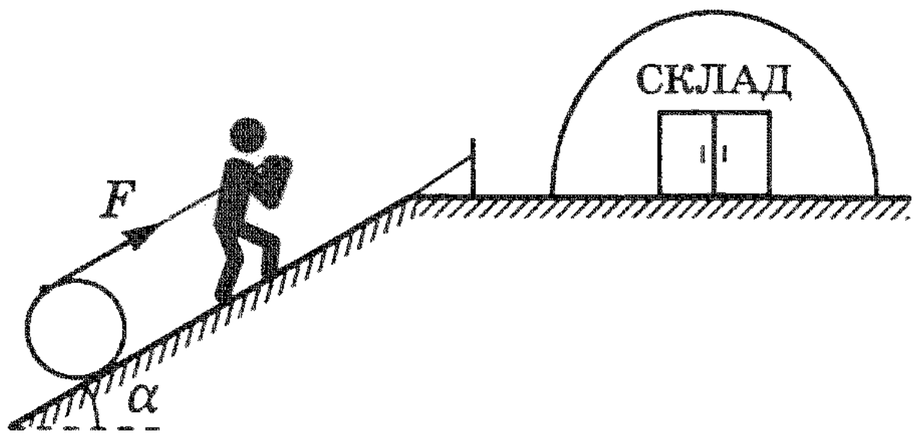


Рис. 4.81

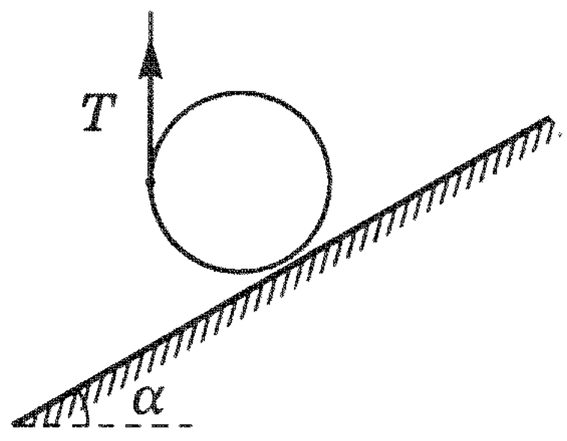


Рис. 4.82

4.83. Для уравновешивания большой рыбы на неравноплечих весах на противоположную чашу надо положить груз массой $m_1 = 4$ кг. Если поменять местами рыбу и груз, то для равновесия его массу придется увеличить до $m_2 = 9$ кг. Какова масса рыбы m? Массами рычага и чаш пренебречь.

4.84. Стержень массой $m = 200$ г согнули посередине под прямым углом и подвесили на нити, привязанной к одному из концов. Какой массы груз надо закрепить на другом конце, чтобы середина нижней половины стержня находилась под точкой подвеса?

4.85. Однородная проволока массой 400 г подвешена на нити за середину. Ее правый конец согнут в средней части под прямым углом. Какую вертикальную силу нужно прикладывать к левому концу проволоки, чтобы она находилась в равновесии, как показано на рисунке?

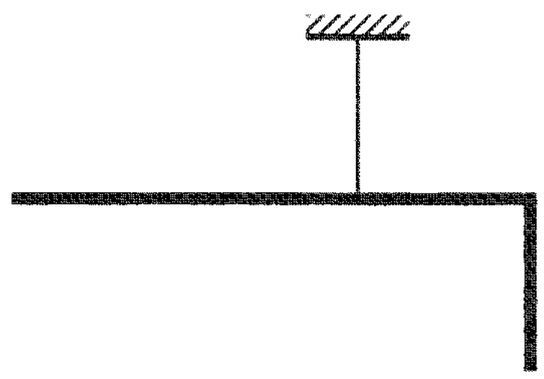


Рис. 4.85

4.86. Вася и Петя качаются на массивном однородном бревне. Известно, что бревно уравновешено, если Вася сидит на одном, а Петя на другом конце бревна, как показано на верхнем рисунке. Если же подвинуть бревно, и Вася и Петя усядутся на один край, то система тоже будет находиться в равновесии. Бревно имеет длину $L = 3$ м, части бревна $a = 1$ м, $c = 0{,}5$ м. Определите, во сколько раз отличаются массы Васи и Пети.

4.87. Так называемый «китайский ворот» представляет собой два цилиндрических вала радиусами $r = 10$ см и $R = 20$ см, насаженных на общую ось, закрепленную горизонтально (на рисунке показан вид сбоку). На валы в противоположных направлениях намотана веревка, на которой висит подвижный блок такого радиуса, что свободные участки веревки практически вертикальны. К оси блока прикреплен груз массой $m = 10$ кг. Ворот снабжен ручкой, конец которой находится на расстоянии $2R$ от оси ворота. Какую минимальную силу необходимо прикладывать к концу ворота для того, чтобы равномерно поднимать груз, если проскальзывания веревки нет?

4.88. К системе, состоящей из подвижного блока, блока с неподвижной осью с двумя скрепленными шкивами подвесили два груза m_1 и m_2 (см. рисунок). На шкиве меньшего радиуса нить намотана в несколько витков, и её конец закреплен. Радиусы скрепленных шкивов относятся как 2 : 1. Система находится в равновесии. Определите отношение масс $m_1 : m_2$.

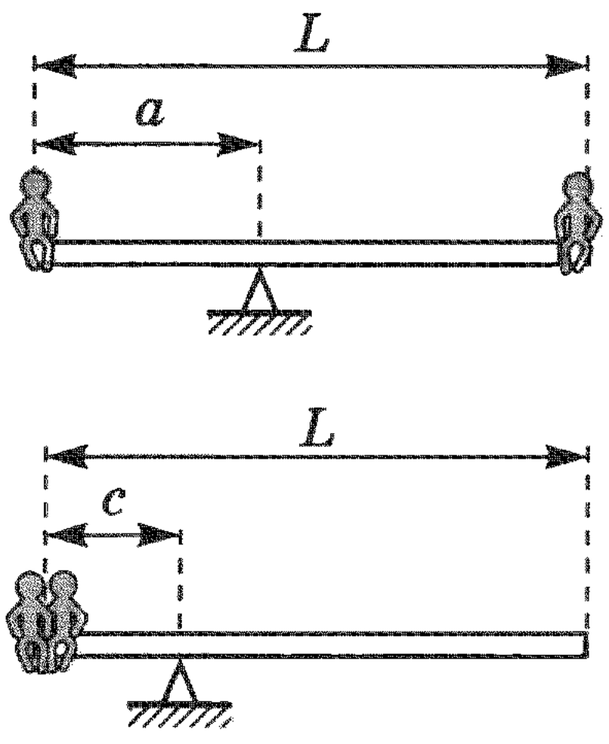


Рис. 4.86

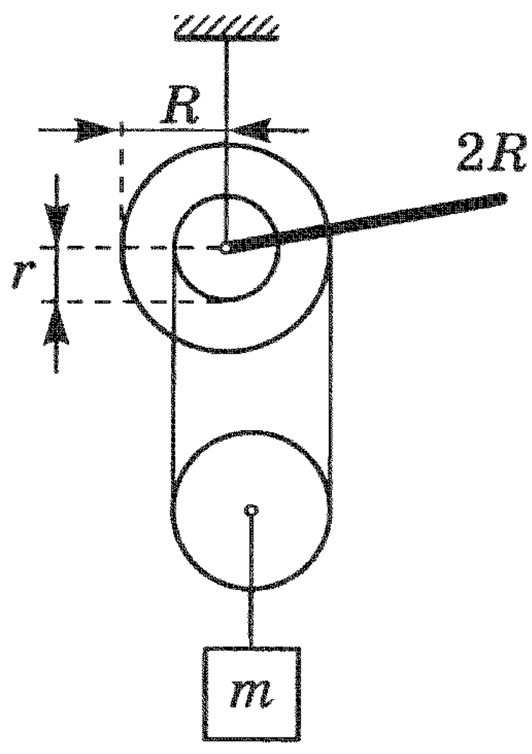


Рис. 4.87

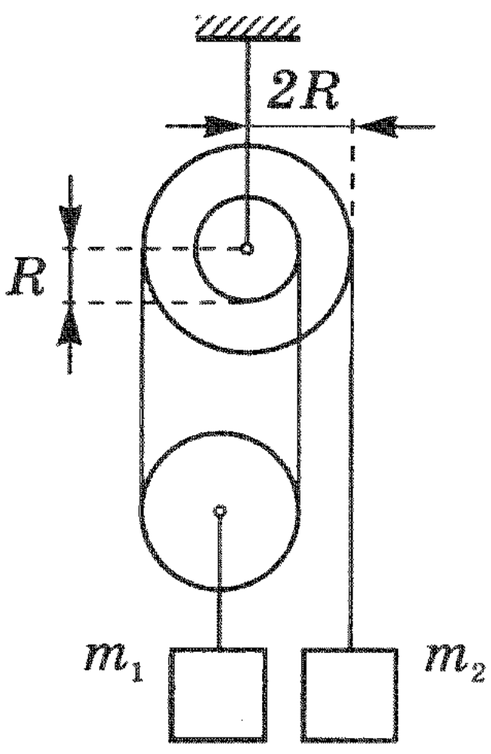


Рис. 4.88

4.89. Система, изображенная на рисунке, состоящая из однородных стержней, трех нитей и блока, находится в равновесии. Все нити вертикальны. Масса верхнего стержня $m_1 = 3$ кг. Найдите массу m_2 нижнего стержня.

4.90. Невесомый рычаг AC установлен на упоре так, что BC в 2 раза больше AB. К рычагу с помощью нитей прикреплены блок и массивное неоднородное тело. Слева к блоку подвешивают груз так, что система находится в равновесии (см. рисунок). Найдите отношение масс груза M и тела m.

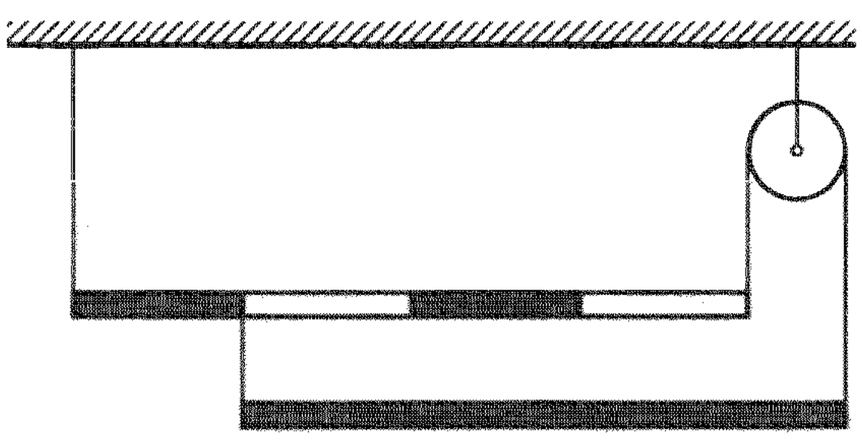


Рис. 4.89

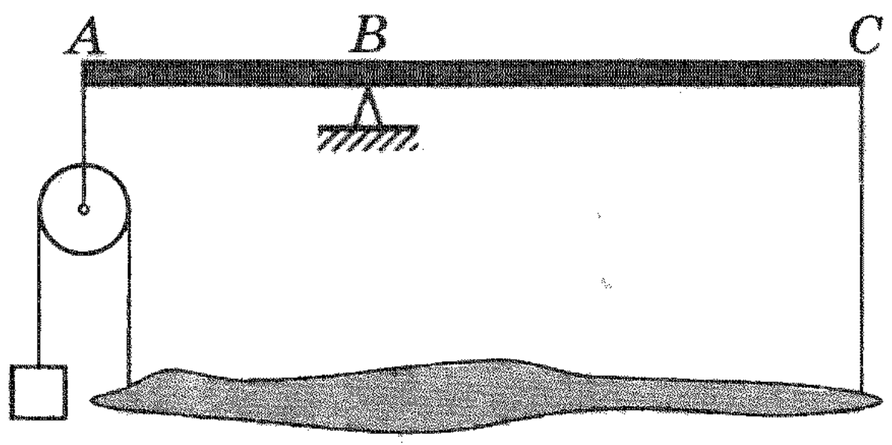


Рис. 4.90

4.91. К концам рычага, установленного на опоре, через блок подвесили на систему из однородного стержня массой $m = 2$ кг и неоднородного груза массой M (см. рисунок). Определите, чему равна масса M, если система находится в равновесии. Опора делит рычаг в соотношении 1 : 2.

4.92. Неоднородный груз подвесили к системе, состоящей из рычага, установленного на опоре, однородного стержня, имеющего массу $m = 2$ кг, двух блоков и нитей (см. рисунок). При какой массе груза M система окажется в равновесии? Опора делит рычаг в соотношении 1 : 2.

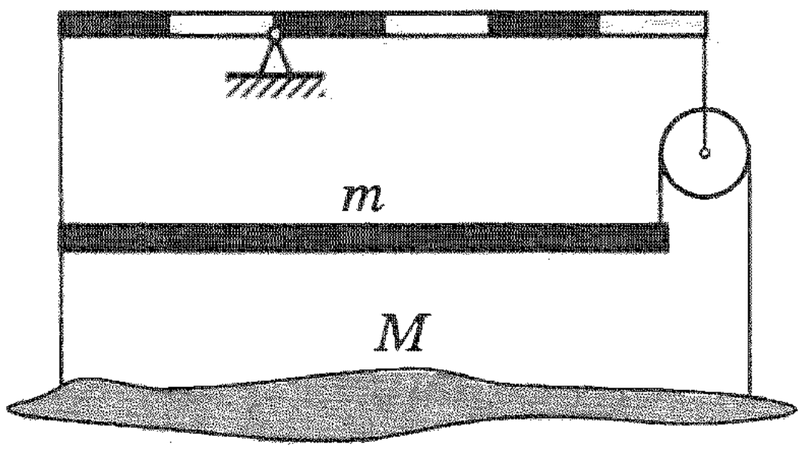


Рис. 4.91

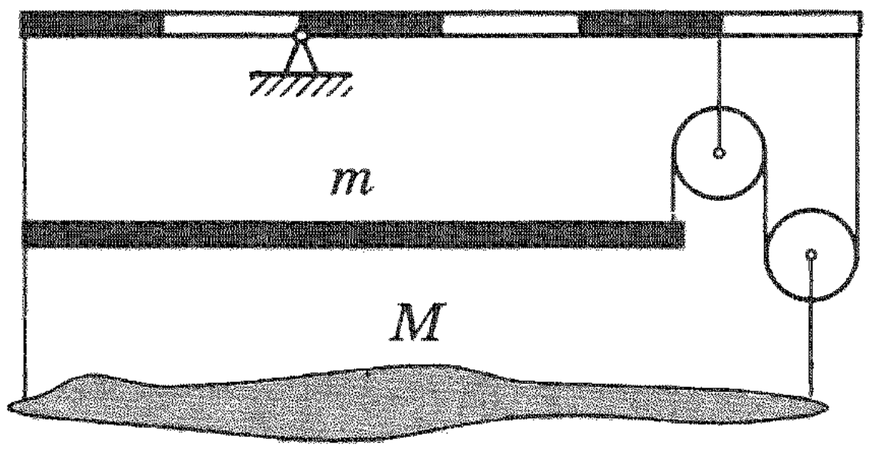


Рис. 4.92

4.93. Система, изображенная на рисунке, состоит из двух однородных стержней. Масса верхнего стержня $m_1 = 2{,}5$ кг. Определите, при какой массе нижнего стержня m_2 возможно такое равновесие.

4.94. Система из двух однородных стержней, изображенная на рисунке, находится в равновесии. Масса верхнего стержня $m_1 = 3{,}6$ кг. Определите, при какой массе нижнего стержня m_2 возможно такое равновесие.

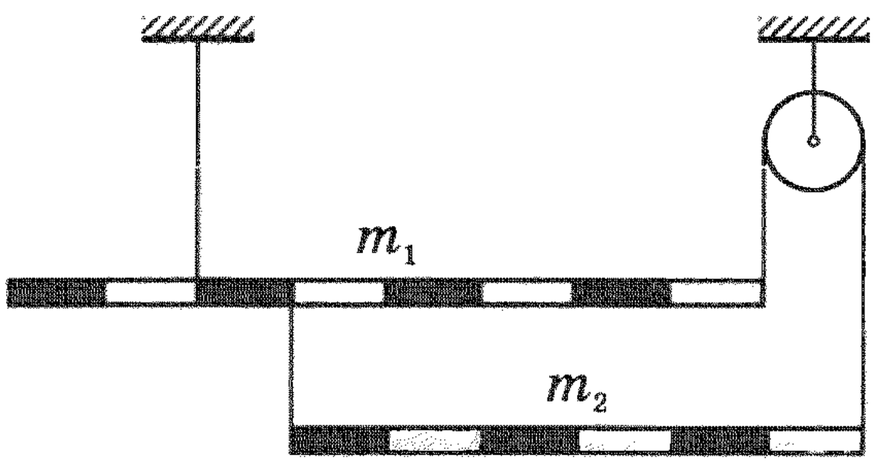


Рис. 4.93

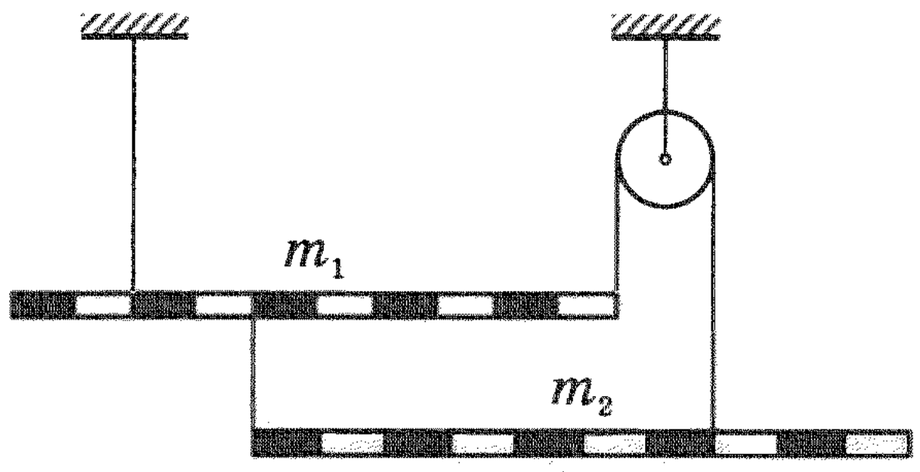


Рис. 4.94

4.95. Система из длинных, легких рычагов, блока и грузов находится в равновесии на двух опорах (см. рисунок). Концы рычагов соединены нитями, к которым прикреплен груз M и через блок груз $m = 1$ кг. Определите массу M.

4.96. Какую вертикальную силу надо приложить к правому грузу m, чтобы удержать систему в равновесии (см. рисунок)?

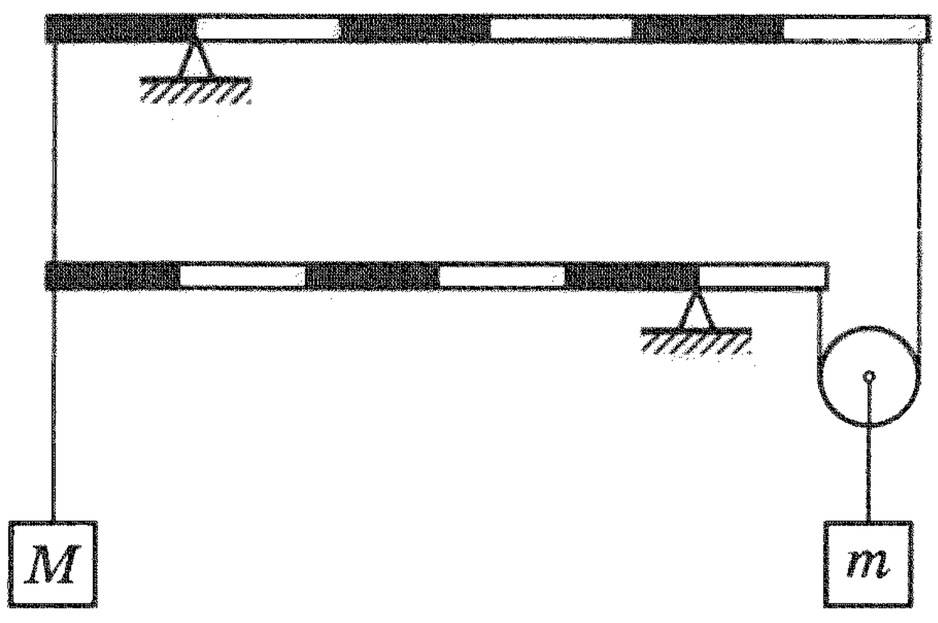


Рис. 4.95

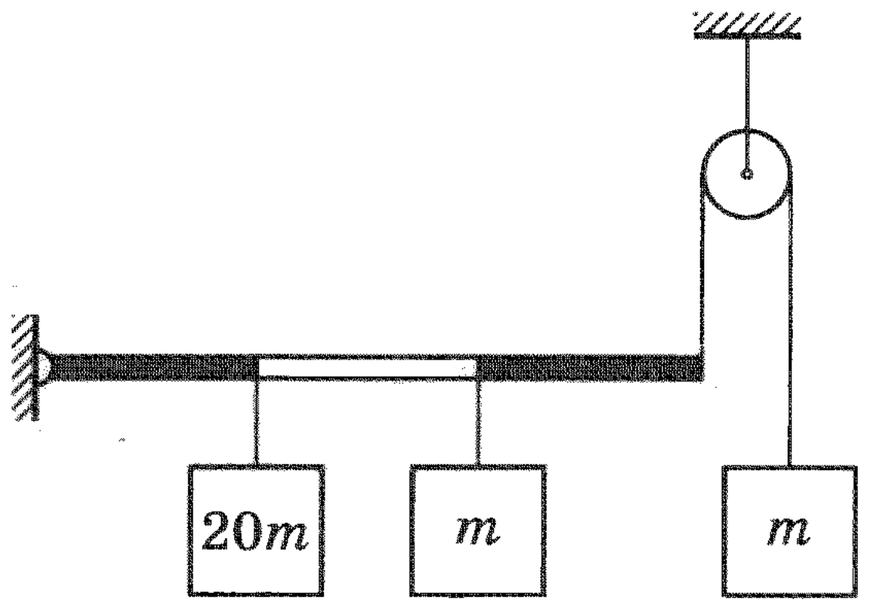


Рис. 4.96

4.97. При какой массе крайнего правого груза рычаг будет находиться в равновесии (см. рисунок)? Массы остальных грузов указаны в килограммах.

4.98. На жестком сложном рычаге (см. рисунок), уравновешены 4 груза. Чему равна масса груза m_x, если массы трех остальных известны ($m = 6$ кг)? Длины частей рычага заданы на рисунке.

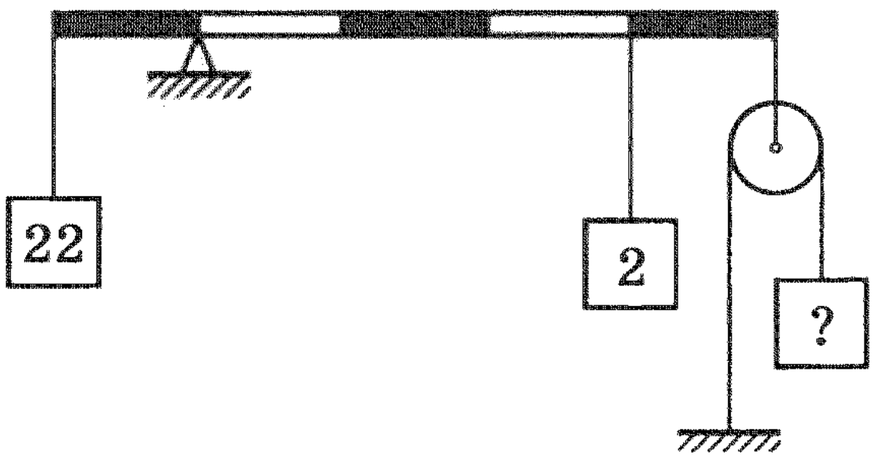


Рис. 4.97

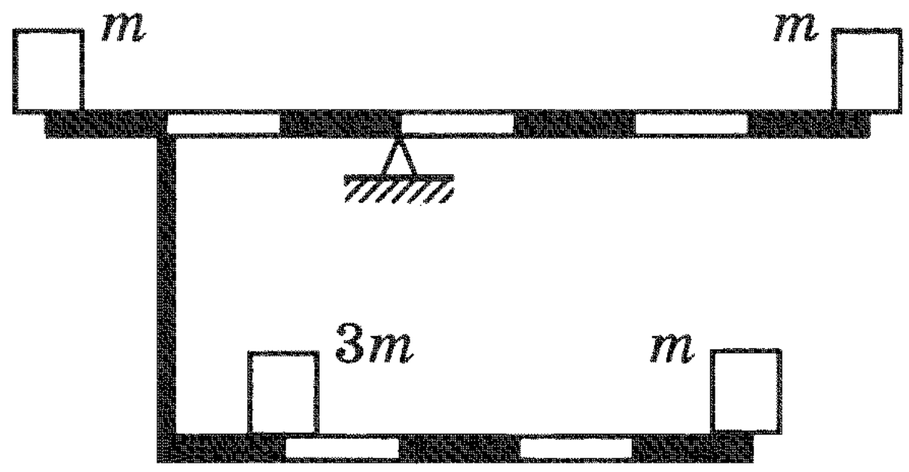


Рис. 4.98

4.99. Два одинаковых однородных стержня длины L и массы $m = 3$ кг подвешены за одинаковые нити к потолку (см. рисунок). Нити прикреплены к стержням на расстоянии $L/4$ от их концов. Найдите натяжение верхних нитей, если система в равновесии.

4.100. После открытия заслонки бункера из него на выступающий край однородной доски, лежащей на двух опорах, начинает высыпаться песок с постоянным массовым расходом $\mu = 0{,}5$ кг/с, как показано на рисунке. Через какое время после открытия заслонки доска опрокинется? Масса доски $M = 20$ кг. Расстояние между опорами равно 2/3 длины доски. Считайте, что песок падает с небольшой высоты на край доски и остается на ней.

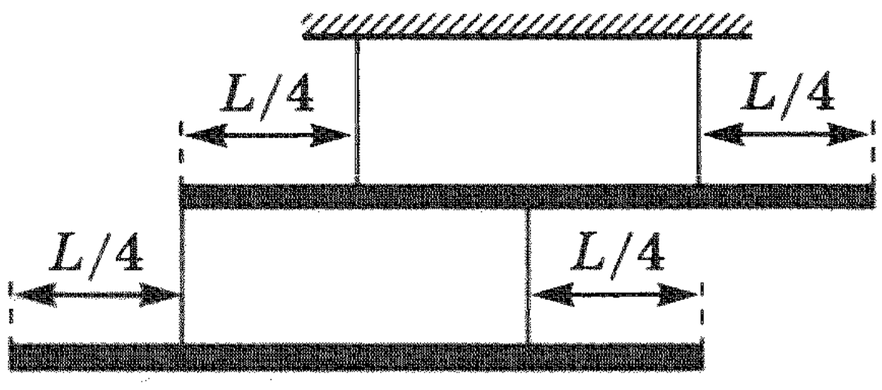


Рис. 4.99

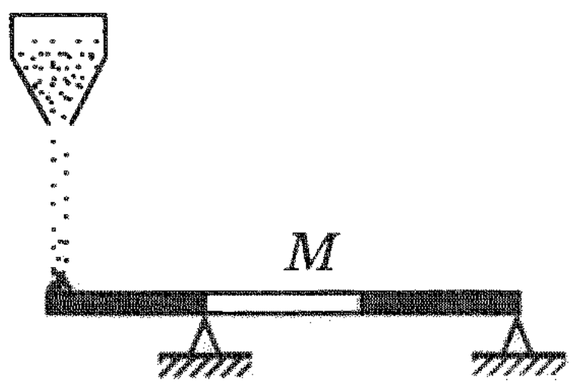


Рис. 4.100

4.101. Петя взвешивал хомяка на рычажных весах. Для этого он посадил зверька на левую чашу и уравновесил весы, положив на правую чашу кекс из школьной столовой массой 100 г и гири массой 120 г. Пока Петя записывал результаты, хомяк начал есть кекс. Петя вновь уравновесил весы вместе с остатком кекса, но для этого ему пришлось добавить гирю 50 г. Какую часть (массу) кекса успел съесть хомяк?

4.102. Изображенная на рисунке система из рычага и блоков находится в равновесии. Точки подвеса делят рычаг в отношении $a : b$. Найдите отношение масс грузов.

4.103. Ось левого блока закреплена. Правый блок подвешен к потолку на нити и состоит из двух скрепленных между собой блоков (см. рисунок). Радиус меньшего из них равен $a = 15$ см, большего $c = 25$ см. Невесомая платформа AC длины $L = 125$ см подвешена горизонтально на двух нитях. В некоторой точке X на ней лежит маленький массивный груз. Система находится в равновесии. Найдите расстояние AX.

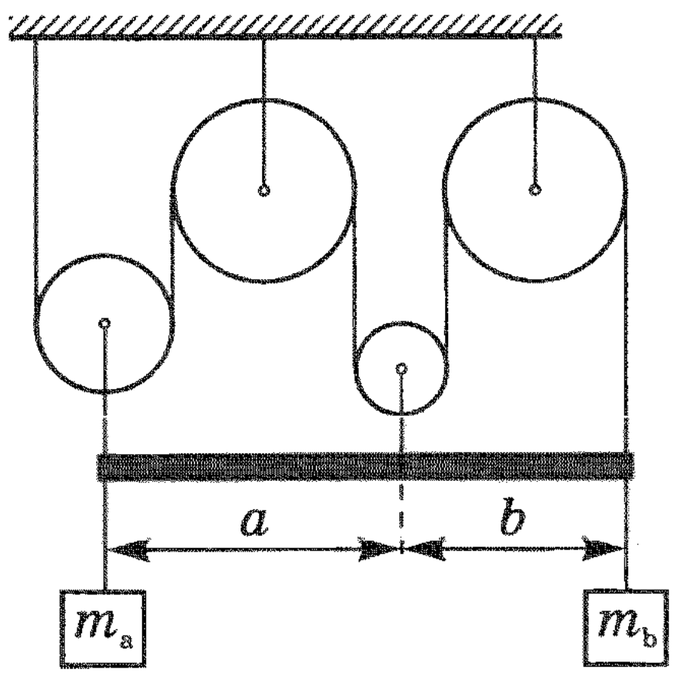


Рис. 4.102

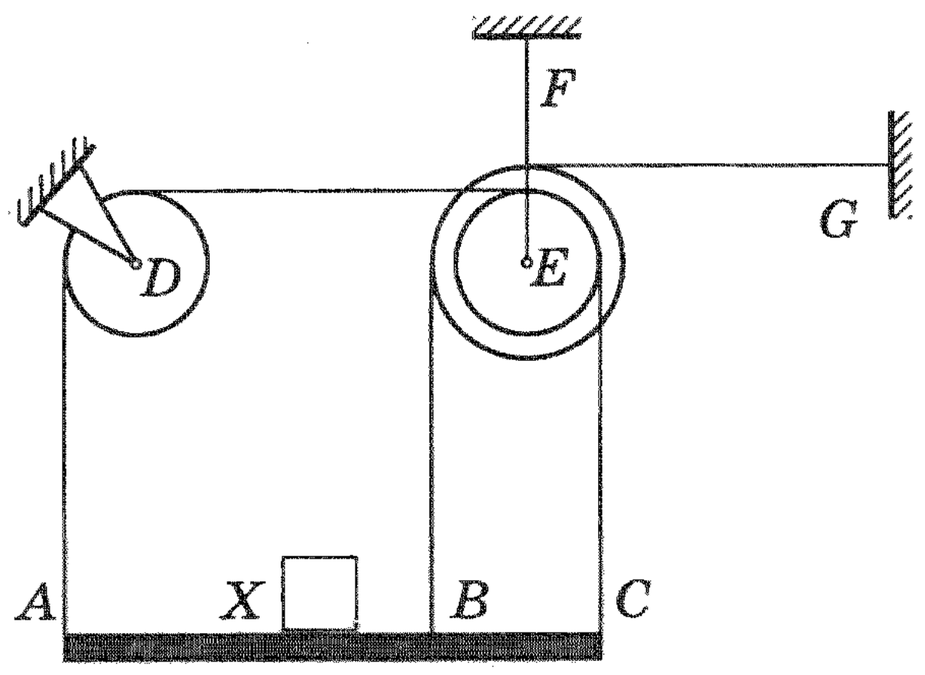


Рис. 4.103

4.104. В системе, изображенной на рисунке, правый блок в два раза больше по размеру, чем другие два радиусом r. Участки нитей, не касающиеся блоков, вертикальны. На крючок подвесили груз некоторой массы, при этом система осталась в равновесии. Определите, чему равно отношение x/r.

4.105. К стержню BE подвешен груз массой $m = 6$ кг. Стержень удерживается системой идеальных блоков и нитей (см. рисунок). Вся система находится в равновесии. Найдите силу натяжения нити AB. Точки C и D делят стержень на три равные части.

4.106. Мальчик соорудил себе подвесное кресло и с его помощью приподнял себя над землей (см. рисунок). С какой силой мальчик должен тянуть веревку, и с какой силой он давит на сиденье, если масса мальчика $M = 60$ кг, а масса кресла $m = 10$ кг? На каком расстоянии от правого края должен сидеть мальчик, чтобы сиде-

нье кресла оставалось горизонтальным? Длина сиденья $l = 100$ см. Радиусы блоков $R = 10$ см.

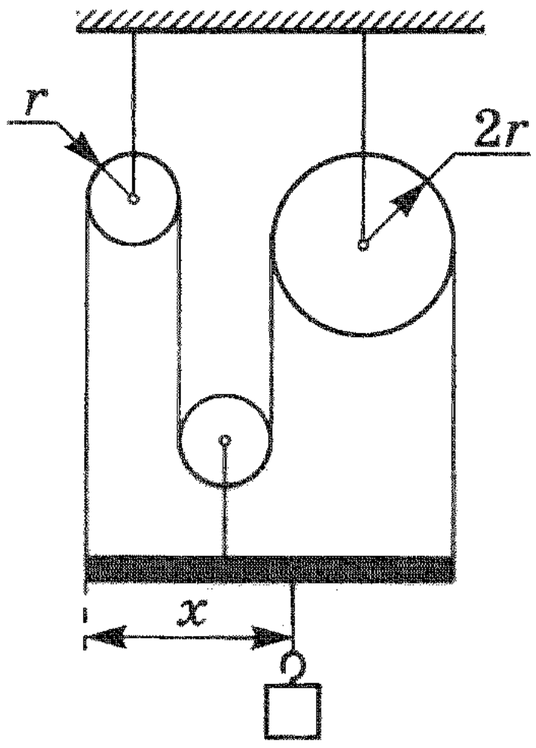


Рис. 4.104

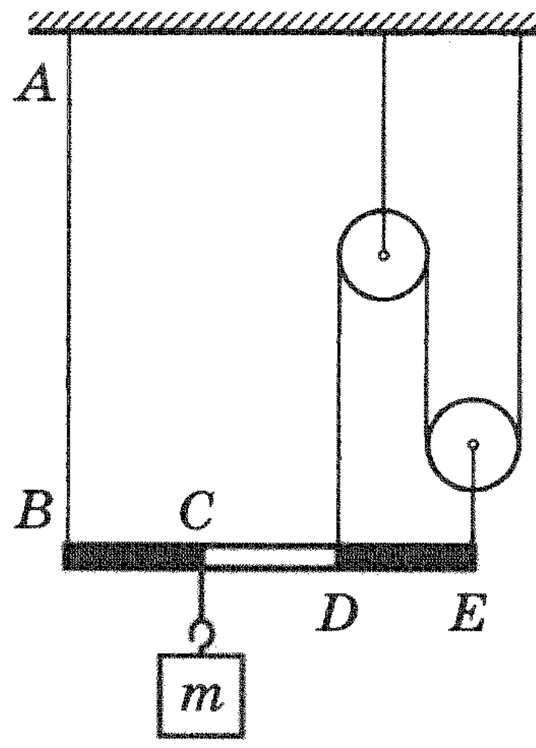


Рис. 4.105

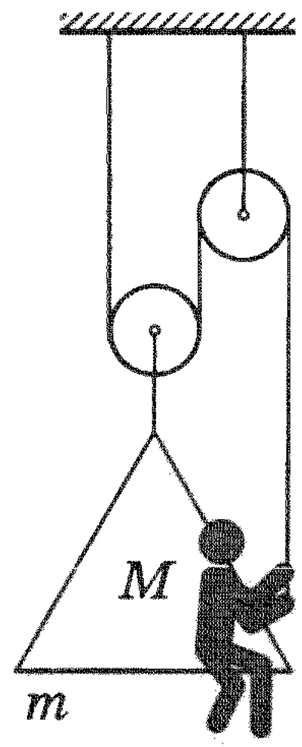


Рис. 4.106

4.107. К нити, перекинутой через блок, с одной стороны прикреплен однородный рычаг, а с другой – груз, касающийся рычага и имеющий массу $m = 6$ кг (см. рисунок). Определите, при какой массе рычага M система останется в равновесии. С какой силой при этом груз будет давить на рычаг? Все необходимые расстояния можно взять из рисунка.

4.108. К нити, перекинутой через блок, с одной стороны прикреплена однородная планка, а с другой – груз, касающийся планки и имеющий массу $m = 10$ кг (см. рисунок). Определите, при какой массе планки M система будет находиться в равновесии. Чему при этом будет равна сила натяжения нити? Все необходимые расстояния можно взять из рисунка.

4.109. При какой минимальной массе груза m возможно равновесие рычага? Масса рычага $M = 12$ кг. Нанесенными штрихами он размечен на 7 равных участков (см. рисунок).

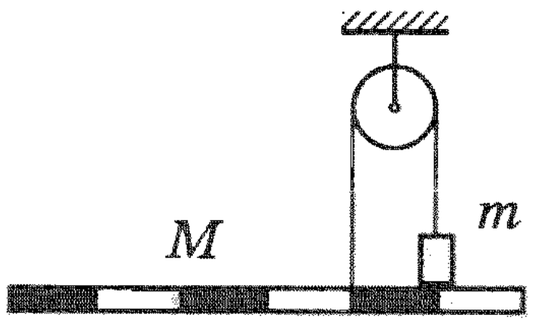


Рис. 4.107

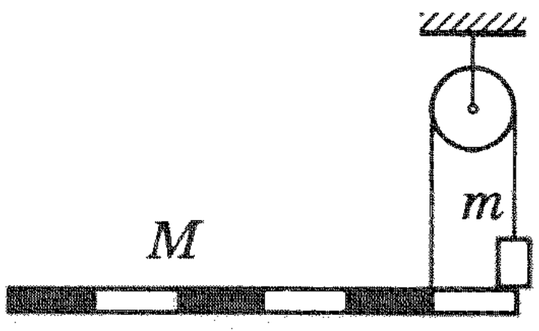


Рис. 4.108

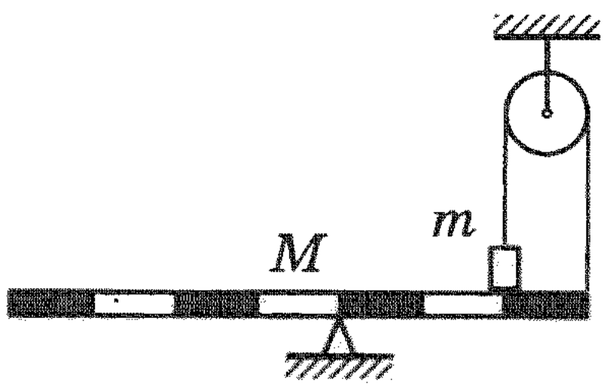


Рис. 4.109

4.110. Рычаг, размеченный на 7 одинаковых частей, может свободно вращаться на опоре (см. рисунок). На нем стоит груз m, привязанный с помощью нити, перекинутой через блок к рычагу. Еще один груз массой m прикреплен к рычагу снизу. При каком максимальном значении массы m возможно равновесие системы, если масса рычага $M = 16$ кг?

4.111. Рычаг, размеченный на 7 одинаковых частей, может свободно вращаться на опоре (см. рисунок). На нем стоит груз массой $m = 2$ кг, привязанный с помощью нити, перекинутой через блок к концу рычага. Кроме этого снизу к рычагу прикреплен груз массой $3m$. При каком максимальном значении массы рычага M возможно равновесие системы?

4.112. На рычаге стоит груз массой m, привязанный к нему с помощью нити, перекинутой через блок. Еще один груз массой m прикреплен к рычагу снизу. Рычаг размечен на 7 одинаковых частей, и может свободно вращаться на опоре (см. рисунок). При каком минимальном значении массы m возможно равновесие системы, если масса рычага $M = 16$ кг?

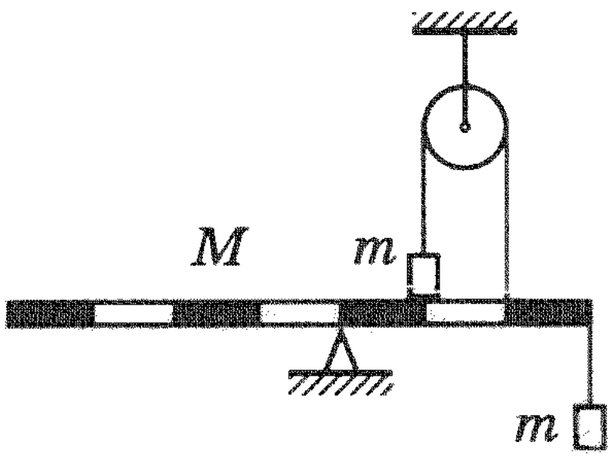


Рис. 4.110

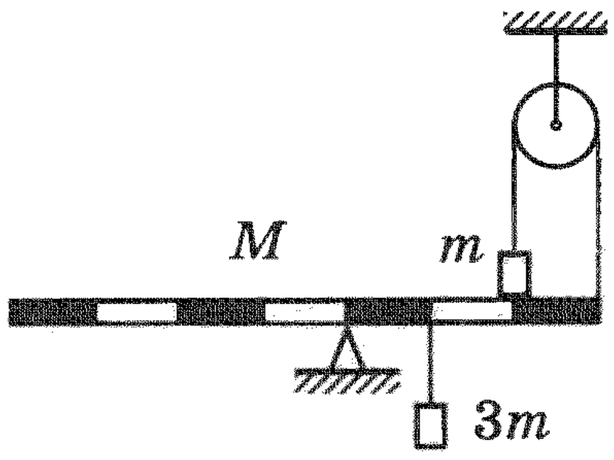


Рис. 4.111

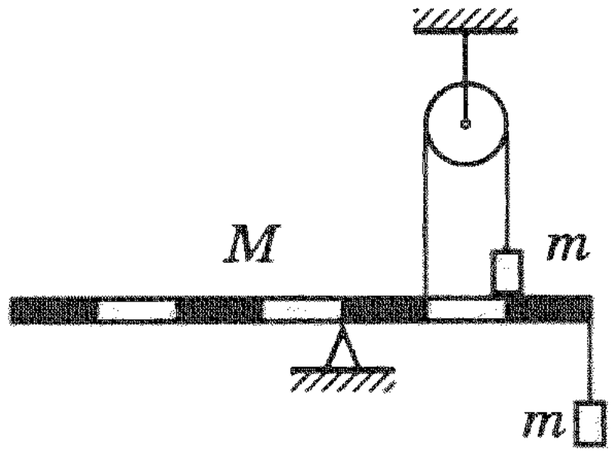


Рис. 4.112

4.113. Система из подставки массой m и двух грузов массой $2m$ находится в равновесии (см. рисунок). Определите силы натяжения нитей и силы, с которыми подставка действует на грузы.

4.114. При каких значениях массы M возможно равновесие грузов на массивной планке, изображенной на рисунке? Масса m известна.

4.115. Система из подставки массой $2m$ и двух грузов массой m и $3m$ находится в равновесии (см. рисунок). Определите силу, с которой груз m действует на подставку.

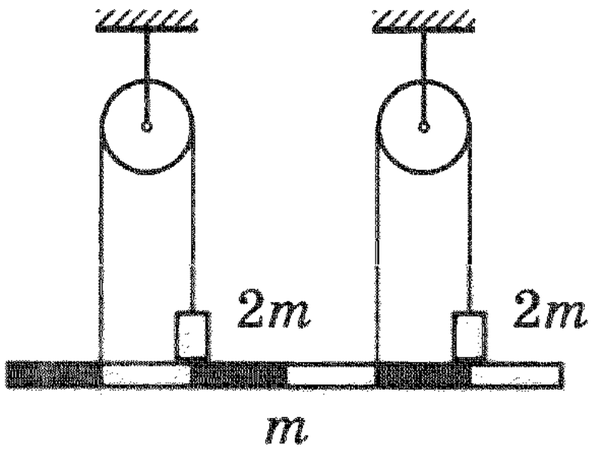


Рис. 4.113

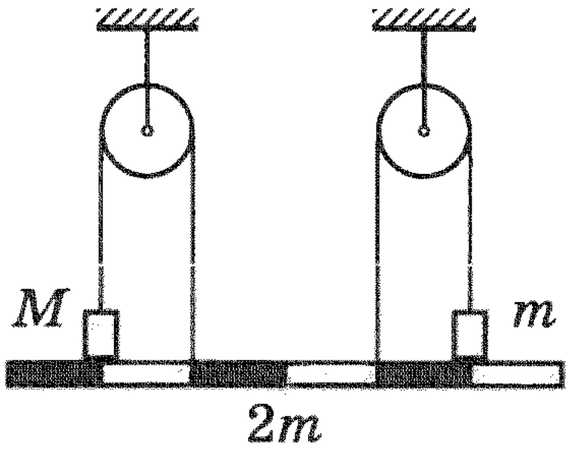


Рис. 4.114

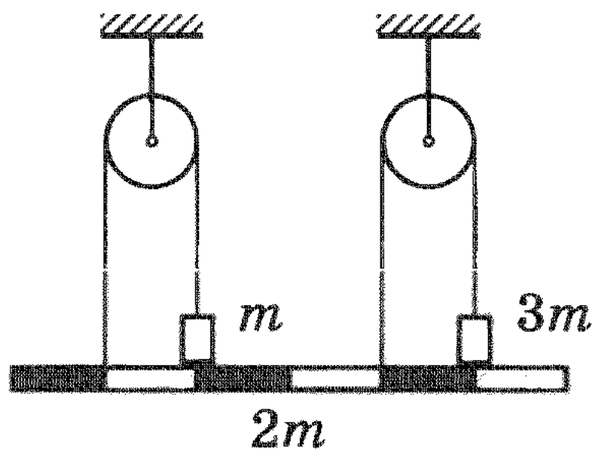


Рис. 4.115

4.116. Груз массой $M = 120$ кг поднимают равномерно со скоростью $u = 2$ км/ч с помощью системы блоков так, что он движется, не вращаясь (см. рисунок). Какую силу F для этого надо прикладывать к среднему блоку, и с какой скоростью v он поднимается?

4.117. Неоднородный груз массы M подвешен на нити, перекинутой через систему блоков. К свободному концу нити прикреплен противовес массой $m = 2$ кг. Нить около противовеса продета через небольшое отверстие в неподвижной перегородке. При скольжении нити в отверстии возникает сила трения $F = 10$ Н, действующая на нить со стороны стенок перегородки (см. рисунок). При каких значениях массы M система может оставаться в равновесии?

4.118. Неоднородный груз массы $4m$ подвешен на нити, перекинутой через систему блоков. К свободному концу нити прикреплен противовес массой m. Нить около противовеса продета через небольшое отверстие в неподвижной перегородке. При скольжении нити в отверстии возникает сила трения $F = 10$ Н, действующая на нить со стороны стенок перегородки (см. рисунок). При каких значениях массы m система может оставаться в равновесии?

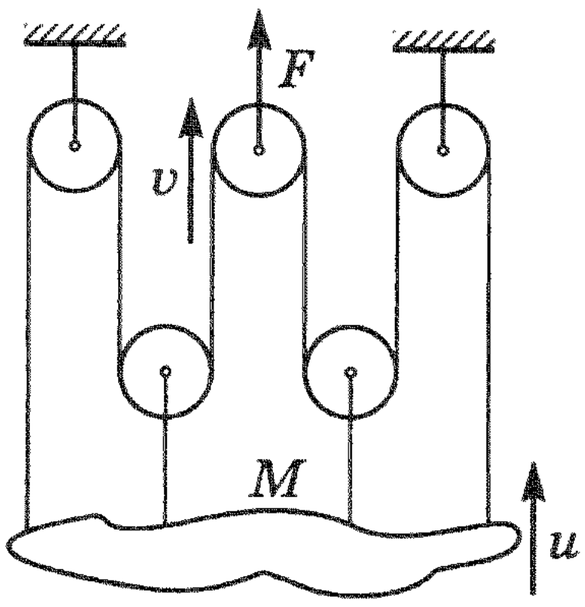


Рис. 4.116

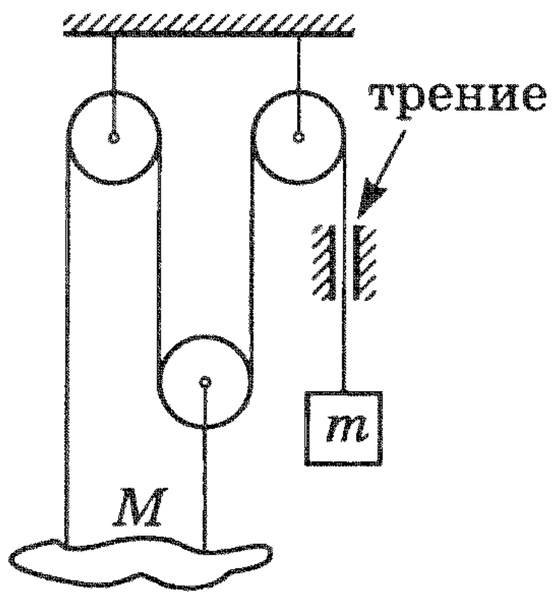


Рис. 4.117

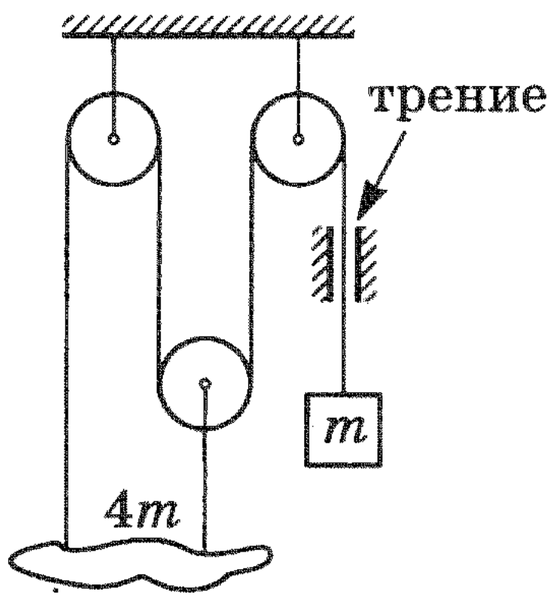


Рис. 4.118

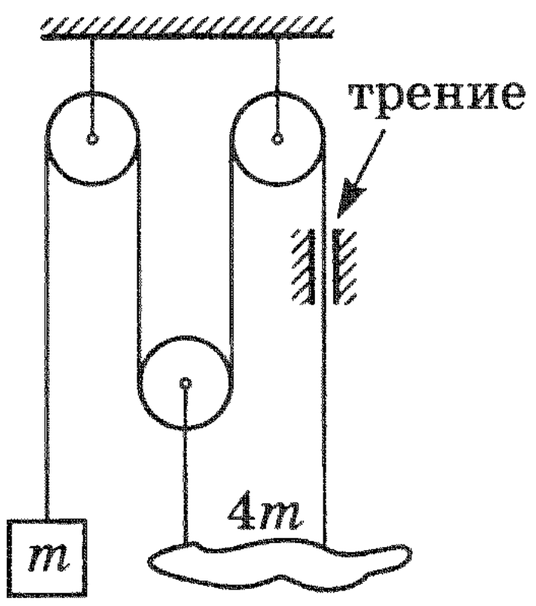


Рис. 4.119

4.119. Неоднородный груз массы $4m$ подвешен на нити, переброшенной через систему блоков. К свободному концу нити прикреплен противовес массой m. С другой стороны, нить продета через небольшое отверстие в неподвижной перегородке. При скольжении нити в отверстии, возникает сила трения $F = 10$ Н, действующая на нить со стороны стенок перегородки (см. рисунок). Определите, при каких значениях массы m система может оставаться в равновесии. Чему равно значение силы трение F_1, и в какую сторону она направлена при $m = m_1 = 0{,}7$ кг?

4.120. Система, изображенная на рисунке, состоит из двух грузов с массой m и $2m$, закрепленных на нити, перекинутой через блок. Правый груз лежит на однородном рычаге, который может свободно вращаться вокруг точки O. Левая часть нити продета через небольшое отверстие в рычаге. При движении нити в отверстии между ней и рычагом возникает сила трения $F = mg/4$.

а) При какой массе рычага сила трения между нитью и рычагом обращается в ноль?

б) При каких значениях массы рычага M возможно равновесие системы?

в) Оказалось, что для рычага массой $M_1 = 2$ кг и рычага массой $M_2 = 6$ кг сила трения, действующая со стороны нити, принимает одинаковые значения. Определите по этим данным величину возникающей силы трения и массу груза m.

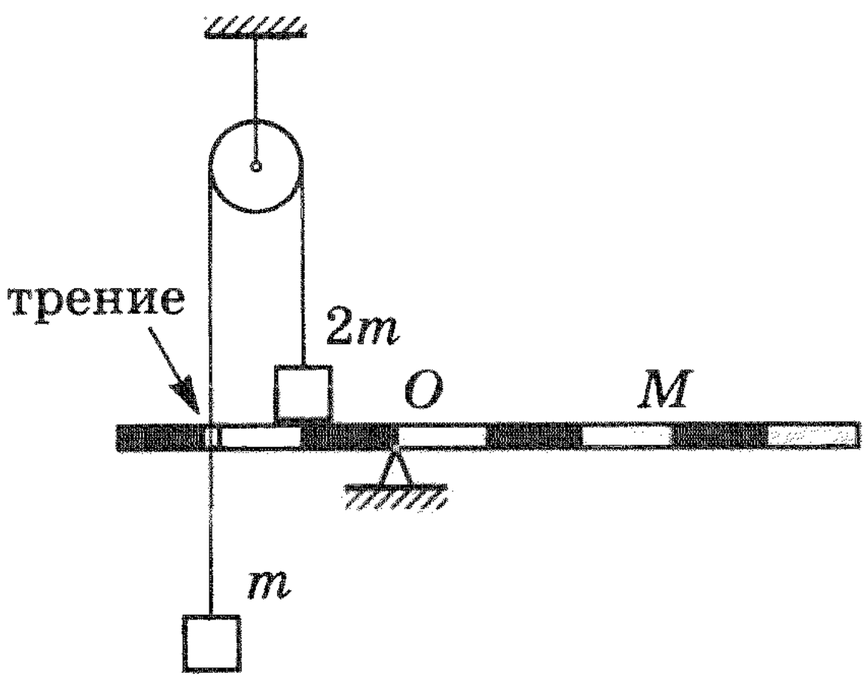


Рис. 4.120

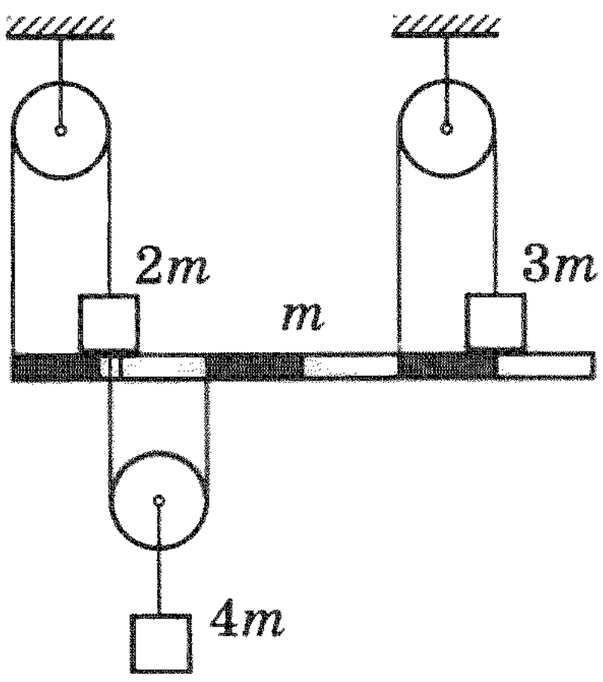


Рис. 4.121

4.121. Подставка массой m и тела, имеющие массы $2m$, $3m$, $4m$, с помощью нитей и блоков и находятся в равновесии (см. рисунок). Тело $2m$ действует на подставку с силой $N_1 = 26$ Н. С какой силой действует на подставку тело $3m$?

4.122. Однородная рейка массой $m = 2{,}0$ кг, подвешенная на двух нитях, уравновешивается висящим на блоке грузом массой m_x, как показано на рисунке. При каких значениях m_x система может находиться в равновесии?

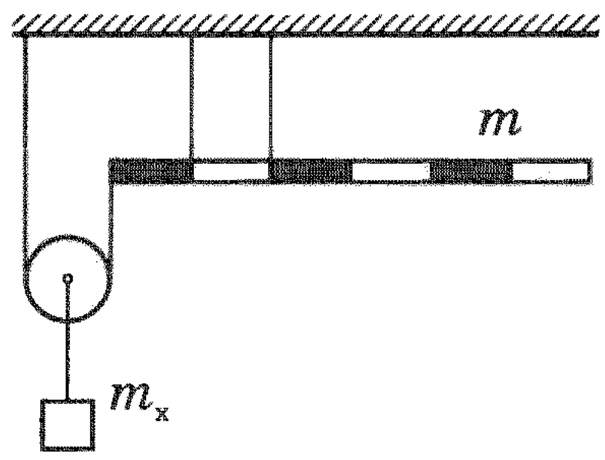


Рис. 4.122

4.123. Доска массой m лежит, выступая на 3/7 своей длины, на краю обрыва (см. рисунок). Длина одной седьмой части доски $L = 1$ м. К свисающему краю доски с помощью блоков и нитей прикреплен противовес, имеющий массу $4m$. На каком расстоянии от края обрыва на доске может стоять человек массой $3m$, чтобы доска оставалась горизонтальной?

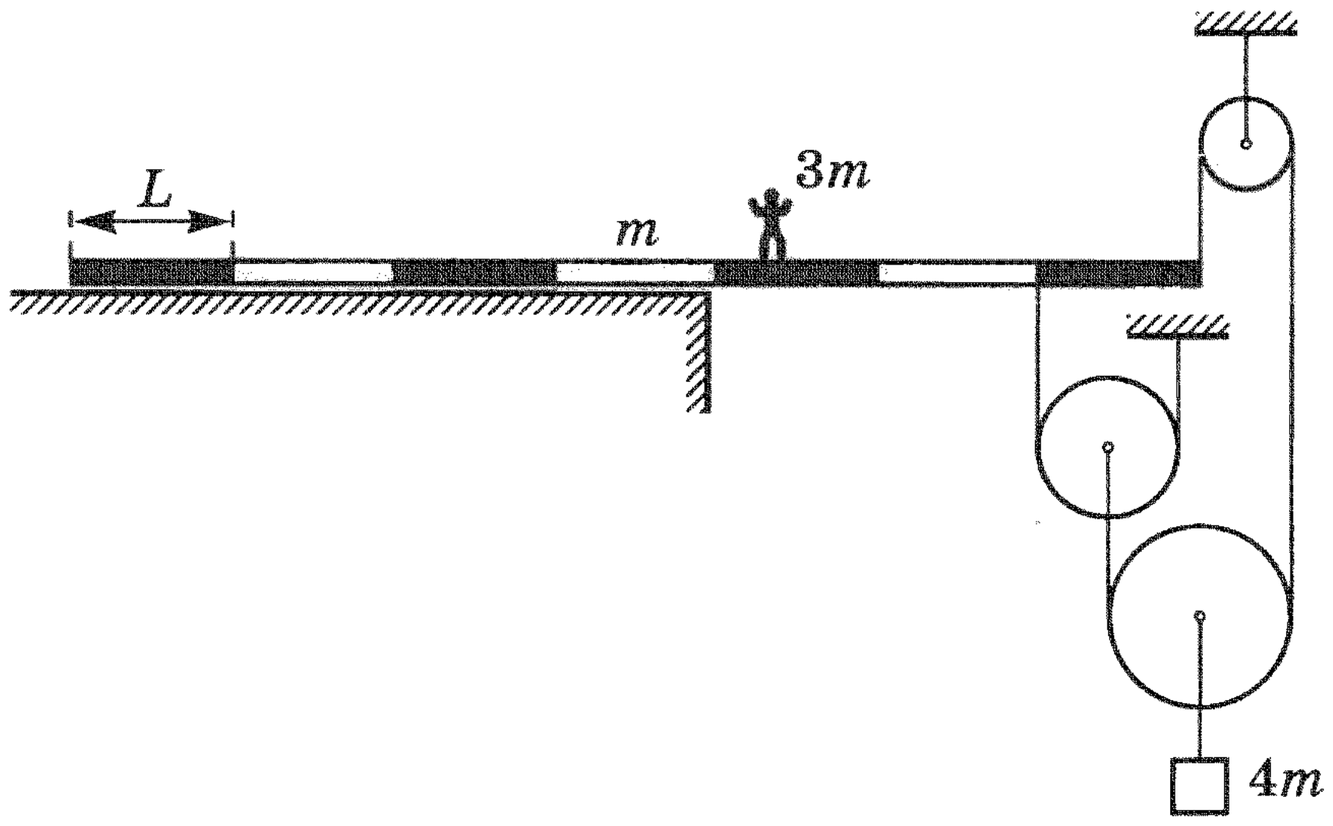


Рис. 4.123

4.124. На неравноплечих весах уравновешены два цилиндрических стакана с водой. Расстояния между центрами стаканов равно l. Из одного стакана взяли воду массой m и перелили во второй. Если при этом опору весов передвинуть на $l/10$, то равновесие весов восстановится. Найдите массу воды в обоих стаканах.

4.125. На двух рычагах уравновешены грузы (см. рисунок). Чему равна масса груза m_x, если массы остальных известны? Чему равны силы натяжения нитей, соединяющих рычаги? Длины частей рычага заданы на рисунке.

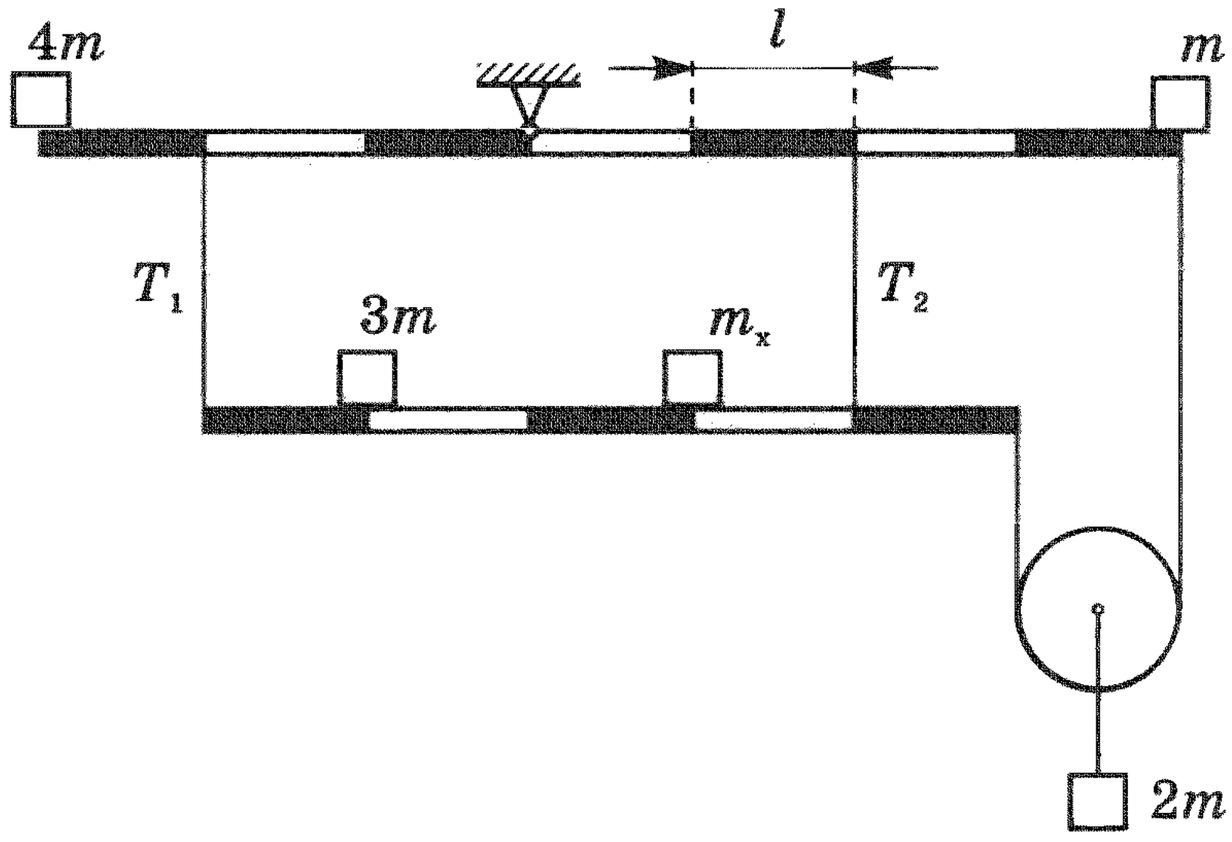


Рис. 4.125

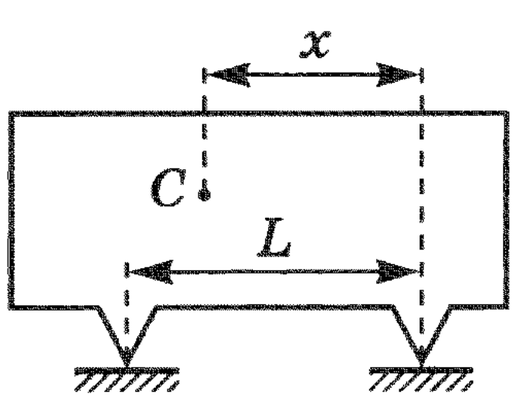


Рис. 4.126

4.126. Расстояние между двумя опорами балки равно $L = 2{,}8$ м, а расстояние между правой опорой и центром тяжести C равно $x = 2{,}1$ м (см. рисунок). Для того чтобы определить массу балки, под правую опору подставили весы. Их показания составили $M = 2400$ кг. Определите массу балки m.

4.127. На однородном массивном рычаге, покоящемся на двух опорах, находится небольшой грузик, имеющий массу m (см. рисунок). При смещении грузика на расстояние $x = 20$ см вдоль рычага, изменение одной из сил нормальной реакции опоры составило $\Delta N = 0{,}2$ Н. Определите массу грузика, если длина рычага $L = 60$ см. При какой массе рычага система останется в равновесии при любом положении грузика?

4.128. На однородном массивном рычаге, покоящемся на двух опорах, расположенных по краям, находится небольшой грузик (см. рисунок). При смещении грузика на расстояние $l = 20$ см вдоль рычага одна из сил нормальной реакции опоры изменяется на $\Delta N = 0{,}2$ Н. Определите массу грузика m. Длина рычага $L = 80$ см.

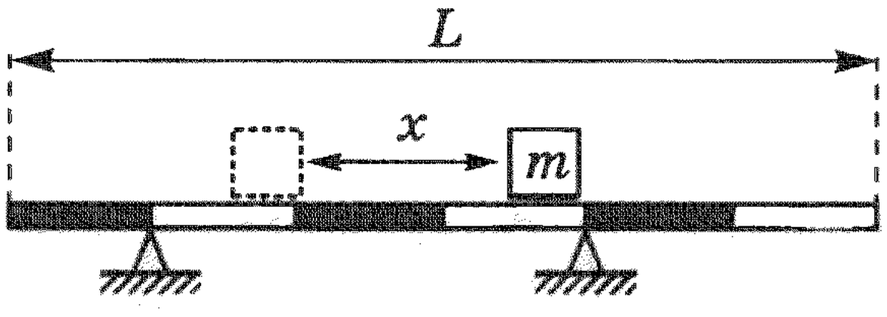


Рис. 4.127

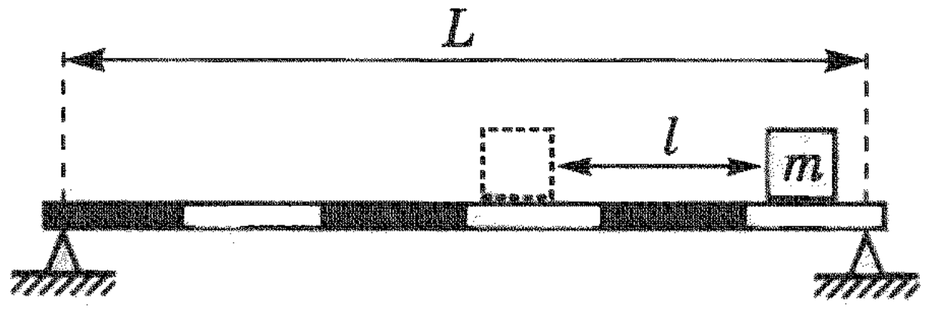


Рис. 4.128

4.129. Небольшой грузик, покоящийся на однородной доске, имеющей две опоры, перенесли справа налево (как показано на рисунке). При этом сила реакции одной из опор увеличилась на $\Delta N = 14$ Н. Определите массу грузика m.

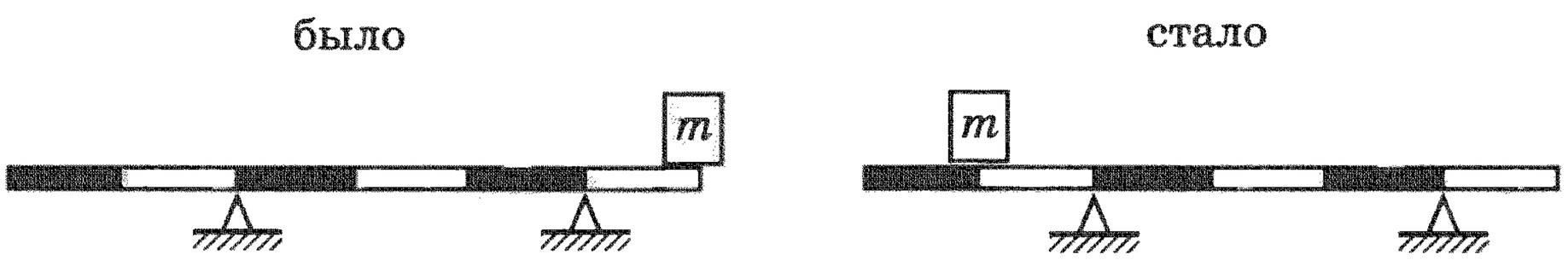


Рис. 4.129

4.130. Два однородных стержня одинаковой длины с одинаковой площадью поперечного сечения $S = 1{,}0$ см^2 могут свободно вращаться вокруг неподвижных горизонтальных осей O_1 и O_2, расположенных на одной вертикали. Длина короткого участка каждого стержня $l = 51$ см, а длинного $L = 105$ см. Стержни находятся в равновесии благодаря нити AB (см. рисунок). Верхний стержень изготовлен из стали.

а) Какова плотность материала нижнего стержня?

б) С помощью таблицы на обложке определите, что это за материал.

в) Найдите силу F натяжения нити AB.

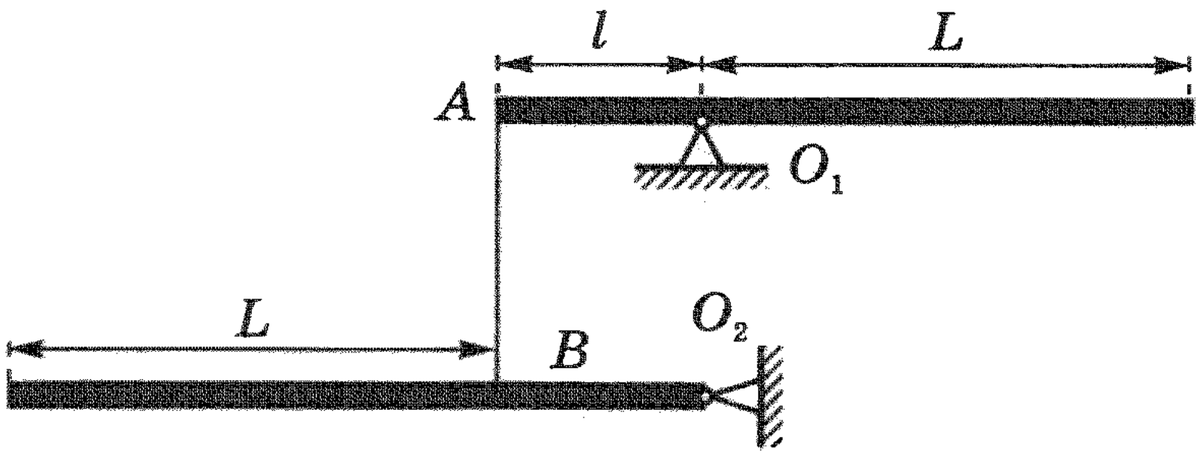
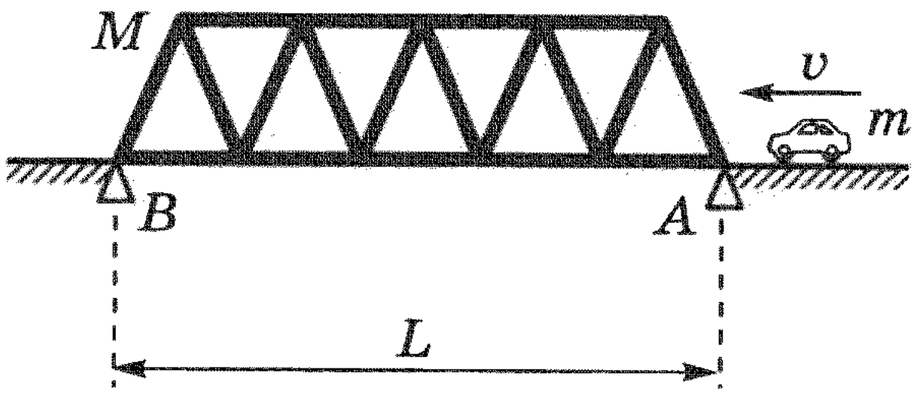
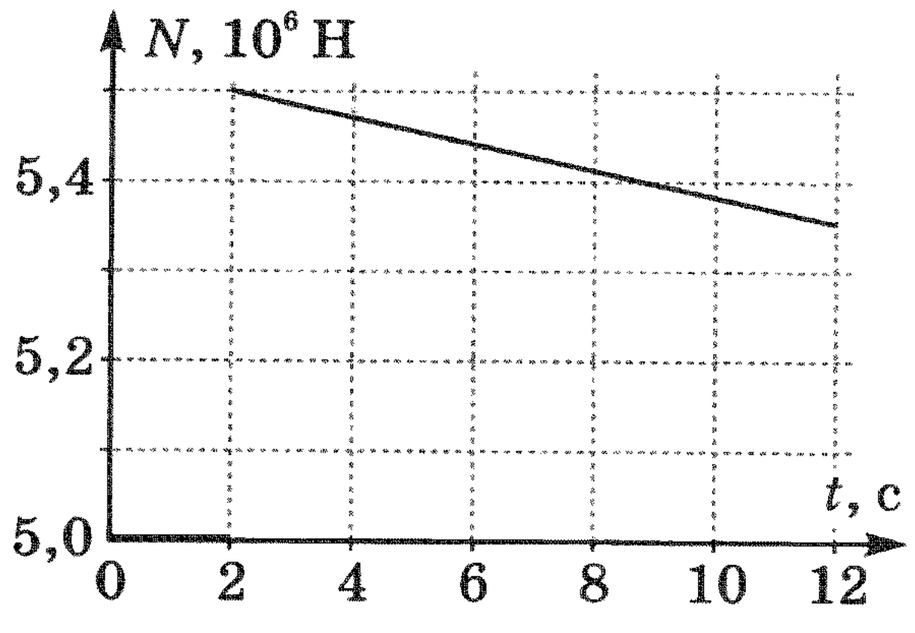


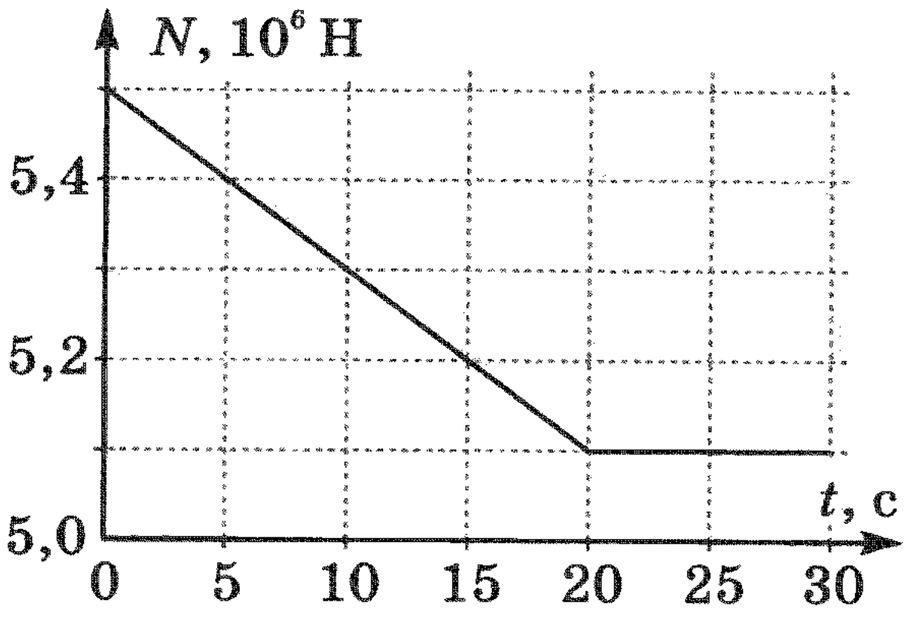
Рис. 4.130

4.131. Под одной из двух опор моста установлен датчик, снимающий зависимость силы реакции опоры N от времени. В некоторый момент на мост въезжает машина, движущаяся с постоянной скоростью, как показано на рисунке. Частично показания датчика приведены на графике. Мост можно считать однородным. Размерами машины пренебречь. Длина моста $L = 100$ м, определите: 1) массу моста M; 2) массу машины m; 3) скорость машины. Решите задачу для случаев, в которых зависимость $N(t)$ имеет вид зависимостей, представленных на рисунках *а*, *б*, *в*.

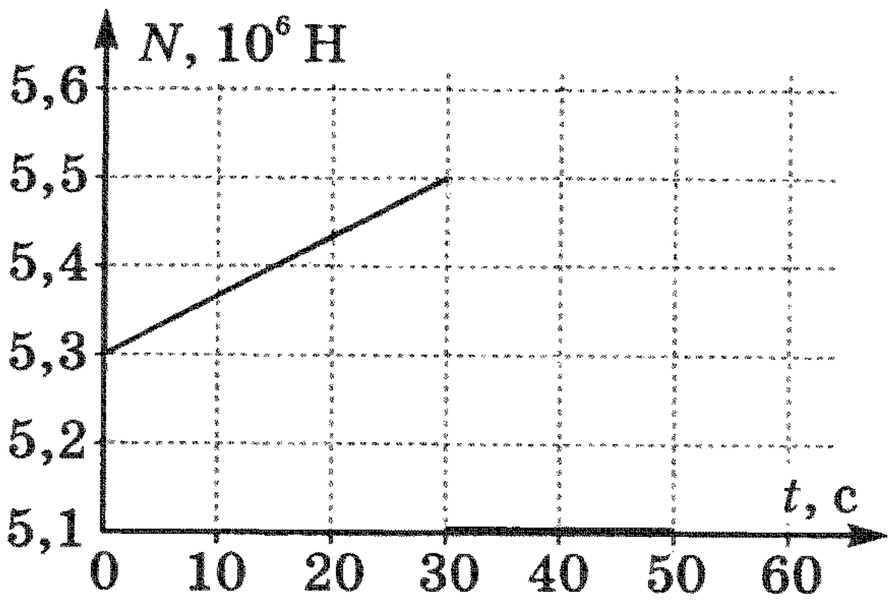




а



б



в

Рис. 4.131

4.132. В одной из двух опор моста установлен датчик, снимающий зависимость силы реакции опоры N от времени. По мосту проезжает поезд, движущийся с постоянной скоростью (см. рисунок). Показания датчика представлены на графике. Мост и поезд можно считать однородными. Длина поезда $l = 200$ м.

Определите:
а) массу моста M;
б) под какой из опор находится датчик;
в) массу поезда m;
г) длину моста L;
д) скорость поезда.

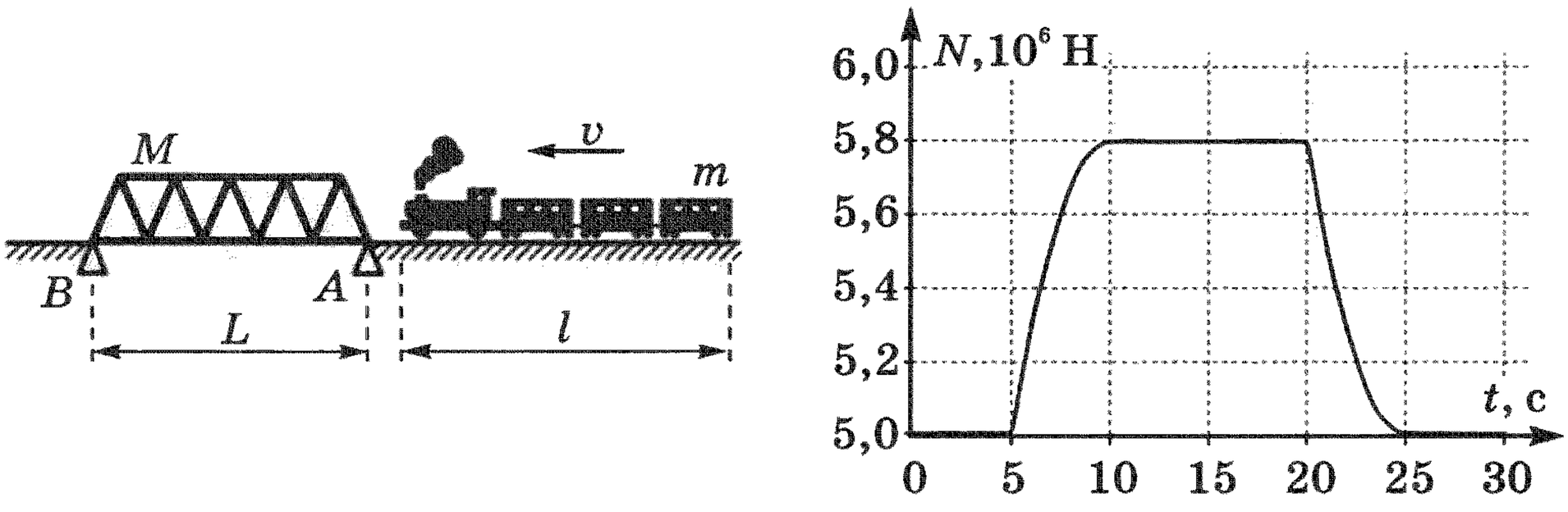


Рис. 4.132

4.133. Две одинаковые однородные рейки, соединенные шарнирно, связаны нитью и повешены к потолку, как показано на рисунке. Если к краю нижней рейки прикрепить груз массой $m = 200$ г, то система окажется в равновесии, и все нити будут вертикальны. Определите массы реек, силу натяжения связывающей их нити, и силу реакции в шарнире, с которой рейки действуют друг на друга. Все необходимые расстояния можно взять из рисунка.

4.134. На горизонтальной поверхности лежит стопка кирпичей так, как показано на рисунке. Площадь соприкасающихся участков кирпичей очень мала. Все кирпичи однородные и имеют одинаковую массу $m = 2{,}5$ кг. С какой силой давит на опору каждый кирпич из нижнего ряда?

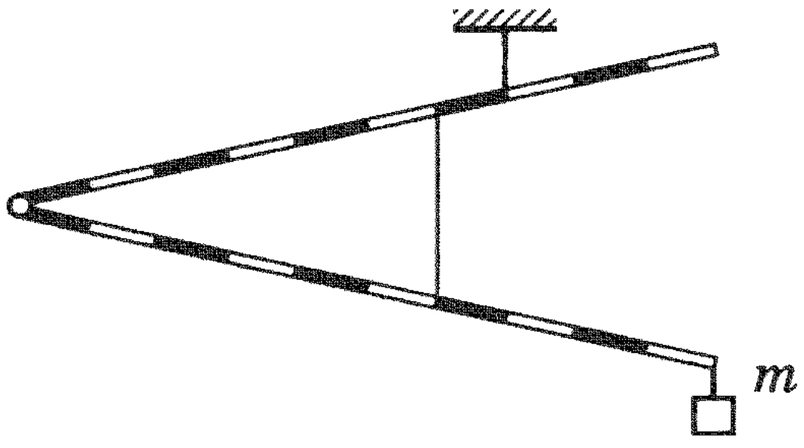


Рис. 4.133

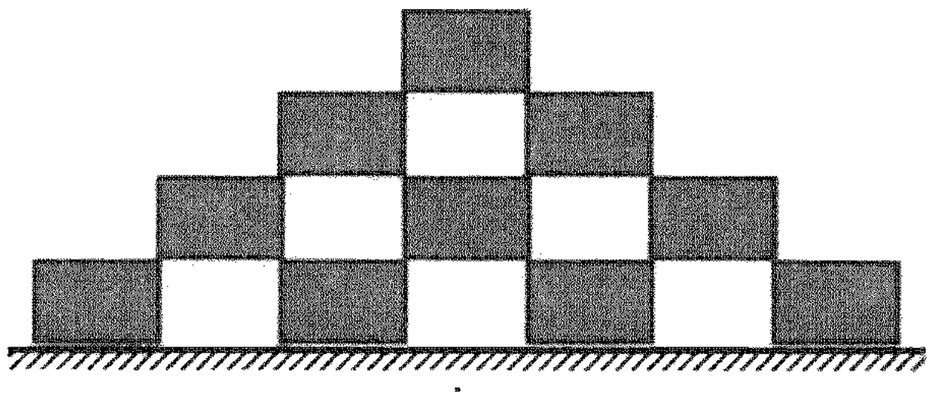


Рис. 4.134

4.135. Четыре одинаковых ледяных бруска длиной L сложены так, как показано на рисунке. Каким может быть максимальное расстояние d при условии, что все бруски расположены горизонтально? Считайте, что бруски гладкие и сила тяжести приложена к центрам брусков.

4.136. Из четырех одинаковых кирпичиков сложена стопка, как показано на рисунке. На какое максимальное расстояние можно выдвинуть правый кирпичик, чтобы стопка не развалилась?

4.137. К потолку с помощью пружины и двух нитей подвешена тонкая массивная доска, как показано на рисунке. Масса доски $m = 1$ кг. Система находится в равновесии, угол наклона доски равен $\alpha = 30^\circ$. К левому концу доски подвешивают груз массы M. Удлинение пружины при этом оказывается в 2 раза больше, чем без груза, а угол наклона доски по-прежнему составляет $\alpha = 30^\circ$. Найдите массу груза.

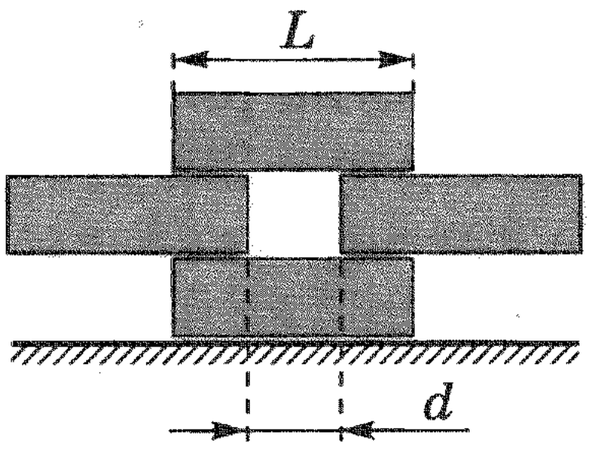


Рис. 4.135

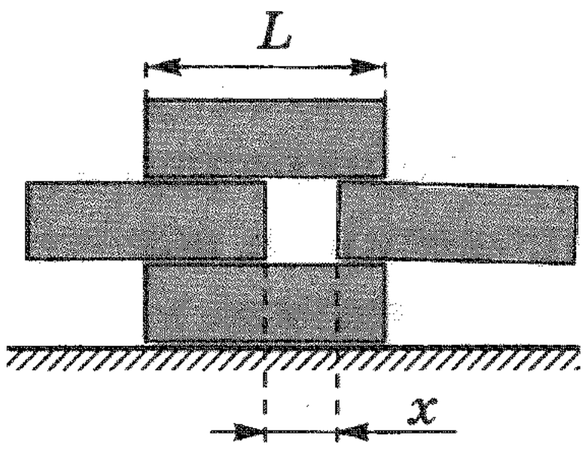


Рис. 4.136

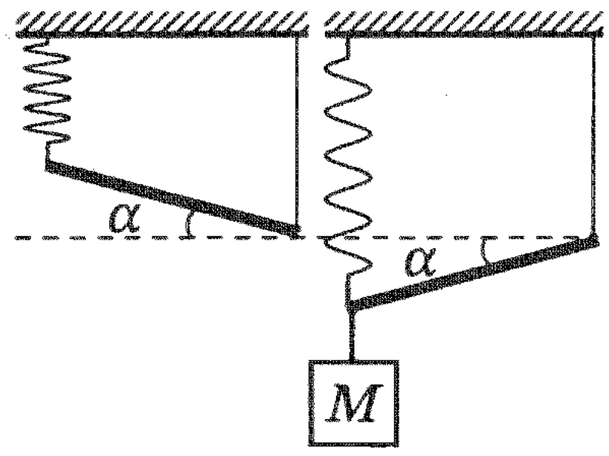


Рис. 4.137

4.138. Массивный неоднородный рычаг закреплен на ржавой оси. Без внешнего воздействия рычаг не вращается в любом положении. Если к короткому краю рычага подвесить груз $m_1 = 7$ кг, а к длинному $m_2 = 5{,}5$ кг, то рычаг начинает вращаться. Если вместо m_2 к длинному краю повесить груз меньшей массы $m_3 = 0{,}4$ кг, то рычаг начнет вращение в другую сторону. Длины короткого и длинного плеча $L_1 = 20$ см и $L_2 = 40$ см соответственно. Какую минимальную силу надо будет приложить к рычагу без грузов, чтобы удержать его в равновесии, если ось рычага хорошо смазать?

4.139. Легкая прямая рейка длиной $l = 100$ см с прикрепленным к ней грузом массой $m = 1$ кг подвешена за концы: правый конец – на одной вертикальной пружине, левый — на четырех таких же пружинах (эти четыре пружины тонкие, и поэтому можно считать,

что они прикреплены к одной точке). Рейка горизонтальна, все пружины растянуты на одинаковую длину (см. рисунок). На каком расстоянии от левого края рейки находится груз?

4.140. Однородный стержень массой $M = 2$ кг и длиной $l = 1$ м подвешен за концы на двух вертикальных пружинах, коэффициенты жесткости которых $k_1 = 40$ Н/м и $k_2 = 60$ Н/м (см. рисунок). На каком расстоянии d от первой пружины следует подвесить к стержню груз массы $m = 1$ кг, чтобы стержень находился в горизонтальном положении? Длины пружин в нерастянутом состоянии одинаковы.

4.141. Однородный стержень подвешен за края на двух вертикальных пружинах, коэффициенты жесткости которых k и $2k$ (см. рисунок). Если к стержню в точке A прикрепить груз, то точка подвеса сместится вниз на расстояние $x_1 = 5$ см. На какое расстояние x_2 сместится точка подвеса груза, если его прикрепить в точке B? Точки A и B делят стержень на три равные части.

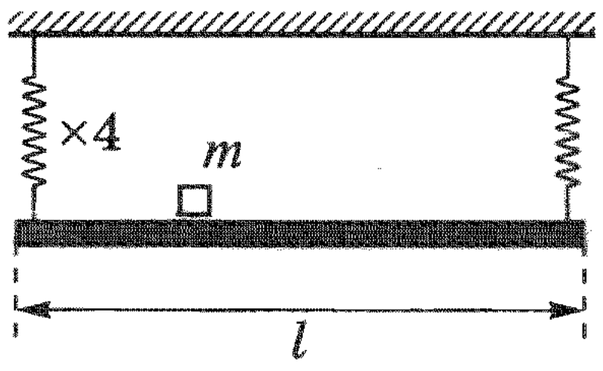


Рис. 4.139

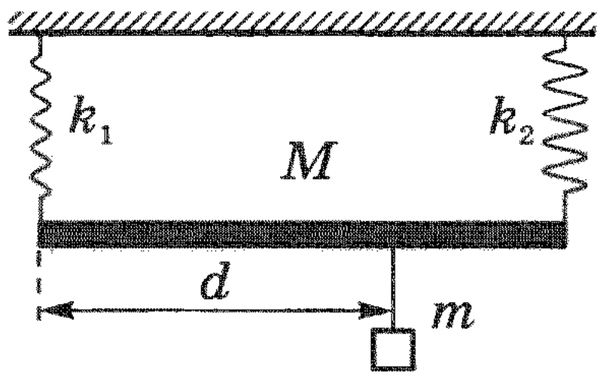


Рис. 4.140

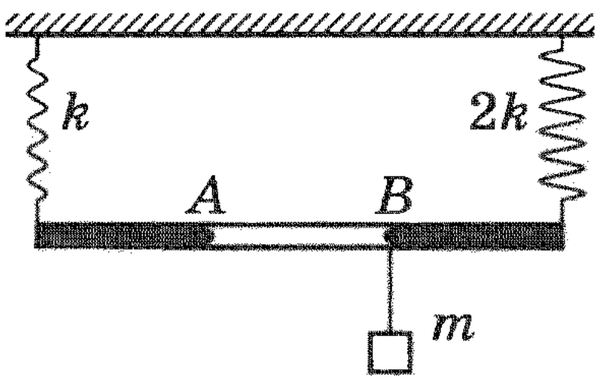


Рис. 4.141

4.142. По длинному прямому однородному стержню длиной L слева направо со скоростью u ползет маленькая улитка и катит перед собой маленький шарик, как показано на рисунке. Масса улитки m, а стержня M. Концы стержня опираются на две вертикальные пружины, закрепленные на горизонтальном столе. Жесткость левой пружины k, а правой $2k$. Длины пружин в недеформированном состоянии одинаковы. В начальный момент улитка находится над левой пружиной. Определите, спустя какое время от начала движения улитки шарик начнет скатываться по палочке в сторону правой пружины. Можно считать, что угол наклона палочки всегда достаточно мал.

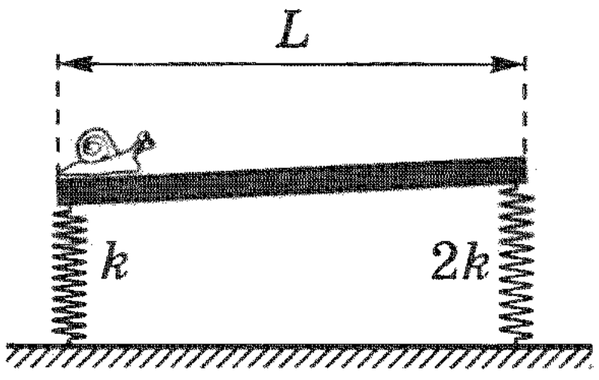


Рис. 4.142

4.143. Внутри черного ящика на двух пружинах жесткостью k и $2k$, работающих как на растяжение, так и на сжатие, подвешена палочка (см. рисунок).
а) Внешняя сила прикладывается к нити в точке, указанной на рисунке. Определите эффективную жесткость черного ящика.
б) Найдите максимальную и минимальную жесткости данного черного ящика при смещении точки крепления нити вдоль палочки.

4.144. Если груз массы $m = 10$ г поставить на линейку на расстоянии x от ее края, как показано на рисунке, то линейка примет горизонтальное положение равновесия при размещении под ней упора на расстоянии y от того же края линейки. Зависимость $y(x)$ при различных размещениях груза представлена в таблице. Построив график этой зависимости, определите массу линейки и ее длину.

x, мм	10	30	50	70	90	100	120
y, мм	120	129	137	146	155	160	169

4.145. Жесткий стержень длиной L подвешен на трех одинаковых вертикальных нитях, привязанных к краям и к точке, лежащей на 1/3 расстояния от его левого края (см. рисунок). На каком максимальном расстоянии x от точки крепления средней нити можно подвесить массивное тело так, чтобы все нити были натянуты?

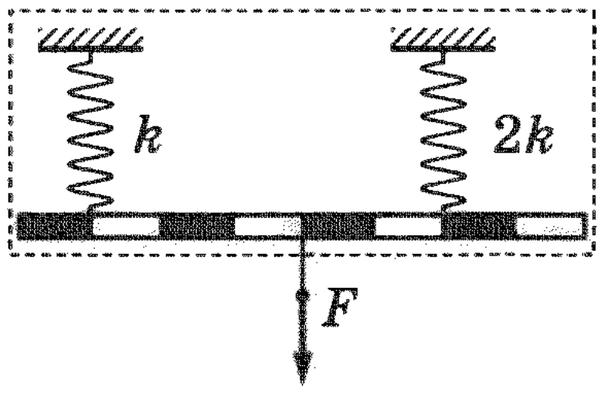


Рис. 4.143

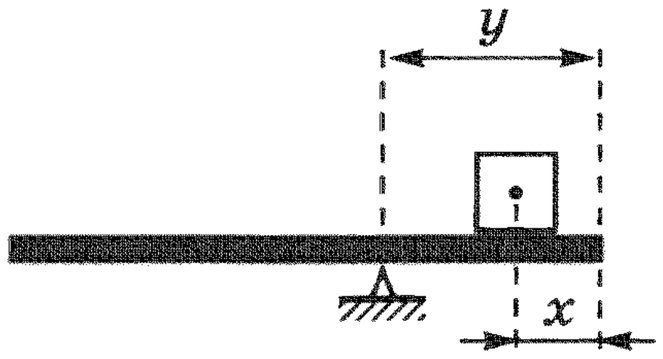


Рис. 4.144

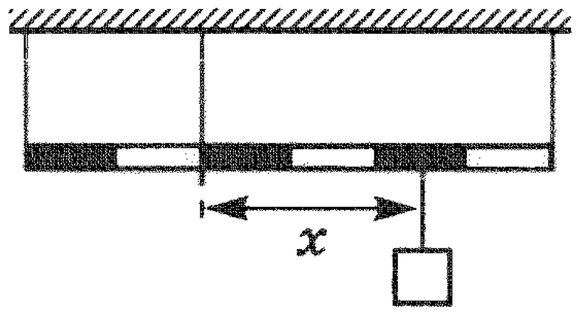


Рис. 4.145

4.146. Однородный рычаг массой m подвешен на тросах, жесткости которых указаны на рисунке. Найдите силы натяжения тросов.

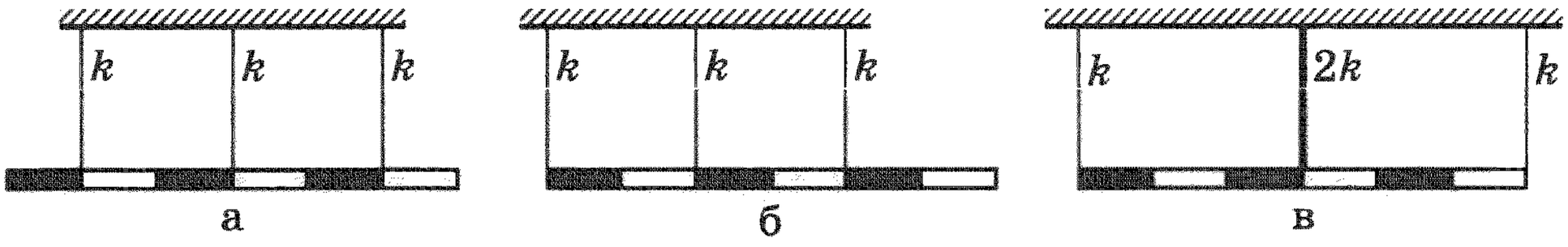


Рис. 4.146

4.4. ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

Тренировочные задания

4.147. Два шара массами m и $2m$, радиусами $2R$ и R соответственно, скреплены стержнем. Найдите расстояние от центра правого шара до центра тяжести системы, если длина стержня L.

4.148. Два шара массами m и $2m$, радиусами $2R$ и R соответственно, скреплены стержнем, масса которого $3m$. Найдите расстояние от центра правого шара до центра тяжести системы, если длина стержня L.

4.149. От однородного стержня отрезали кусок длиной $l = 40$ см. На сколько из-за этого сместился центр тяжести стержня?

4.150. В вершинах квадрата со стороной a находятся точечные массы, как показано на рисунке. С квадратом связана система координат. Найдите координаты центра тяжести системы.

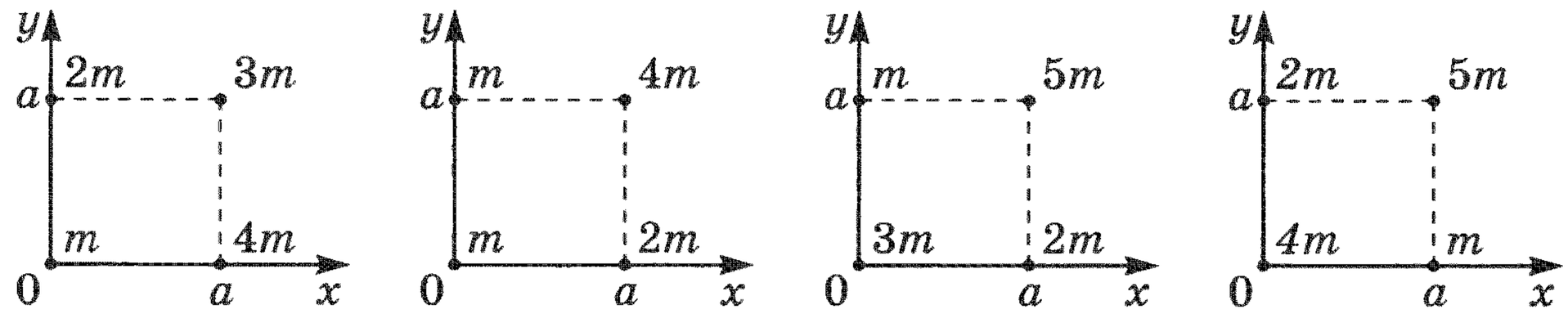


Рис. 4.150

4.151. Квадрат со стороной a составлен из четырех тонких стержней одинакового сечения, сделанных из разных материалов с плотностями: ρ, 2ρ, 3ρ и 4ρ. С квадратом связана система координат (см. рисунок). Найдите координаты центра тяжести системы.

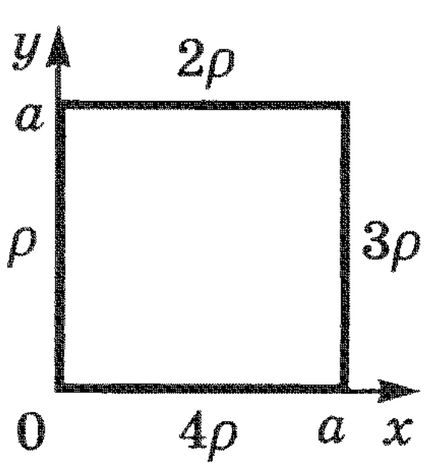


Рис. 4.151

4.152. В двух вершинах равностороннего треугольника помещены шарики массой m каждый. В третьей вершине находится шарик массой $2m$. Найдите положение центра масс этой системы.

4.153. С помощью циркуля и линейки без делений определите положение центра тяжести системы, состоящей из двух однородных стержней одинаковой длины, соединенных под прямым углом, как показано на рисунке.

4.154. С помощью циркуля и линейки без делений определите положение центра тяжести системы, состоящей из трех однородных стержней одинаковой длины, соединенных под прямыми углами, как показано на рисунке.

4.155. С помощью циркуля и линейки без делений определите положение центра тяжести однородной треугольной пластины, изображенной на рисунке.

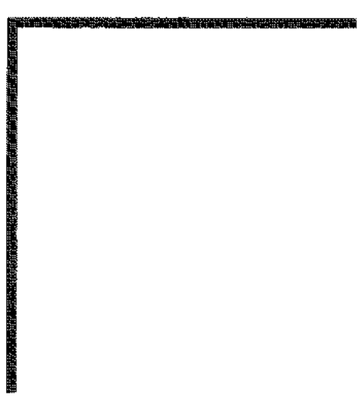


Рис. 4.153

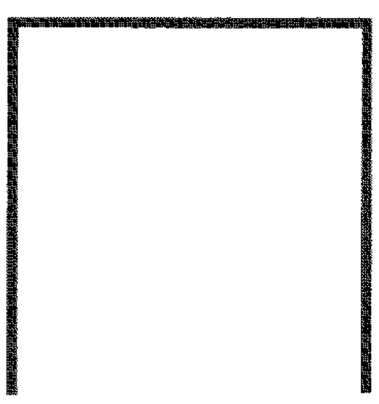


Рис. 4.154

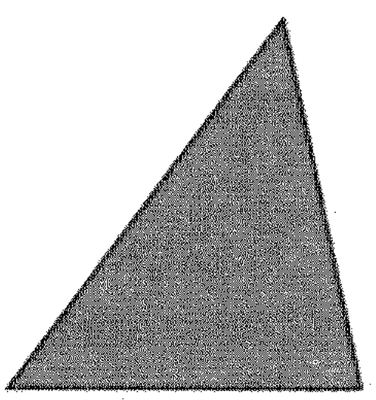


Рис. 4.155

4.156. С помощью линейки без делений определите положение центра тяжести плоской однородной пластины (см. рисунок).

4.157. К находящимся на одном уровне точкам подвешена однородная цепочка и конструкция из двух шарнирно скрепленных однородных стержней (см. рисунок). Массы и общие длины обеих систем равны. У какой из систем центр тяжести расположен ниже?

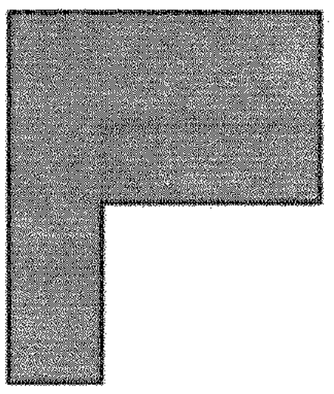


Рис. 4.156

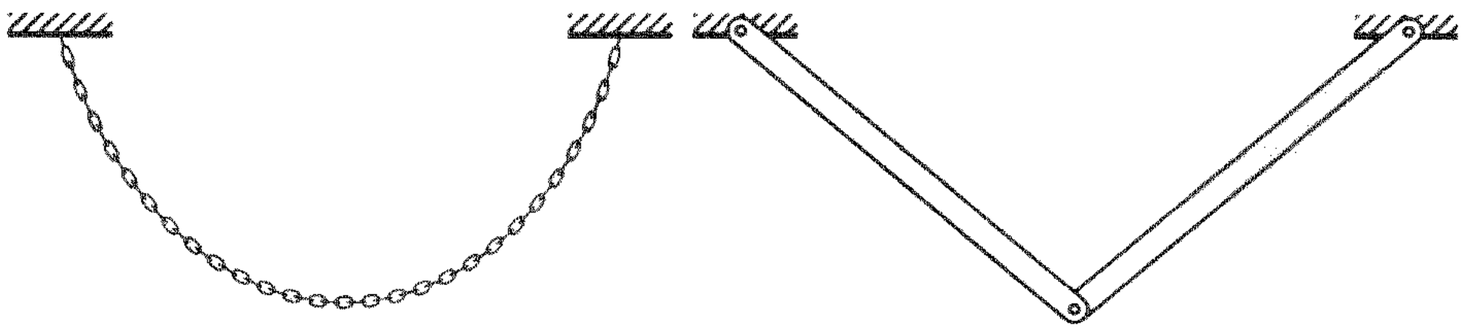


Рис. 4.157

Олимпиадные задания

4.158. Какой должна быть высота x треугольной части тонкой однородной пластины, чтобы центр тяжести пластины находился в точке O, как показано на рисунке? Длина прямоугольной части равна l.

4.159. Стержень, изображенный на рисунке, спаян из двух одинаковых по сечению стержней, изготовленных из материалов с плотностями ρ и 2ρ. При каком отношении длин стержней l_1/l_2 центр тяжести системы будет находиться в плоскости спая?

4.160. Составной стержень представляет собой два соосных цилиндра, прижатых друг к другу торцами (см. рисунок). Оказалось, что центр масс такого стержня находится в стыковочном сечении. Цилиндры изготовлены из одинакового материала, но площадь сечения одного в 3 раза больше площади другого. Определите отношение масс цилиндров.

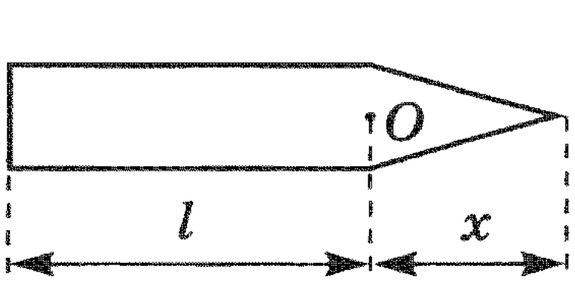


Рис. 4.158

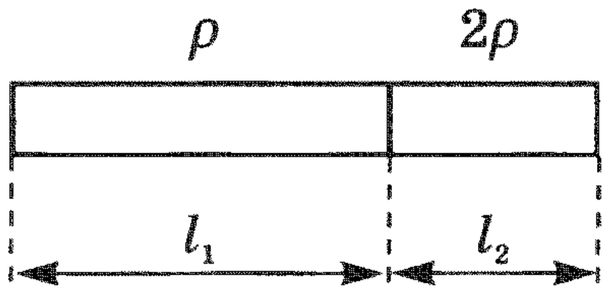


Рис. 4.159

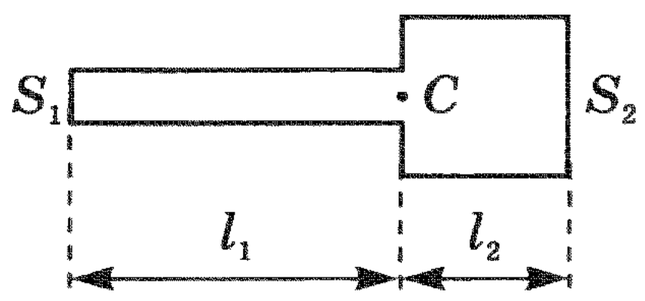


Рис. 4.160

4.161. Три грузчика перетаскивают треугольный однородный лист фанеры со сторонами 3, 4 и 5 метров, имеющий массу $m = 30$ кг. Какие силы должны прикладываться к листу со стороны каждого из грузчиков?

4.162. Определите положение центра тяжести стержня постоянного сечения, плотность которого изменяется линейно от 0 до ρ. Длина стержня равна L.

4.163. С помощью линейки без делений и циркуля определите положение центра тяжести плоской однородной четырехугольной пластины, изображенной на рисунке.

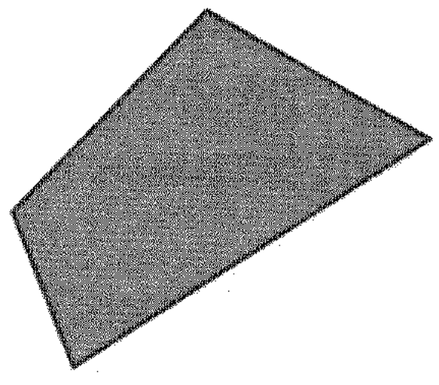


Рис. 4.163

4.164. С помощью линейки без делений и циркуля определите положение центра тяжести плоской однородной пятиугольной пластины, изображенной на рисунке.

4.165. Квадратная пластина со стороной a состоит из двух треугольных частей, имеющих поверхностные плотности σ и 2σ (см. рисунок). Построением с помощью циркуля и линейки определите положение центра тяжести пластины.

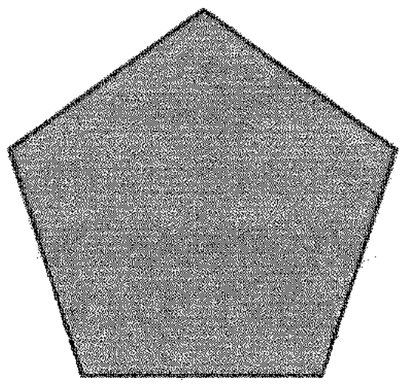


Рис. 4.164

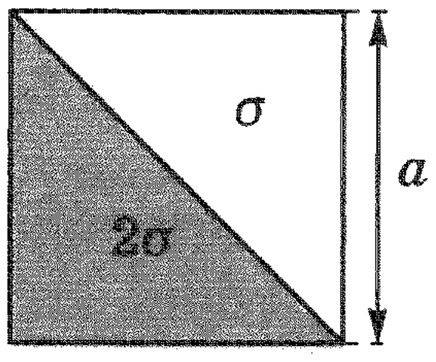


Рис. 4.165

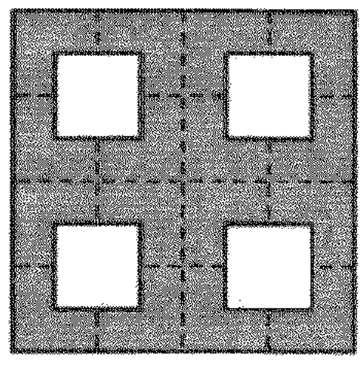


Рис. 4.170

4.166. Кусок проволоки длиной L согнули в виде прямоугольного треугольника. Длина одной из его сторон (катета) $a = 20$ см. К этой стороне привязали нить на расстоянии $d = 5{,}5$ см от прямого угла. При этом треугольник повис так, что сторона a оказалась горизонтальной. Вычислите длину проволоки L.

4.167. В какой точке находится центр масс треугольника из однородной проволоки?

4.168. Две стороны проволочной рамки, имеющей форму равностороннего треугольника, сделаны из алюминиевой проволоки, а третья – из медной вдвое большего диаметра. Плотность меди в три раза большей плотности алюминия. Определите, на каком расстоянии от середины медной проволоки находится центр тяжести системы, если сторона треугольника равна L.

4.169. Из однородного диска радиусом R вырезано круглое отверстие радиуса r, центр которого находится на расстоянии $1/2R$ от центра диска. На каком расстоянии от центра диска находится центр тяжести системы?

4.170. Какой максимальной площади сплошной квадрат можно вырезать из однородной квадратной пластины с четырьмя одинаковыми квадратными отверстиями, чтобы положение центра

тяжести получившейся фигуры не изменилось? Сторона каждого отверстия в 4 раза меньше внешней стороны пластины и равна a. Расстояния между ближайшими сторонами отверстий равны длинам сторон отверстий (см. рисунок).

4.171. Диаметр цилиндрического тонкостенного стакана равен d, высота h, масса m. Стенки и дно стакана имеют одинаковую толщину. В стакан наливают воду. При каком уровне воды центр тяжести стакана с водой находится ниже всего?

4.172. В пустую цилиндрическую бочку высотой $H = 1$ м, имеющую массу $m = 5$ кг, наливают мед с постоянным массовым расходом $\mu = 80$ г/с. Через какое время от начала заполнения скорость центра тяжести системы «бочка-мед» окажется минимальной? Найдите скорость движения центра тяжести системы сразу после начала заполнения. Масса полной бочки с медом $M = 45$ кг. Массой и толщиной дна бочки пренебречь.

4.5. ДАВЛЕНИЕ

Тренировочные задания

4.173. Останкинская телевизионная башня в Москве опирается на фундамент десятью «ножками», площадь опоры каждой $S = 4{,}7$ м^2. Масса башни $m = 32000$ т. Рассчитайте давление, производимое башней на фундамент.

4.174. Оцените, какое давление оказывает на землю танк. Масса танка $m = 30$ т. Ширина гусеницы $d = 50$ см, длина контактирующей с землей части гусеницы $l = 5$ м.

4.175. Определите максимальное давление, которое создает кирпич массой $m = 5$ кг, на горизонтальную поверхность, если размеры кирпича $5 \times 10 \times 20$ см.

4.176. Какое давление на плоскость создает пирамида из кирпичей в каждом случае (см. рисунок)? Масса одного кирпича m, размеры $a \times 2a \times 4a$.

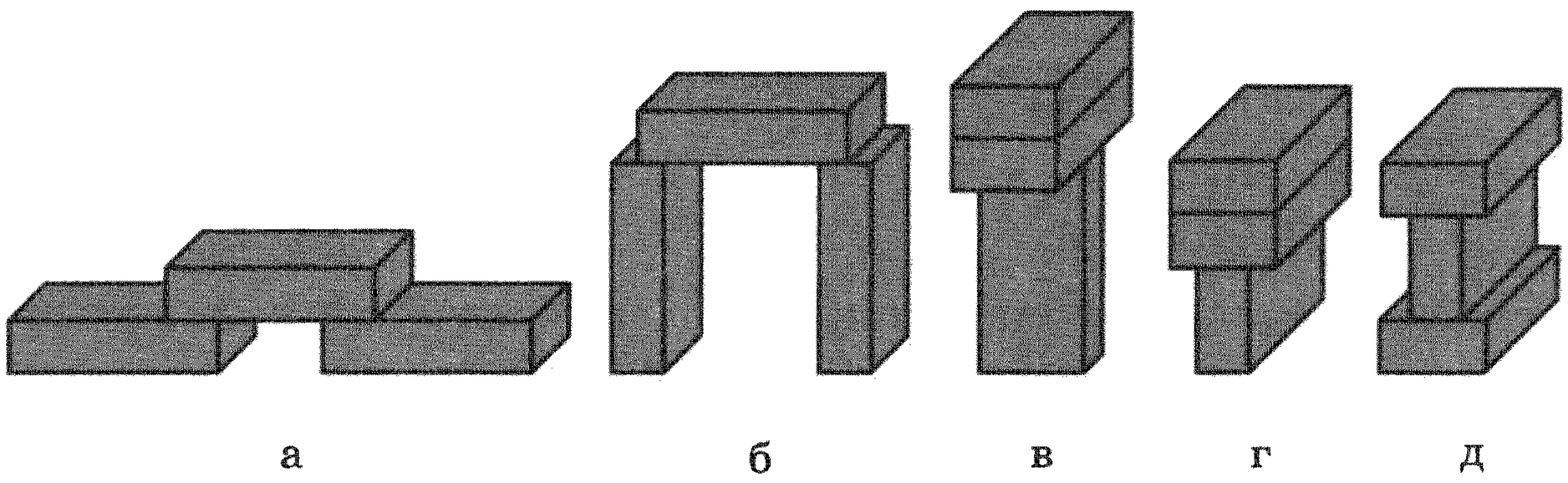


Рис. 4.176

Олимпиадные задания

4.177. Пустой внутри кубик, изготовленный из листов алюминия толщиной $h = 6{,}2$ мм, установлен на горизонтальной плоскости. Какое давление p он оказывает на эту плоскость?

4.178. На месте преступления был обнаружен след. По глубине отпечатка эксперты определили, что давление, производимое

на землю, составляло 45 кПа. Определите массу преступника в предположении, что он стоял на месте на двух ногах. Сторона одной клеточки равна 1 см.

4.179. Есть булка хлеба с размерами сторон: $a = 7$ см, $b = 10$ см, $c = 21$ см и 15 грамм масла. Хлеб нарезают ломтиками толщиной $h = 1$ см и намазывают с одной стороны ровным слоем масла. Получившиеся бутерброды кладут на стол. Каково давление масла на хлеб? Считайте, что масло делят поровну между ломтиками.

4.180. Кирпичная конструкция, составленная из шести кирпичей, покоится на земле. Определите отношение давлений p_1 и p_2, которые оказывают нижний левый и нижний правый кирпичи на землю. Кирпич представляет собой параллелепипед, стороны которого относятся как 1 : 2 : 4.

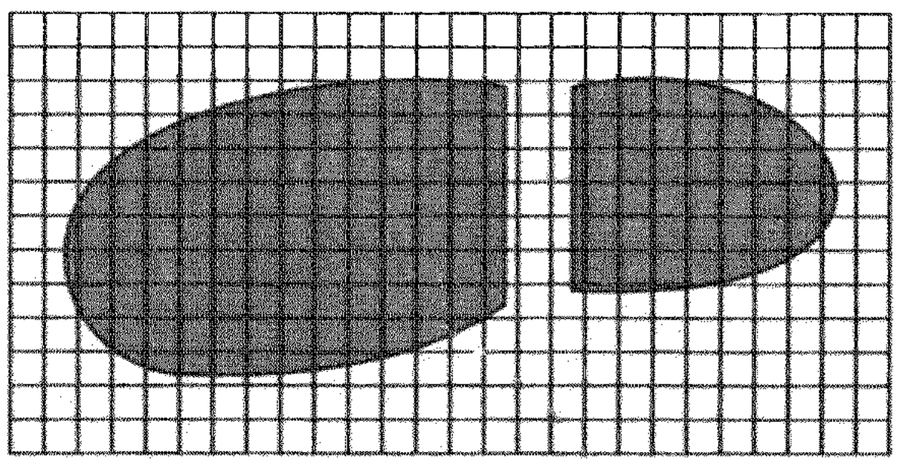


Рис. 4.178

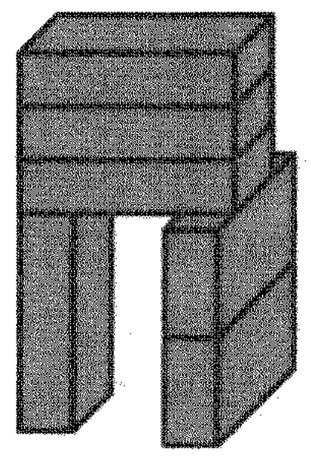


Рис. 4.180

4.181. Кость для игры в домино, имеющая форму параллелепипеда размерами $a \times b \times$ с (причем $a < b < c$), стоит на столе своей наименьшей гранью и оказывает на него давление $p = 1{,}0 \cdot 10^3$ Па. Известно, что $a = 6{,}0$ мм, $b = 24$ мм. Определите массу кости домино.

4.182. Петя и Вася решили построить дом из деревянных кубиков. В основание они заложили 10 больших кубиков со стороной $a = 10$ см. На строительство самого дома ушло дополнительно 6 больших, 20 средних (со стороной $a/2$) и 100 маленьких (со стороной $a/4$). Определите давление, которое оказывает дом на пол в игровой комнате, в предположении, что нагрузка распределяется равномерно по основанию. Плотность дерева $\rho = 500$ кг/м^3. Атмосферное давление не учитывать.

4.183. Высота пирамиды Хеопса равна 140 м, а масса 6 миллионов тонн. Во сколько раз отличаются давления на горизонтальную поверхность самой пирамиды и ее точной копии высотой 14 см, изготовленной из такого же материала?

4.184. На полу стоит пустой деревянный ящик без крышки. Наружные длина и ширина ящика $a = 50$ см, высота $h = 30$ см, толщина стенок и дна $d = 5$ см. Плотность дерева $\rho = 0{,}6$ кг/дм^3. Определите давление, которое оказывает ящик на пол. Атмосферное давление не учитывать.

4.185. Однородный брусок в форме параллелепипеда создает давление на горизонтальную опору $p_1 = 1{,}0$ кПа, $p_2 = 2{,}0$ кПа или $p_3 = 4{,}0$ кПа, в зависимости от того, на какую грань его поставить. Известно, что меньшая сторона бруска имеет длину $L = 5{,}0$ см. Определите плотность бруска.

4.186. Металлическая фляжка имеет форму параллелепипеда. Масса заполненной водой фляжки равна M. Если фляжку положить на стол самой большой гранью, то она будет оказывать давление p_1. Если ее положить на среднюю грань, то давление будет равно p_2. Если фляжку поставить на самую маленькую грань, то давление окажется равным p_3. Чему равны масса m пустой фляжки, а также длины ее ребер a, b и c? Толщина стенок фляжки пренебрежимо мала по сравнению с длинами ее ребер. Плотность воды ρ. *Примечание:* для определенности длину короткого ребра фляжки обозначьте a, длину среднего ребра b, длинного ребра c.

4.187. Через середины противоположных граней деревянного кубика проделали три сквозных квадратных отверстия. Определите давление, которое создает кубик на горизонтальную поверхность, если сторона кубика равна 9 см, а сторона отверстия 3 см. Плотность дерева 800 кг/м^3.

4.188. На столе стоит кубик массой $m_1 = 90$ г. Площадь одной грани кубика $S_1 = 25$ см^2. На него ставят тело неправильной формы. Площадь его контакта с кубиком составляет $S_2 = 16$ см^2. Сверху ставят еще один кубик со стороной $a = 3$ см. Известно, что все давления в местах соприкосновения тел (и со столом) равны. Найдите массу тела неправильной формы и верхнего кубика.

4.189. Брусочек массой $m = 40$ г со сторонами $10 \times 5 \times 2$ см выдерживает давление $p = 1000$ Па. Какой максимальной высоты башню можно построить из таких брусочков?

4.190. Толщина сидения деревянного табурета равна толщине ножек. Основными стандартными показателями табурета являются давление $p_0 = 2{,}8$ кПа, которое он оказывает на пол, стоя на ножках, и коэффициент $\beta_0 = 1{,}6$, равный отношению площади сидения к площади поверхности одной из боковых сторон. Экспериментатору Глюку привезли бракованный табурет: у него не хватает двух противоположных ножек. Какие показатели p_1 и β_1 у табурета Глюка?

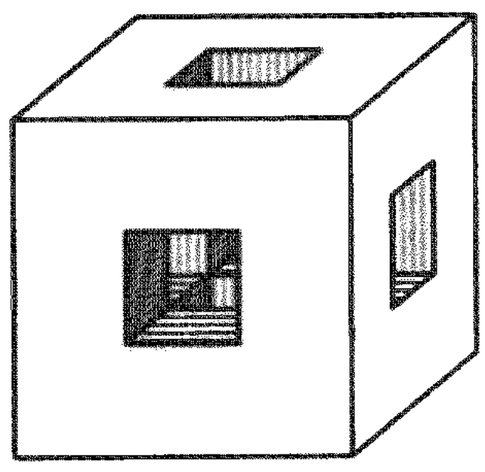


Рис. 4.187

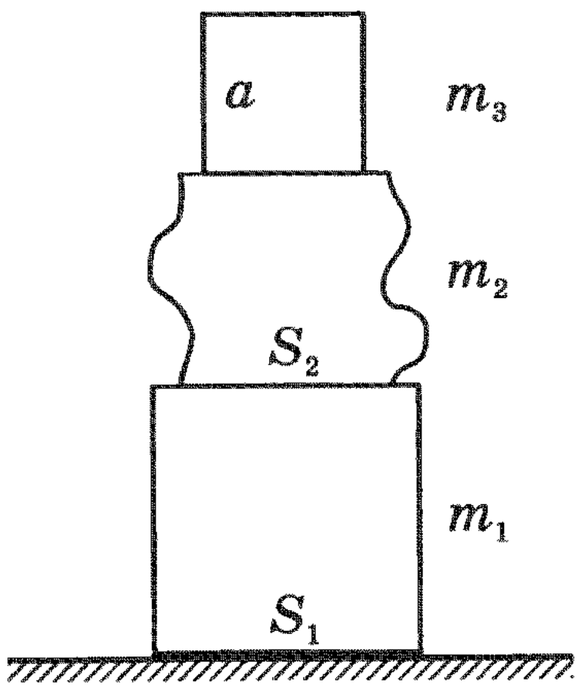


Рис. 4.188

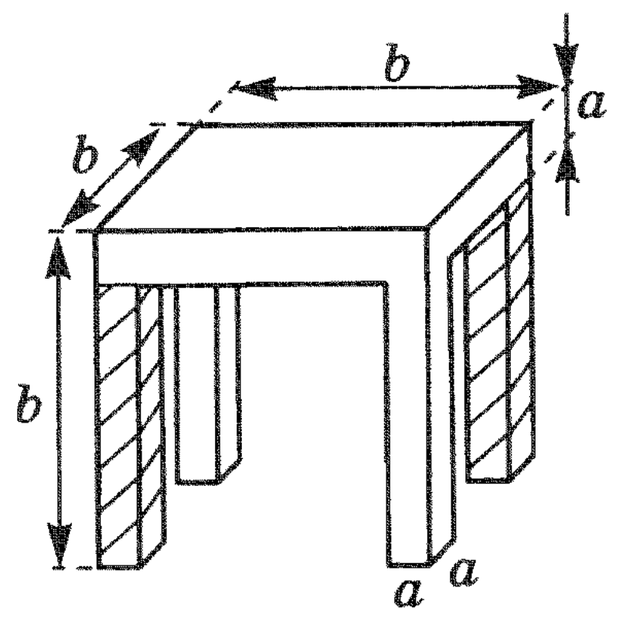


Рис. 4.190

4.191. Во время экскурсии на кондитерскую фабрику группа детей знакомилась с работой сепаратора для производства глазури, в который за равные промежутки времени поступало одинаковое количество сахарного сиропа. Схема бака сепаратора переменного сечения с вертикальными стенками приведена на рисунке. Оператор установки определяет заполненность бака по показаниям датчика, измеряющего давление у самого дна. Изучив таблицу зависимости показаний датчика от времени и зная, что в результате бак оказался заполнен до самого верха, дети смогли определить отношение пло-

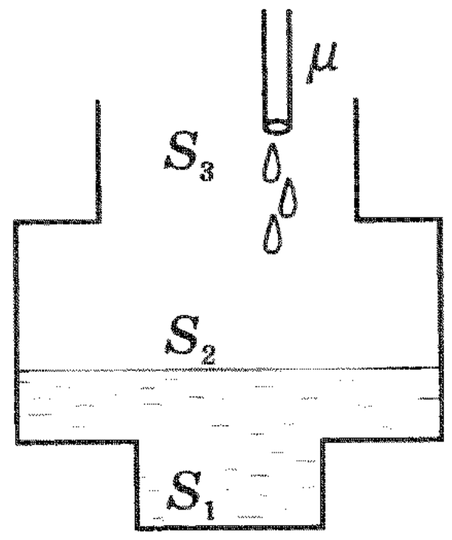


Рис. 4.191

t, с	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
P, кПа	0,5	1,0	1,5	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	4,0	5,0	6,0

щадей $S_1 : S_2 : S_3$ поперечных сечений бака и отношение высот $h_1 : h_2 : h_3$ элементов постоянного сечения. Найдите эти отношения. *Примечание:* считайте, что давление в жидкости пропорционально глубине, на которой оно измеряется.

ГЛАВА 5

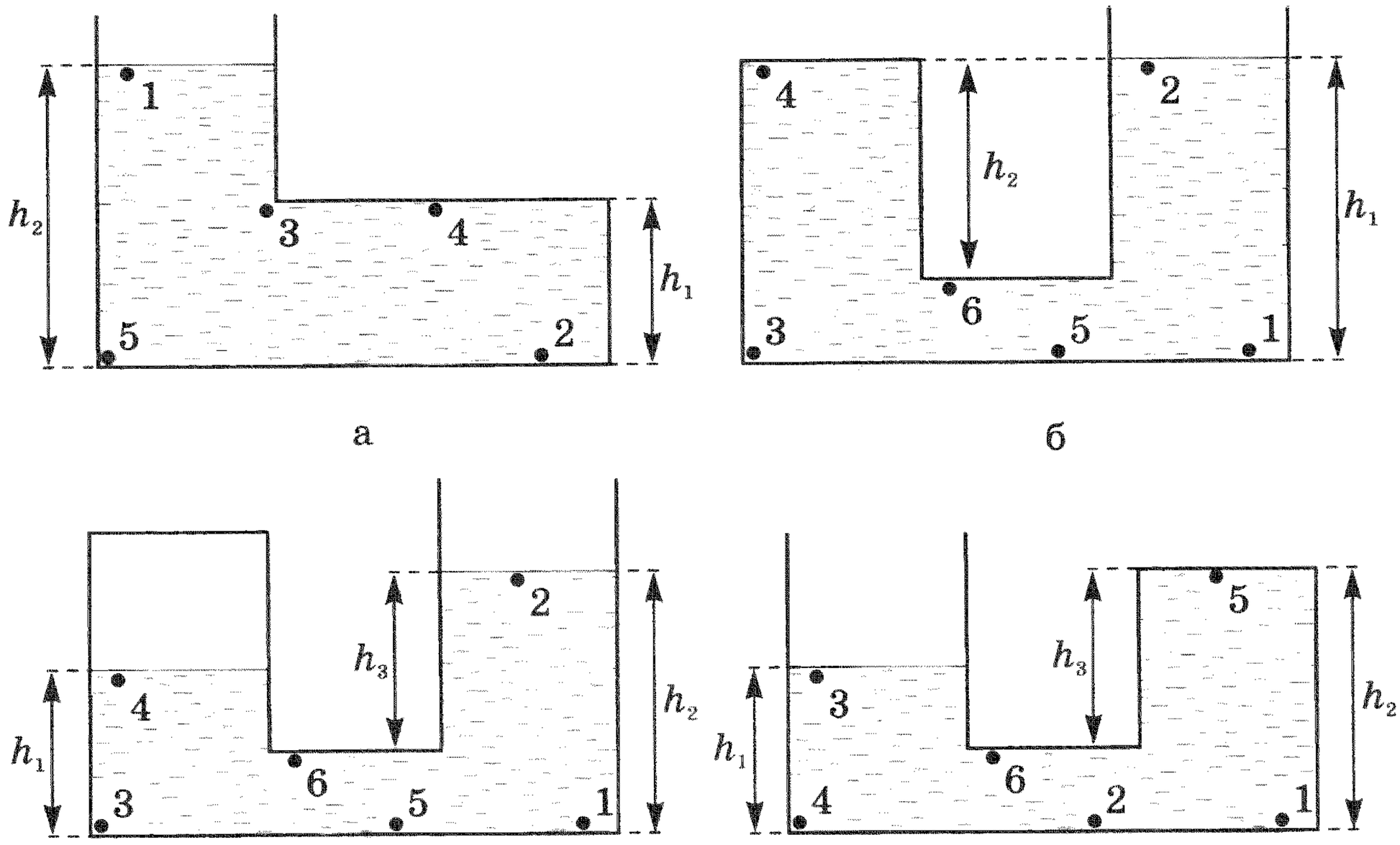
ГИДРОСТАТИКА

В задачах данной главы, если не указано иное, $g = 10$ м/с^2, атмосферное давление $p_0 = 101$ кПа. Плотности явно указанных веществ можно брать из таблицы на обложке. Блоки, пружины, нити и рычаги невесомы, нити нерастяжимы, трения в осях нет.

5.1. ДАВЛЕНИЕ ЖИДКОСТИ. СИЛА ДАВЛЕНИЯ

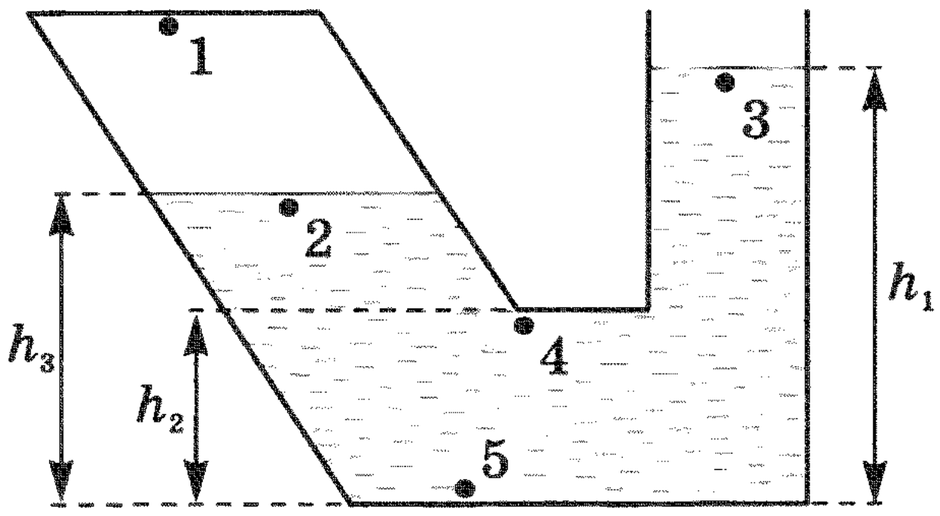
Тренировочные задания

5.1. Определите давления в обозначенных точках. Все указанные на рисунке величины, плотность жидкости ρ и атмосферное давление p_0 считайте известными.

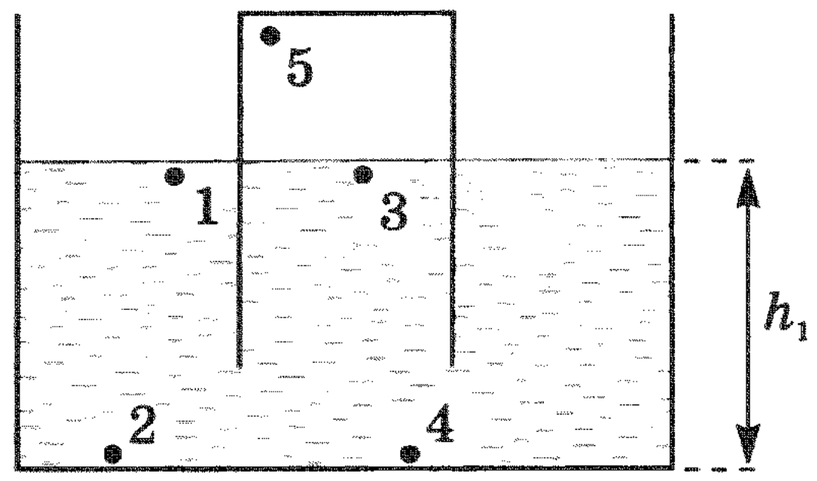


а б в г

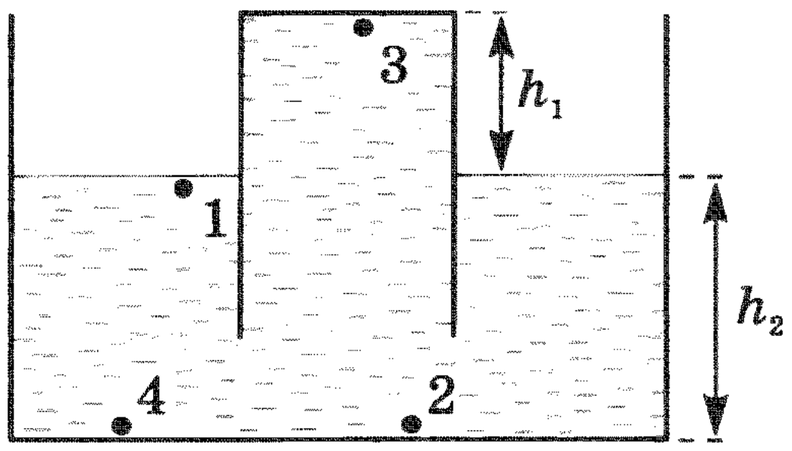
Рис. 5.1



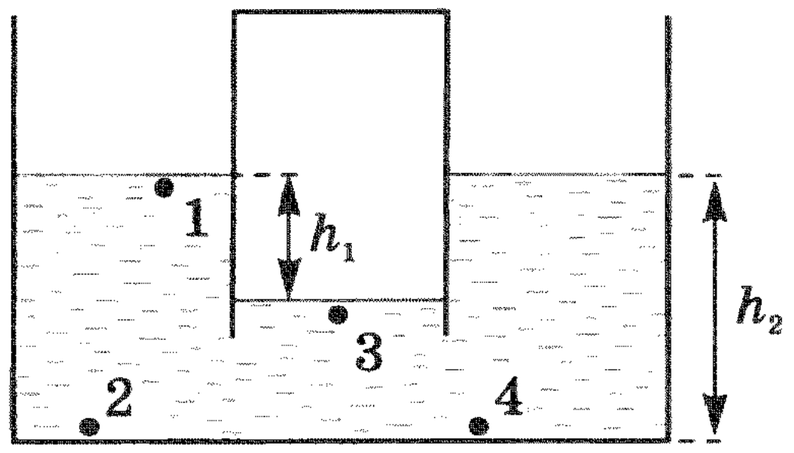
д



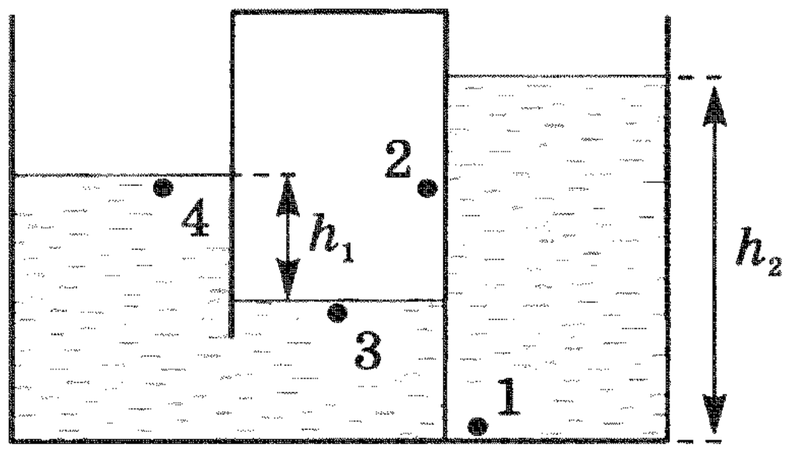
е



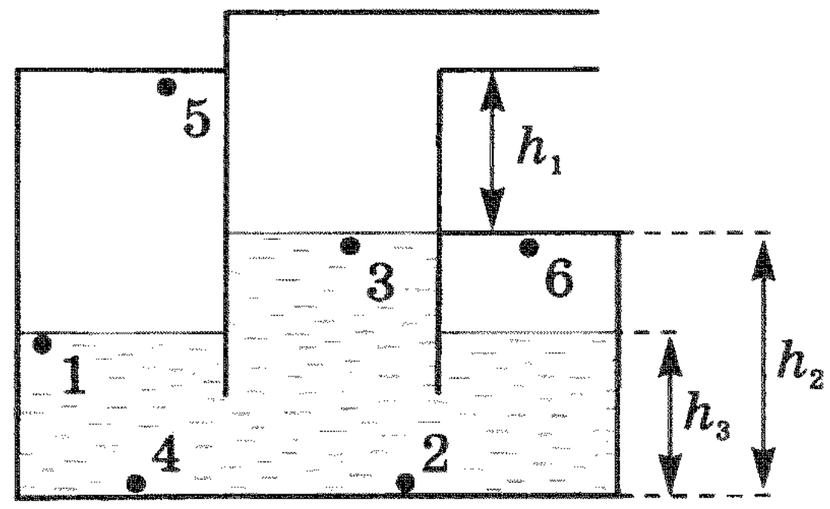
ж



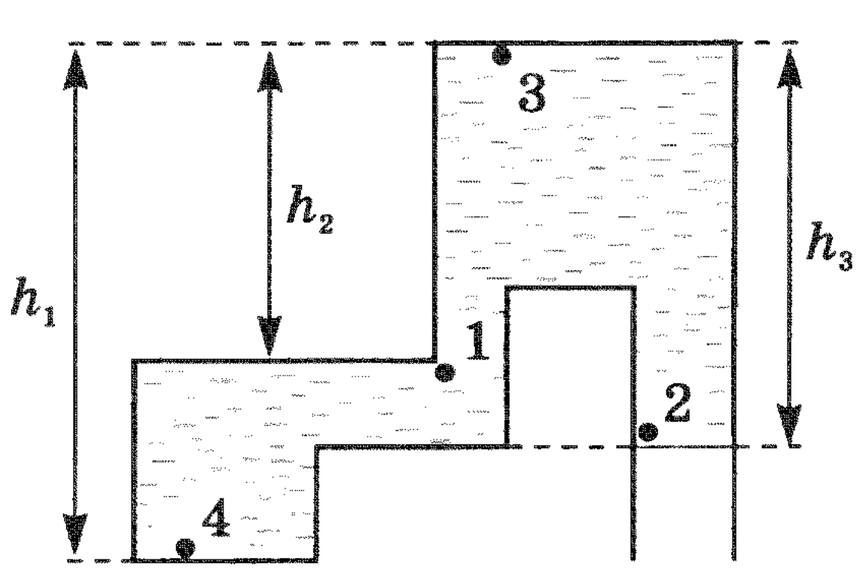
з



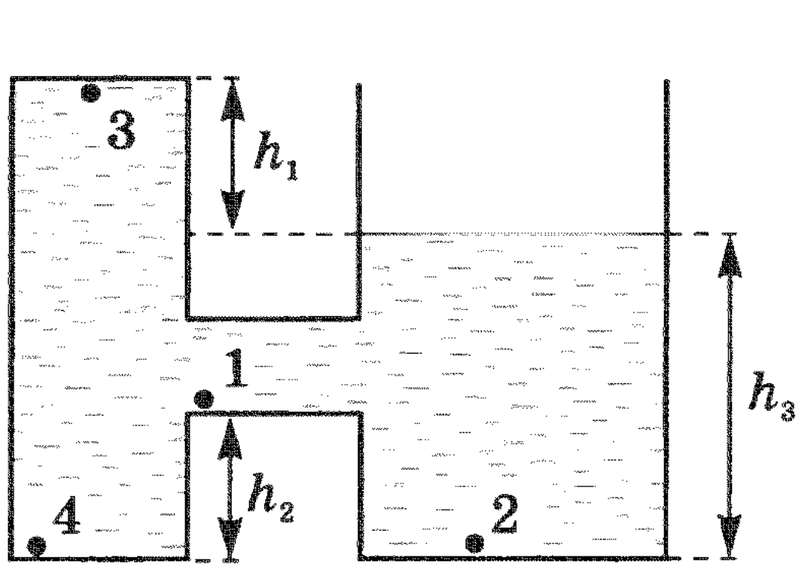
и



к



л



м

Рис. 5.1 (продолжение)

5.2. Определите давления в обозначенных точках сосудов, заполненных несмешивающимися жидкостями. Все указанные на рисунке величины считайте известными.

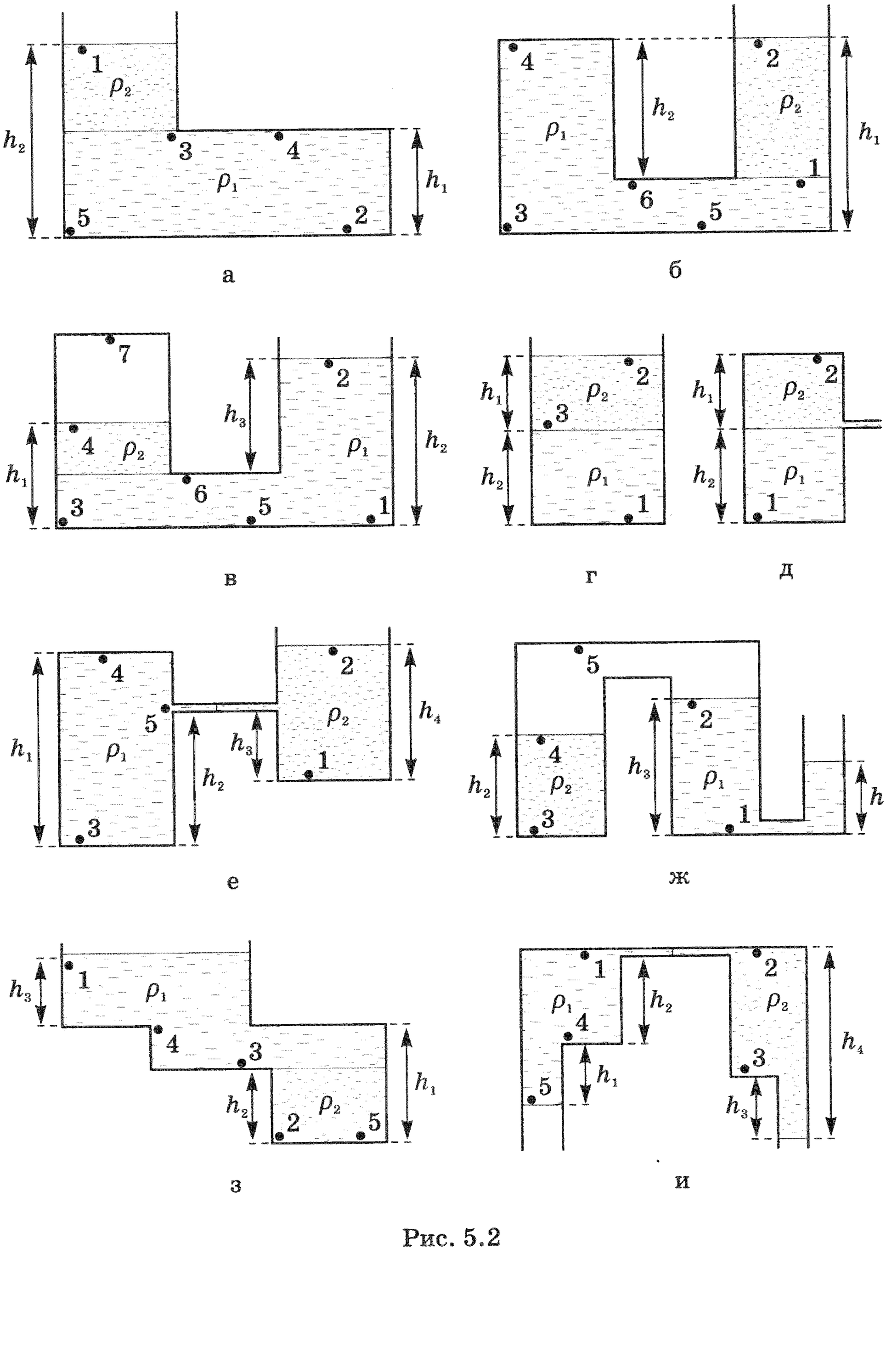


Рис. 5.2

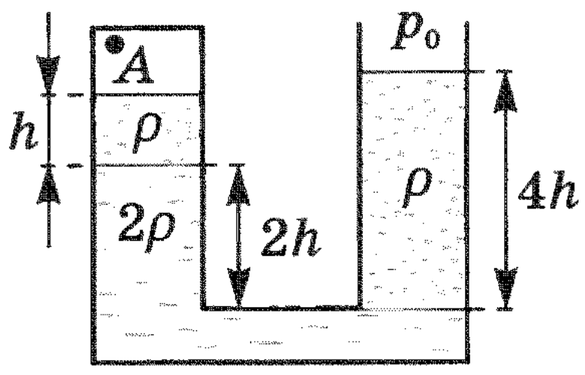


Рис. 5.3

5.3. Определите давление газа над поверхностью жидкости в точке A закрытого колена трубки, изображенной на рисунке, если плотность жидкости $\rho = 800$ кг/м^3, высота $h = 20$ см.

5.4. На сколько давление у дна колодца глубиной $H = 4{,}0$ м больше, чем на его поверхности, если он заполнен соленой водой с плотностью $\rho = 1025$ кг/м^3?

5.5. В сообщающиеся сосуды налита вода (см. рисунок). Левый сосуд сверху закрыт, правый открыт. Найдите гидростатическое давление воды в точке A. Атмосферное давление не учитывать.

5.6. При измерении давления в озере было обнаружено, что давление (с учетом атмосферного) на расстоянии $h = 5$ м от дна в три раза больше давления на глубине h. Определите глубину озера.

5.7. В сосуды, соединенные трубкой с краном, налита вода (см. рисунок). Гидростатическое давление в точках A и B $p_A = 4$ кПа и $p_B = 1$ кПа соответственно, площади поперечного сечения левого и правого сосудов составляют $S_A = 3$ дм^2 и $S_B = 6$ дм^2 соответственно. Какое давление установится в точках A и B, если открыть кран?

5.8. Давление воды в кранах водопровода (на уровне пола) на втором этаже десятиэтажного дома равно 259 кПа. Определите высоту уровня воды в баке водонапорной башни над уровнем земли, а также давление воды у пола шестого и десятого этажей. Высота одного этажа равна 4 м.

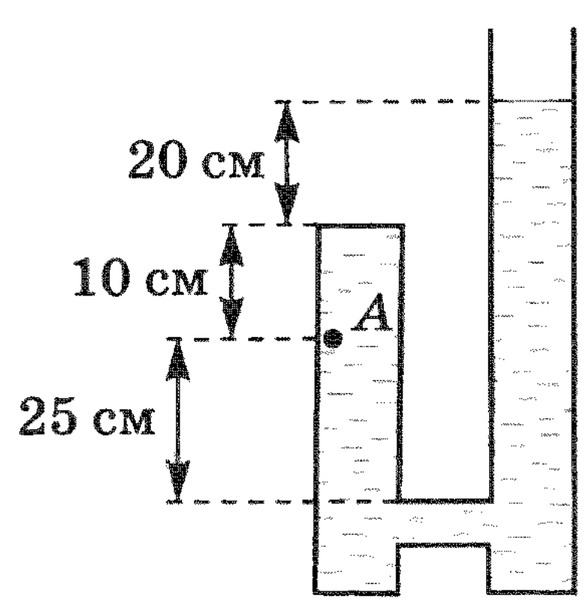


Рис. 5.5

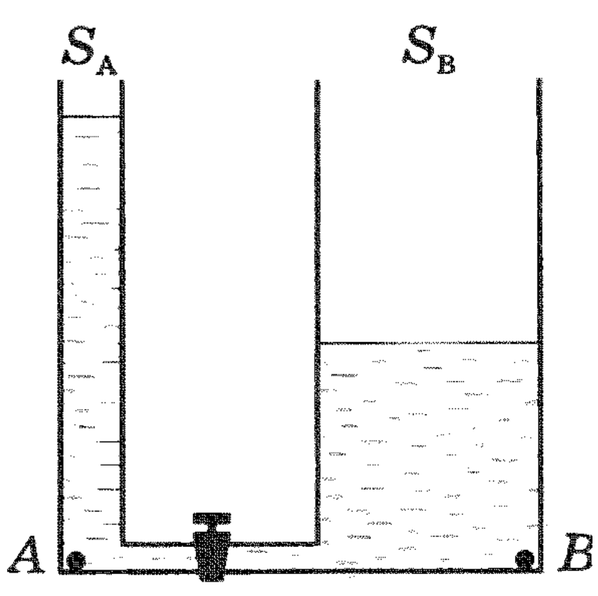


Рис. 5.7

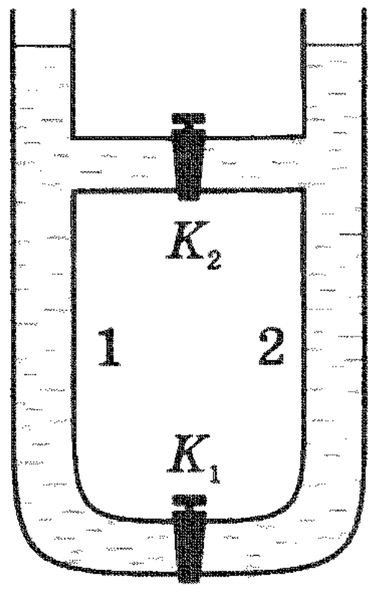


Рис. 5.9

5.9. В два сообщающиеся сосуда, соединенные двумя трубками с открытыми кранами, налита жидкость (см. рисунок). Затем краны закрывают и жидкость в сосуде 2 нагревают, в результате чего уровень жидкости в этом сосуде слегка повышается. Куда потечет жидкость, если открыть: а) кран K_1; б) кран K_2; в) оба крана?

5.10. Вода одинаковой массы налита в коническую мензурку, коническую колбу и цилиндрический стакан (см. рисунок). В каком из сосудов сила давления на дно больше?

5.11. Сосуд, имеющий форму усеченного конуса с приставным дном, опущен в воду (см. рисунок). Если в сосуд налить более 200 г воды, то дно оторвется. Отпадет ли дно, если на него: а) поставить гирю 200 г; б) налить 200 г масла; в) налить 200 г ртути?

5.12. В сосуды различной формы налита горячая вода (см. рисунок). Как изменится давление воды у дна сосудов после охлаждения ее до комнатной температуры?

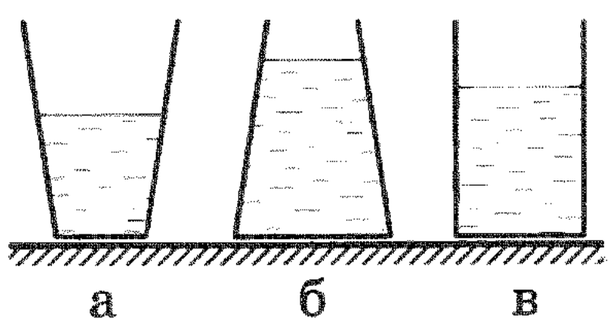


Рис. 5.10

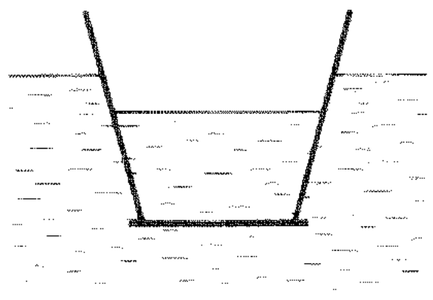


Рис. 5.11

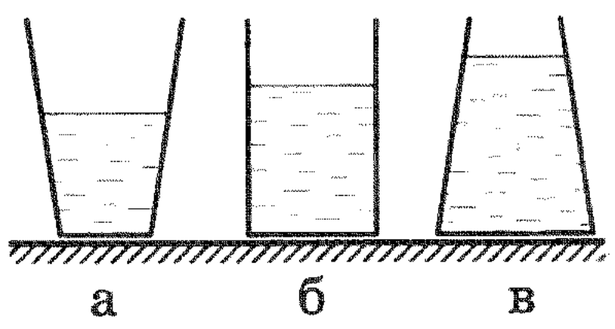


Рис. 5.12

5.13. В сообщающихся сосудах находится холодная вода (см. рисунок). В каком направлении потечет вода по трубке, соединяющей сосуды, если их поместить в теплое помещение?

5.14. Две одинаковые изогнутые трубки заполнены водой до одинакового уровня (см. рисунок). Но в одной из трубок оказался пузырек. Где больше давление: в точке A или B?

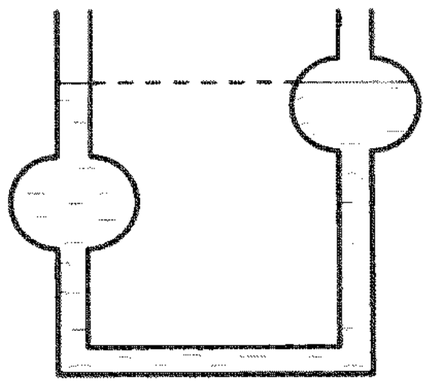


Рис. 5.13

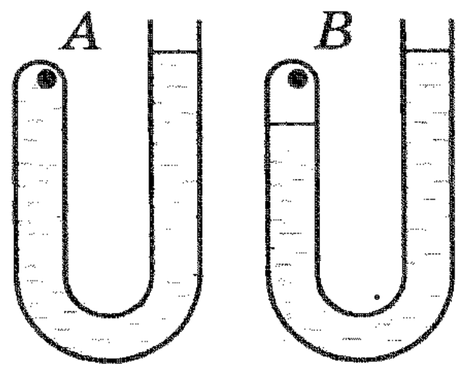


Рис. 5.14

5.15. Изогнутая трубка заполнена водой и воздухом (см. рисунок). Определите давление в точке A системы, если $h = 20$ см.

5.16. Чему равно давление в точках 1, 2, 3 системы, заполненной ртутью (см. рисунок)? Атмосферное давление равно 760 мм рт. ст.

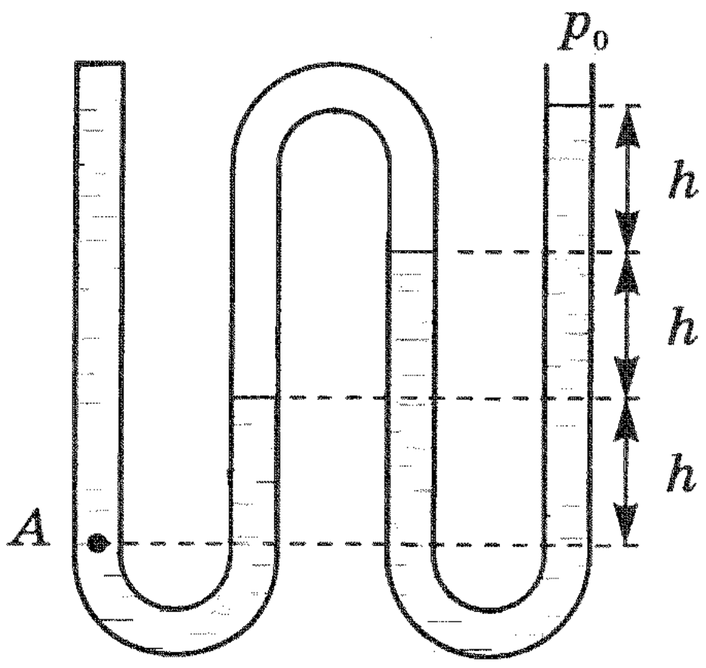


Рис. 5.15

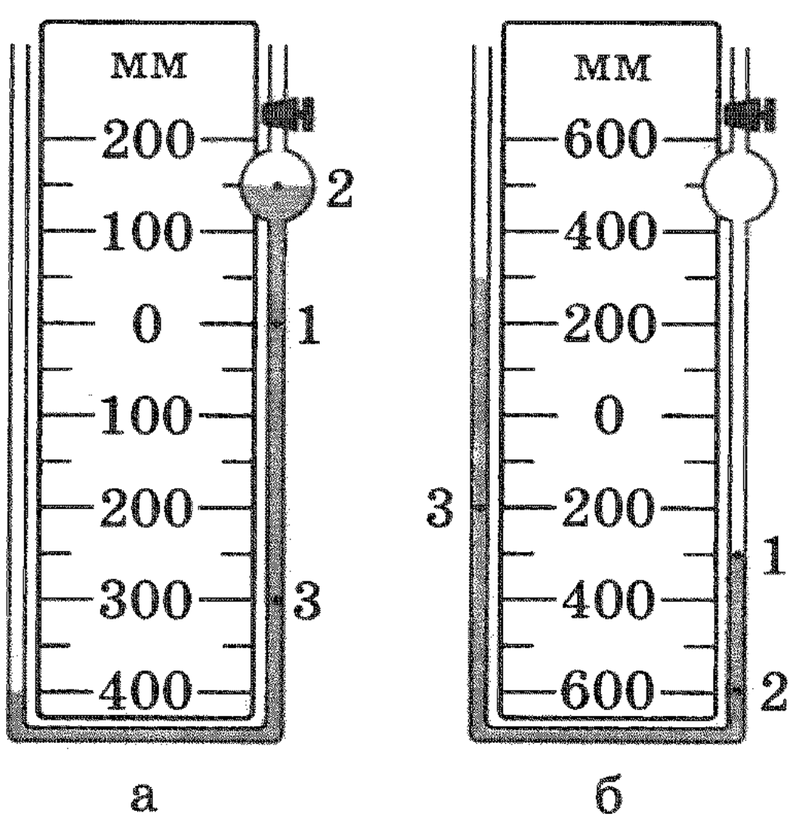


Рис. 5.16

5.17. Сосуд в форме куба с ребром 36 см заполнен водой и керосином. Масса воды равна массе керосина. Определите давление жидкости у дна сосуда.

5.18. Цилиндрическая мензурка заполнена водой и маслом до высоты $H = 38$ см. Определите высоту столба масла, если он создает втрое большее давление, чем столб воды.

5.19. В цилиндрический сосуд налиты три несмешивающиеся жидкости. Определите давление у дна сосуда, если массы всех жидкостей одинаковы, а высота столба жидкостей 23 см. Плотности жидкостей соответственно равны 1,6 г/см^3, 1,0 г/см^3, 0,8 г/см^3.

5.20. Коробок в форме куба заполнен водой. Определите давление воды у дна коробка, если масса воды в нем $m = 64$ г.

5.21. Аквариум наполнен доверху водой. С какой средней силой давит вода на стенку аквариума длиной 50 см и высотой 30 см?

5.22. Ширина шлюза 10 м. Шлюз заполнен водой на глубину 5 м. С какой силой давит вода на ворота шлюза?

5.23. Аквариум с одной наклонной стенкой (см. рисунок) заполнен водой, которая давит на стенку 1 с силой $F_1 = 200$ Н. С какой силой F_2 вода давит на стенку 2, если угол $\alpha = 30^\circ$?

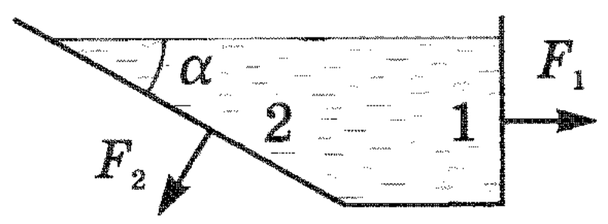


Рис. 5.23

5.24. Деревянный куб, имеющий массу 200 г, плавает в воде. Определите гидростатическое давление у основания куба, если его грань 6,3 см. Какая часть куба находится над водой?

5.25. Сосуд с водой имеет форму перевернутого усеченного конуса, роль крышки которого выполняет поршень (см. рисунок). Площадь дна сосуда $S_1 = 100$ см^2, площадь поршня $S_2 = 200$ см^2. Вода действует на поршень с силой $F = 100$ Н. Чему равна сила давления воды на дно сосуда, если высота столба жидкости $h = 50$ см?

5.26. Какая сила действует на пробку бака с керосином, если площадь пробки $S = 4$ см^2 и находится она на глубине $h = 1{,}5$ м?

5.27. Какую силу надо приложить к легкой гладкой пробке ванны, чтобы ее выдернуть? Площадь пробки $S = 4$ см^2. Уровень воды в ванне $h = 0{,}5$ м. Давление в трубе 80 % от атмосферного.

5.28. Шар перекрывает отверстие радиусом r в плоской стенке, разделяющей жидкости, давление которых $3p$ и p (см. рисунок). С какой силой F прижимается шар к отверстию?

5.29. Коническая пробка перекрывает сразу два отверстия в плоском сосуде, заполненном жидкостью при давлении p (см. рисунок). Радиусы отверстий r и R. Определите силу, действующую на пробку со стороны жидкости.

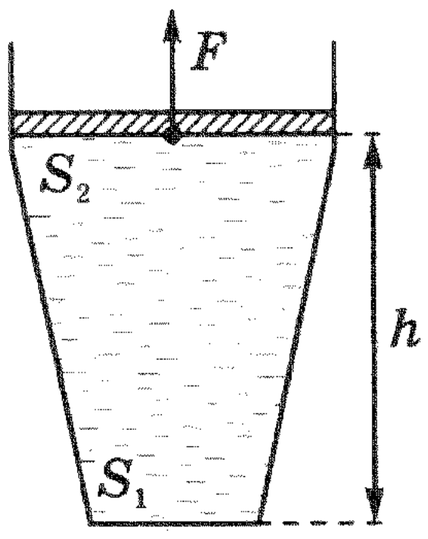


Рис. 5.25

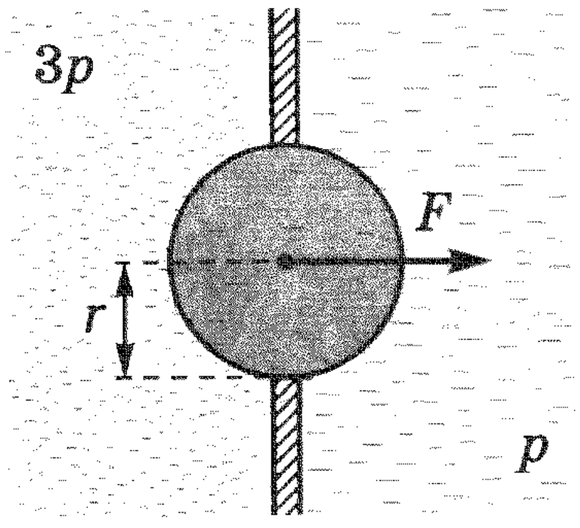


Рис. 5.28

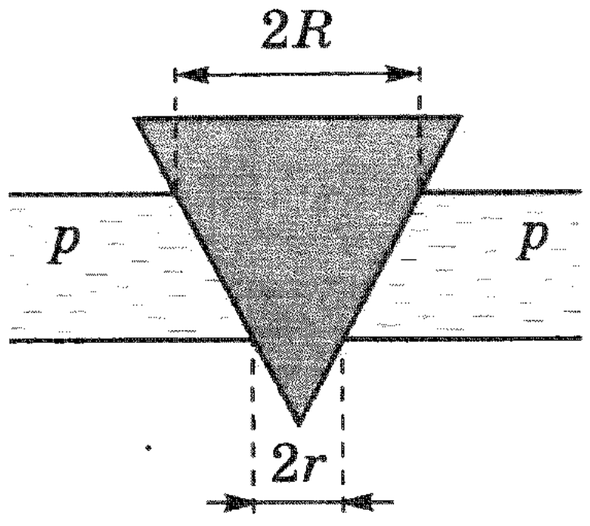


Рис. 5.29

5.30. Цилиндрический сосуд с площадью дна 100 см^2 заполнен водой (см. рисунок). В него вставляют поршень с отверстием, в которое вставлена трубка. Определите, на какую высоту H поднимется вода в трубке, когда поршень прекратит свое движение вниз, если масса поршня с трубкой 2,4 кг, а площадь поперечного сечения трубки 20 см^2.

5.31. Площадь сечения U-образной трубки равна S. Один конец трубки закрыт тяжелой крышкой массой M (см. рисунок). На какую величину Δh уровень воды в открытом колене может быть выше, чем в закрытом? На сколько масса воды в открытом колене больше, чем в закрытом?

5.32. Сосуд квадратного сечения с жидкостью закрыт поршнем с пробкой кубической формы (см. рисунок). Поршень и пробка плотно прилегают к поверхности жидкости. Между поршнем и пробкой действует сила трения, равная F. Сторона поршня L, сторона пробки H. С какой минимальной силой надо давить на пробку извне, чтобы выдавить ее из поршня? Силой тяжести пренебречь.

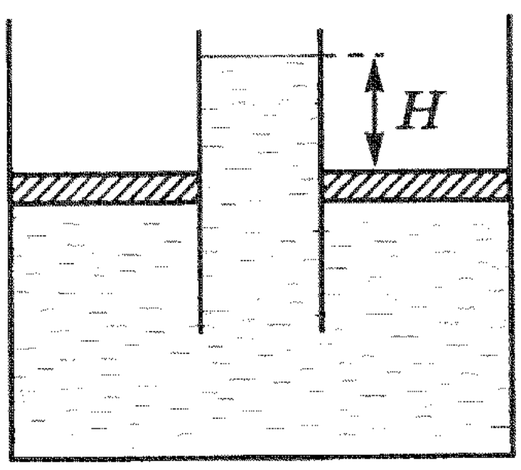


Рис. 5.30

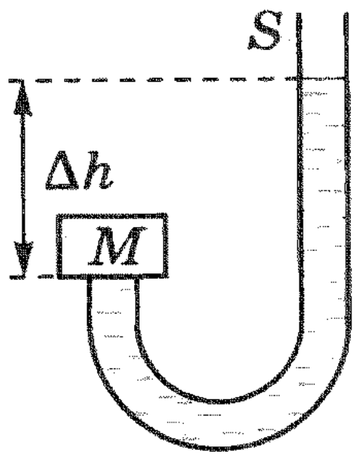


Рис. 5.31

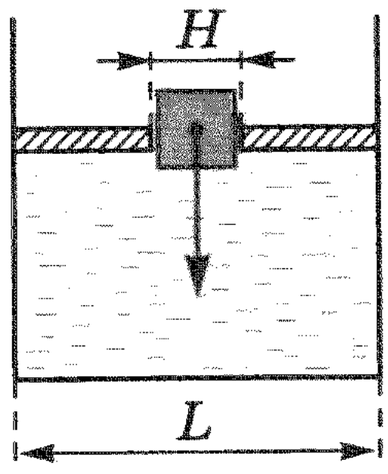


Рис. 5.32

5.33. В сосуд с водой опущена трубка квадратного сечения. В трубку сверху помещен кубик плотностью ρ. Трение и зазор между трубкой и кубиком, ребро которого a, отсутствуют (см. рисунок). На какой глубине H установится кубик, если его отпустить?

5.34. Ступенчатая бетонная колонна плотно прикреплена ко дну водоема (см. рисунок). Масса колонны $m = 30$ тонн, площадь ее основания $S = 3$ м^2. Каково давление колонны на дно, когда уровень воды h меньше высоты основания колонны H_1 ($h < H_1$)? Изменится ли это давление, если уровень воды повысится? Рассмотрите случаи, когда $h > H_1$ и $h > H_1 + H_2$. Нарисуйте качественный график зависимости давления колонны p от уровня воды h.

5.35. В аквариуме высотой H на горизонтальном резиновом дне лежит квадратная металлическая деталь, размеры которой указаны на рисунке. В центре детали имеется квадратное отверстие. В аквариум начинают медленно наливать воду, причем вода не подтекает под деталь. Определите зависимость модуля силы N, с которой деталь давит на дно сосуда, от уровня h воды в сосуде и постройте соответствующий график.

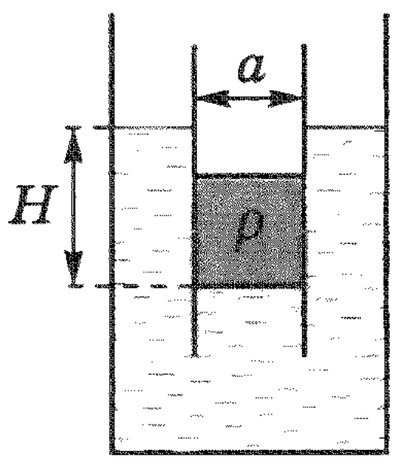


Рис. 5.33

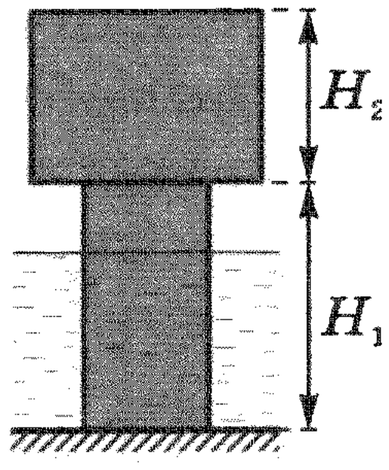


Рис. 5.34

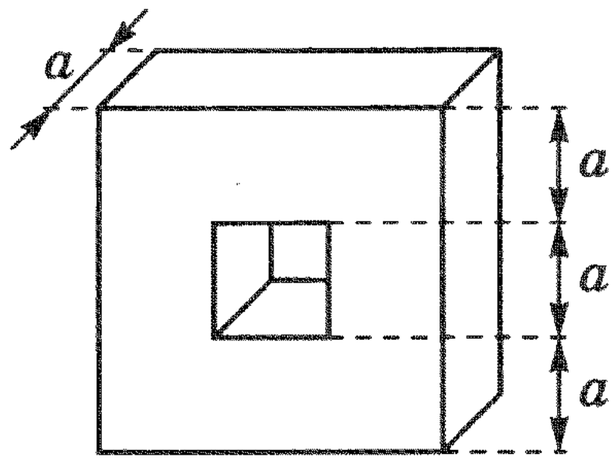


Рис. 5.35

5.36. Труба, сечение которой является квадратом со стороной $a = 20$ см, закрыта поршнем (см. рисунок). К трубе присоединена вертикальная трубка, частично наполненная водой. Чтобы удерживать поршень в равновесии, к нему необходимо прикладывать силу $F = 16$ Н. Каков уровень воды в трубке?

5.37. Три сообщающихся сосуда с водой прикрыты поршнями. К поршням шарнирно прикреплена на вертикальных стержнях горизонтальная палка. На каком расстоянии от центра палки к ней нужно приложить силу F, чтобы палка осталась горизонтальной? Диаметры сосудов и расстояния между ними указаны на рисунке.

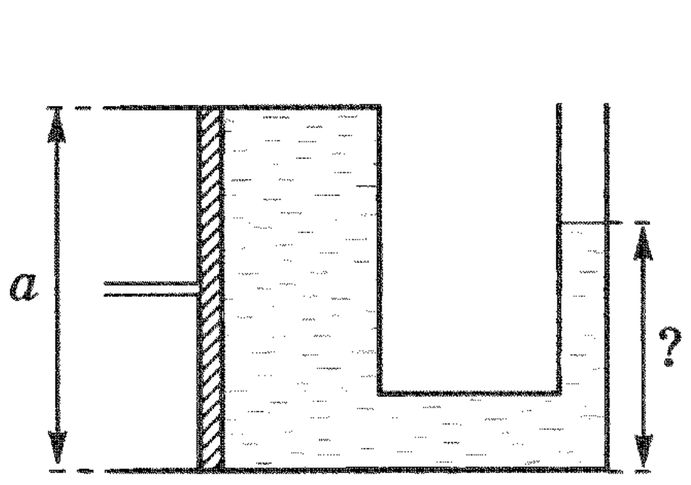


Рис. 5.36

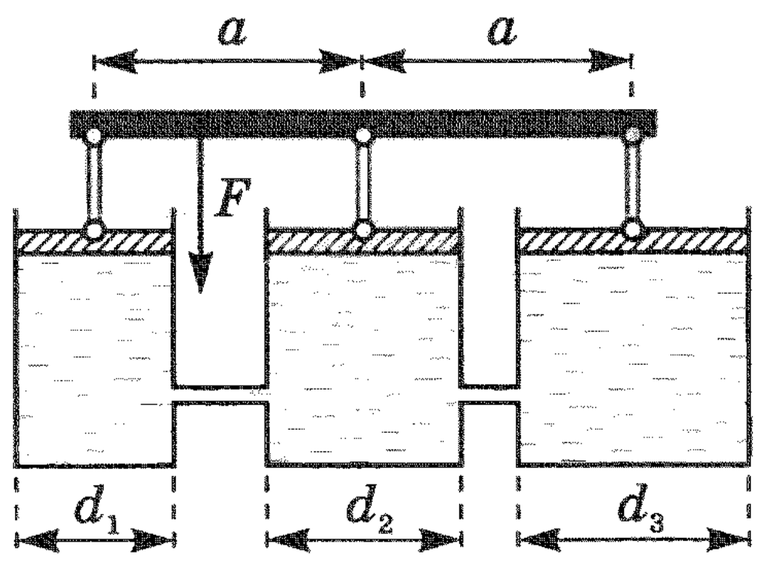


Рис. 5.37

5.38. Поршень неподвижно прикреплен ко дну сосуда (см. рисунок). Как будет изменяться объем воздуха и давление внутри цилиндра, надетого на поршень, если закачивать воздух в сосуд?

5.39. Поршень прикреплен ко дну сосуда (см. рисунок). Как будет изменяться объем воздуха и давление внутри цилиндра, надетого на поршень, если закачивать воду в сосуд (воздух не выходит)?

5.40. Цилиндр плавает в сосуде, частично заполненном водой (см. рисунок). Как будет изменяться объем воздуха и давление внутри цилиндра, если закачивать воздух в сосуд?

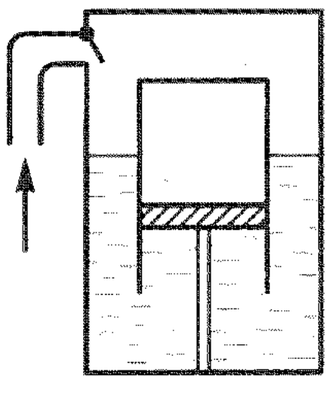


Рис. 5.38

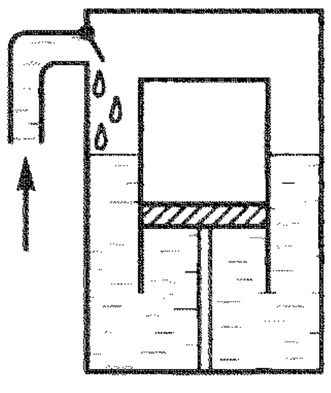


Рис. 5.39

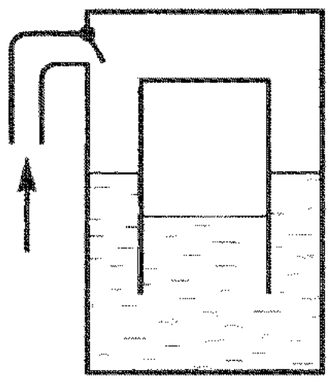


Рис. 5.40

Олимпиадные задания

5.41. Невесомая жидкость находится в покое между двумя невесомыми поршнями, жестко связанными между собой тонким нерастяжимым стержнем (см. рисунок). На верхний поршень действует сила F, площади поршней S_1 и S_2. Определите силу, с которой стержень действует на поршни.

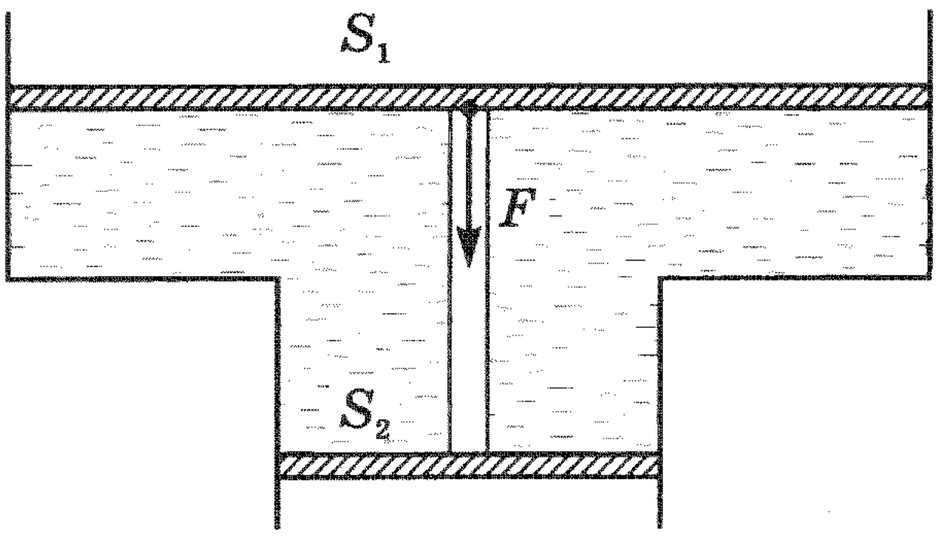


Рис. 5.41

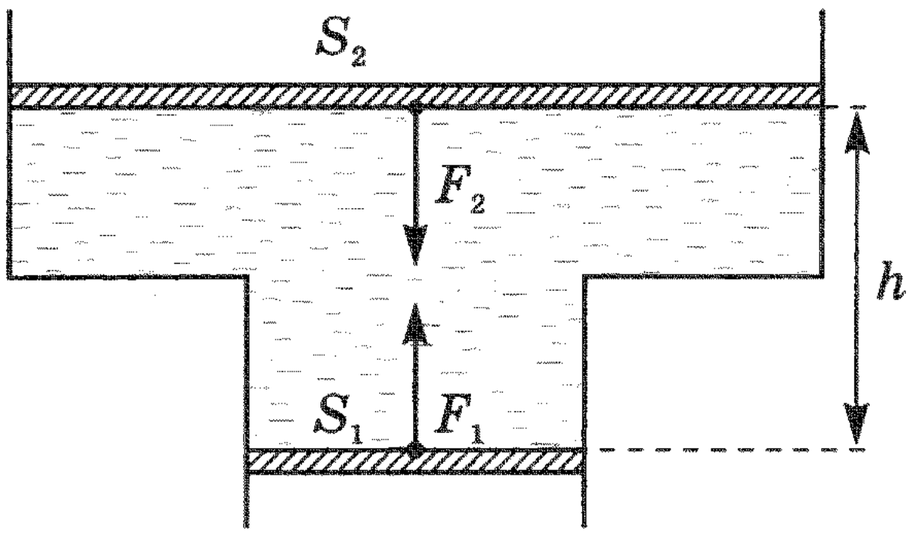


Рис. 5.42

5.42. В сосуде, закрепленном в штативе, между двумя невесомыми поршнями находится вода (см. рисунок). На нижний поршень пло-

щадью $S_1 = 110$ см^2 действует сила $F_1 = 1{,}76$ кН, на верхний поршень площадью $S_2 = 2200$ см^2 действует сила $F_2 = 3{,}3$ кН. Поршни неподвижны. Определите расстояние h между поршнями.

5.43. В сосуде находятся в равновесии два невесомых поршня, соединенных нитью (см. рисунок). Пространство между поршнями заполнено жидкостью, плотность которой ρ. Найдите силу натяжения нити T, если площади поршней S_1 и S_2, а длина нити L.

5.44. К малому поршню прикреплена нить, перекинутая через неподвижный блок (см. рисунок). На нити подвешен брусок массой m. Найдите давление в жидкости. Площадь малого поршня S_1, большого S_2. Атмосферное давление не учитывать. Жидкость считайте невесомой.

5.45. Автоматическая поилка для птиц состоит из корытца и бутылки, наполненной водой и опрокинутой в корытце так, что край горлышка находится немного ниже уровня воды в корытце (см. рисунок). Уровень воды в корытце равен h, а в бутылке H. Найдите, чему равно давление p воздуха в бутылке.

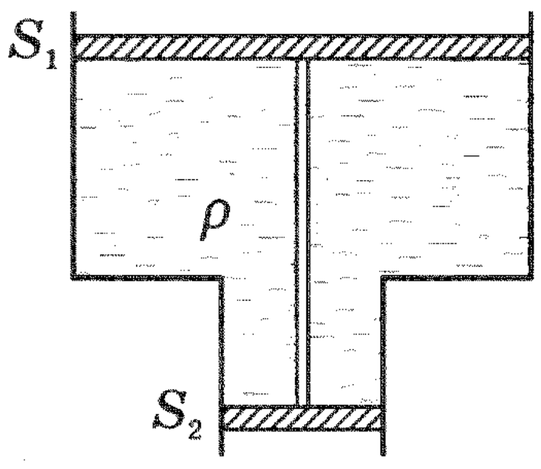


Рис. 5.43

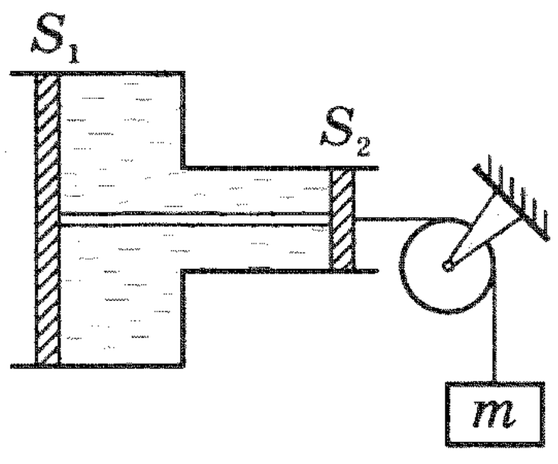


Рис. 5.44

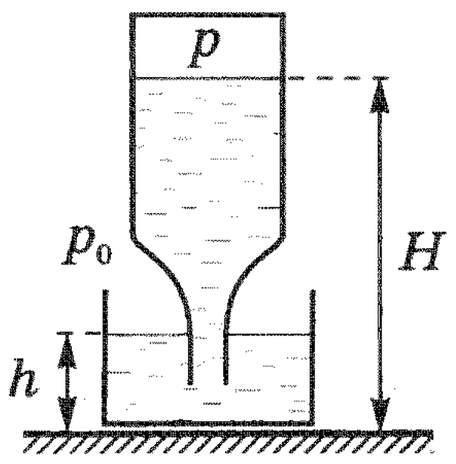


Рис. 5.45

5.46. В длинную трубку с жидкостью попал воздух (см. рисунок). Правое колено трубки открыто в атмосферу, остальные – герметичны. Определите разность между максимальным и минимальным давлением в системе. Плотность жидкости $\rho = 1500$ кг/м^3. Высота всех трубок одинакова и равна $8h$, где $h = 5$ см.

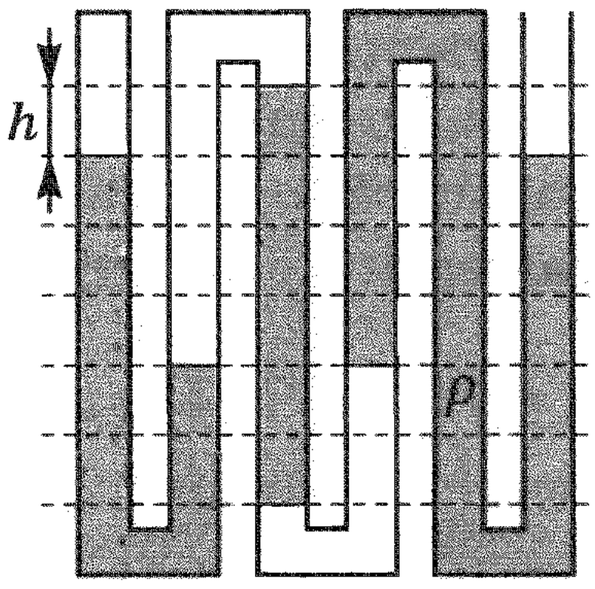


Рис. 5.46

5.47. Три сосуда сообщаются трубками и частично заполнены жидкостью, имею-

щей плотность $\rho = 900$ кг/м^3 (см. рисунок). Верхний сосуд и верхняя трубка открыты в атмосферу. Жидкость по трубкам не перетекает. Определите высоту столба жидкости L в верхней трубке, если $h = 15$ см.

5.48. Сосуды, частично заполненные ртутью, над которой находится воздух, сообщаются трубками (см. рисунок). Верхний сосуд и верхняя трубка открыты в атмосферу. Ртуть по трубкам не перетекает. Найдите давление воздуха в точке A, ответ выразите в мм рт. ст. Определите высоту столба ртути L в верхней трубке. Высота $h = 5$ см. Атмосферное давление $p_0 = 760$ мм рт. ст.

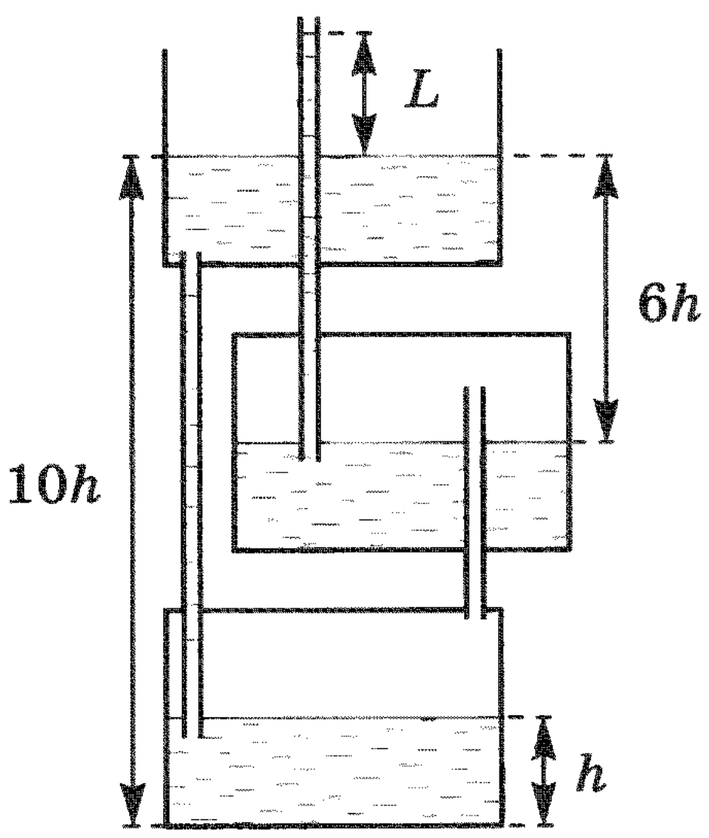


Рис. 5.47

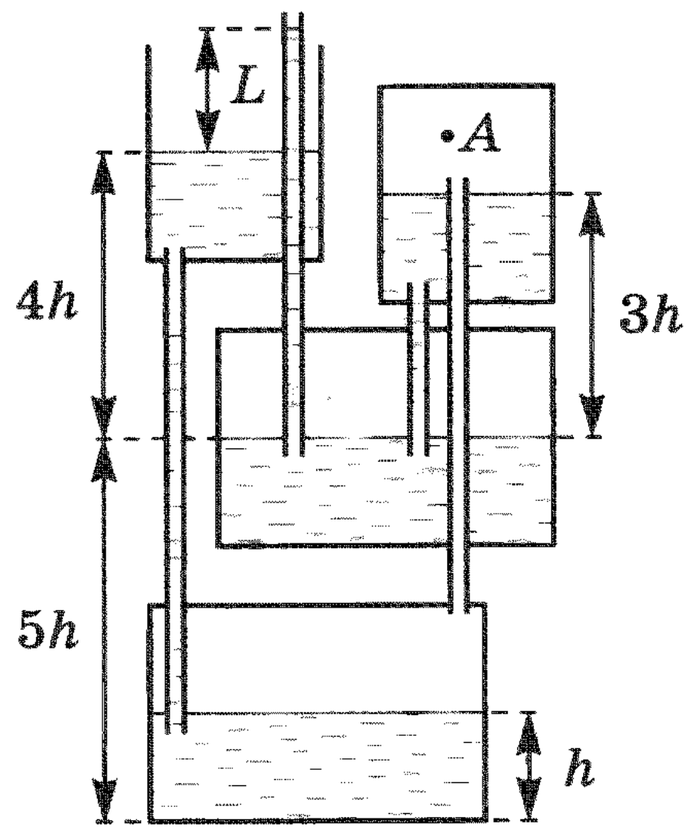


Рис. 5.48

5.49. У гидравлического пресса большой поршень имеет площадь $S_1 = 80$ см^2, а малый поршень – площадь $S_2 = 25$ см^2. На малый поршень пресса действуют силой $F = 0{,}1$ Н, направленной вертикально вниз (см. рисунок). При этом большой поршень давит на вертикально установленный металлический цилиндр, площадь горизонтального основания которого $S_0 = 0{,}8$ см^2 (верхнее основание цилиндра упирается в потолок). Какое давление оказывает большой поршень на нижнее основание цилиндра? Влиянием силы тяжести можно пренебречь.

5.50. Гидравлический пресс, заполненный водой, имеет поршни, сечения которых $S_1 = 100$ см^2 и $S_2 = 10$ см^2, находящиеся на одной высоте. На больший поршень встает человек массой $m = 80$ кг (см. рисунок). На какую высоту h поднимется после этого малый поршень? Массами поршней пренебречь.

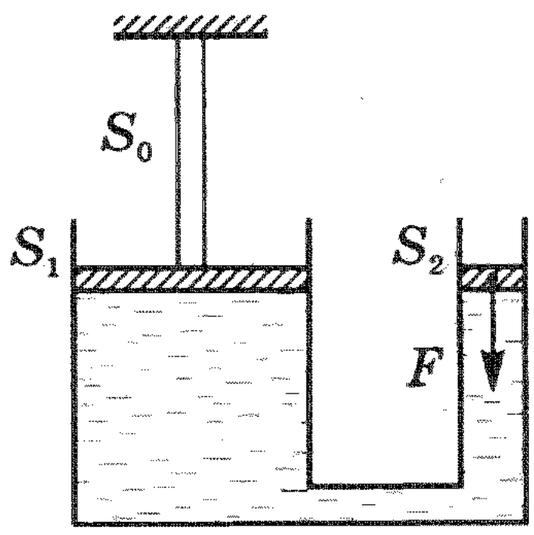


Рис. 5.49

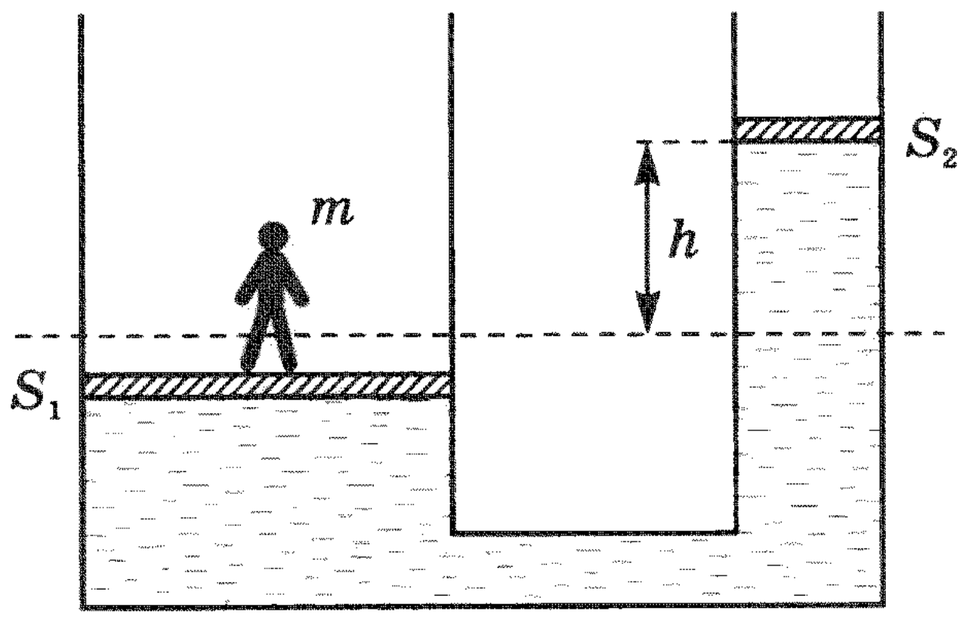


Рис. 5.50

5.51. Два сообщающихся сосуда имеют форму цилиндров с площадью сечений S и $4S$. В сосуды налита жидкость, поверхности которой закрыты невесомыми поршнями. Если некоторый груз положить на поршень в левом сосуде, то этот поршень опустится на величину Δh. На какую величину по сравнению с первоначальным положением (пока груза не было) опустится правый поршень, если груз снять с левого поршня и переместить на правый?

5.52. На рисунке изображен гидравлический пресс, закрепленный на полозьях, которые могут скользить по полу цеха. Шток поршня большого диаметра прижат к стене. Минимальная сила, которую нужно приложить к штоку поршня малого диаметра, чтобы пресс сдвинулся с места, равна F_1. В какую сторону (к стене или от стены) сдвинется пресс? Если пресс установить так, чтобы стены касался шток поршня меньшего диаметра, то для того чтобы сдвинуть пресс, к противоположному штоку придется приложить силу F_2. Какую минимальную горизонтальную силу F_3 необходимо приложить к отдельно стоящему прессу на полозьях, чтобы сдвинуть его с места? Учитывайте трение только между полозьями и полом.

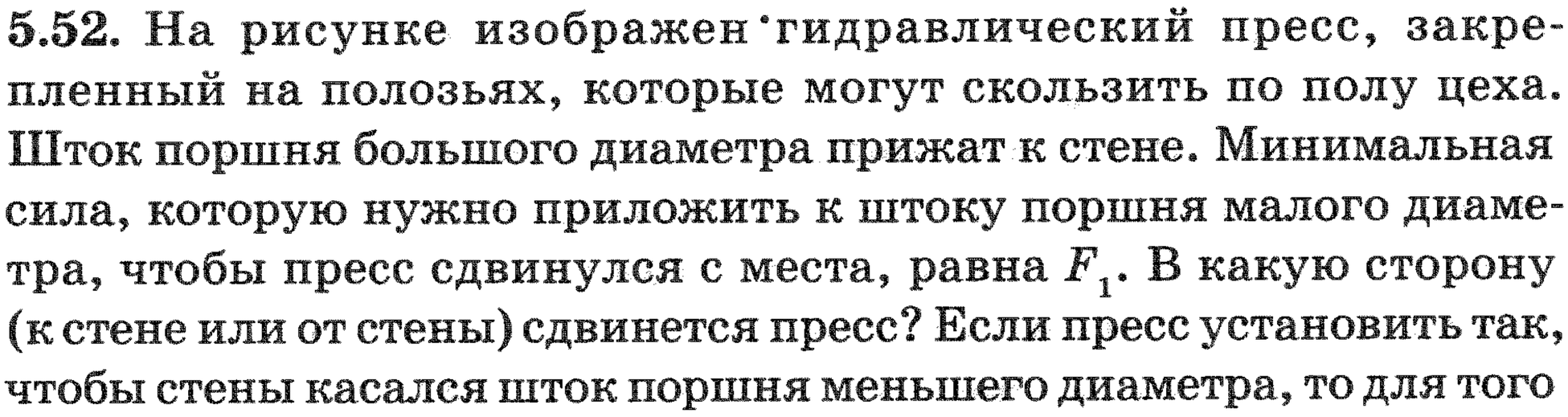


Рис. 5.52

5.53. Гидравлический пресс с двумя поршнями различного диаметра закреплен на бетонном полу в цехе (см. рисунок). К штокам поршней прижаты два одинаковых ящика. Минимальная сила, которую нужно приложить к левому ящику, чтобы сдвинуть оба ящика вправо, составляет F_1. Аналогично, к правому ящику необходимо приложить силу не меньше F_2, чтобы сдвинуть оба ящика влево. Какую минимальную силу F необходимо приложить к точно такому же отдельно стоящему ящику, чтобы сдвинуть его с места? Учитывайте трение только между ящиком и полом.

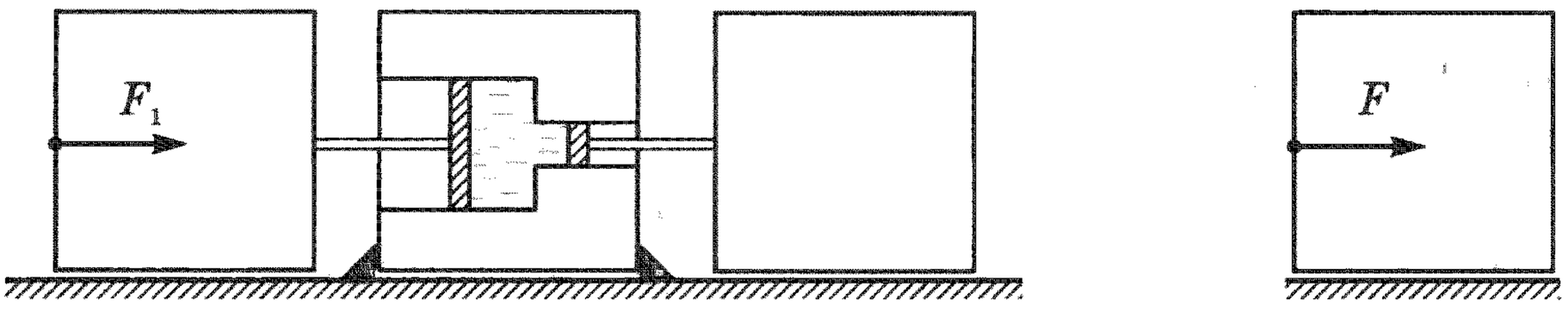


Рис. 5.53

5.54. Экспериментатор Глюк предложил для взвешивания тяжелых грузов использовать модернизированный гидравлический пресс. Для этого к поршню малого цилиндра он прикрепил стрелку. Если большой поршень не нагружен, стрелка указывает на ноль. Если же большой поршень нагрузить, стрелка с малым поршнем поднимется вверх и покажет массу груза. На какую высоту переместится стрелка, если на большой поршень поставить груз массой $m_0 = 63$ кг? Площади поршней равны соответственно $S_1 = 6000$ см^2 и $S_2 = 1000$ см^2. В цилиндрах между поршнями находится машинное масло плотностью $\rho = 900$ кг/м^3.

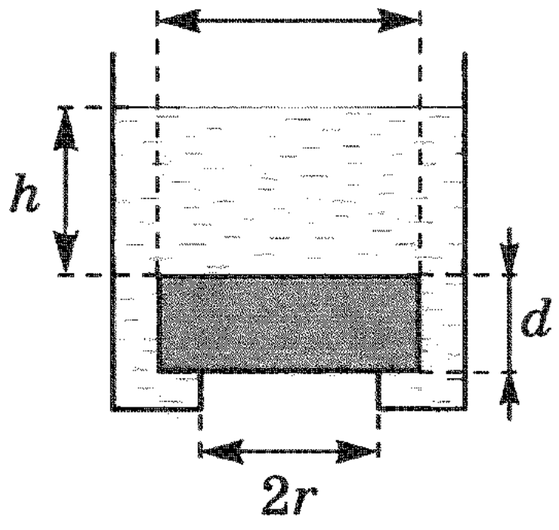


Рис. 5.55

5.55. В дне сосуда имеется круглое отверстие радиусом r, на которое положен цилиндрический брусок радиусом $R = 4r$ и толщиной $d = 2$ см (см. рисунок). До какой высоты h над верхней гранью бруска следует налить воду в сосуд, чтобы брусок не всплывал? Плотность бруска в два раза меньше плотности воды.

5.56. В вертикально расположенном сосуде с сечениями S_1 и S_2 ($S_1 = 9S_2$) находятся два невесомых поршня (см. рисунок). Пространство между поршнями

заполнено водой. Концы сосуда открыты в атмосферу. К верхнему поршню прикреплена пружина жесткостью k, к нижнему подвешен груз массой m. В начальный момент времени пружина не растянута, поршни закреплены, расстояние между ними h_0. Найдите, на сколько просядет верхний поршень, если оба поршня отпустить.

5.57. Два массивных поршня находятся в неподвижной S-образной жесткой трубке, заполненной водой (см. рисунок). К одному из поршней прикреплена пружина жесткостью $k = 1000$ Н/м, другой ее конец вмонтирован в пол. Система находится в равновесии. Правый поршень находится на расстоянии $L = 20$ см от конца трубы. На левый поршень аккуратно кладут тяжелый груз. Чему равна максимальная масса груза, при которой вода не выливается из системы? Площадь левого поршня $S_1 = 100$ см^2, площадь правого $S_2 = 500$ см^2.

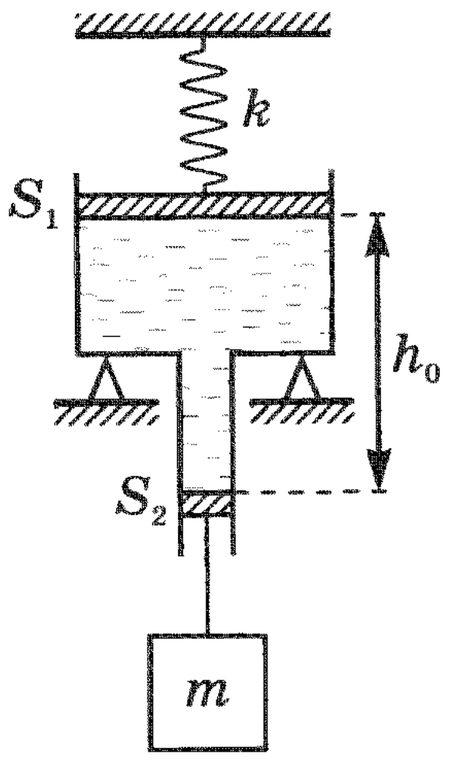


Рис. 5.56

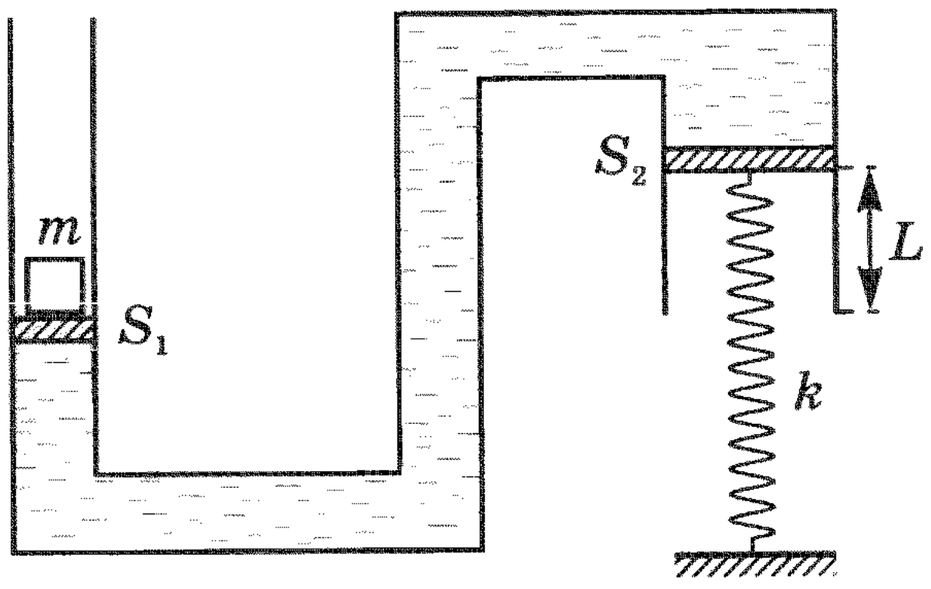


Рис. 5.57

5.58. Цилиндр составлен из двух соединенных отрезков труб и закреплен так, что его ось симметрии вертикальна. Снизу к цилиндру прижата заслонка, закрывающая первую трубу. Чтобы удерживать заслонку в прижатом состоянии, к ней снизу прикладывают силу $F > F_0$. После того, как в цилиндр налили V_0 литров воды, минимальная сила, необходимая для удержания заслонки в прижатом состоянии, возросла в 2 раза. Когда в цилиндр налили еще V_0 литров воды, минимальная сила возросла еще в 2 раза. Наконец, когда в цилиндр добавили $V_0/3$ литров воды, минимальная сила возросла еще на F_0, а цилиндр оказался полностью заполнен.
а) Вычислите отношение $S_1 : S_2$ площадей нижней и верхней труб.
б) Вычислите отношение $L_1 : L_2$ длин верхней и нижней труб.

5.59. Определите давления в обозначенных на рисунке точках сосудов, заполненных жидкостью, имеющей переменную плотность, меняющуюся с высотой по линейному закону $\rho = \rho_0(1 + \alpha h)$. Все указанные на рисунке величины, атмосферное давление p_0 считайте известными.

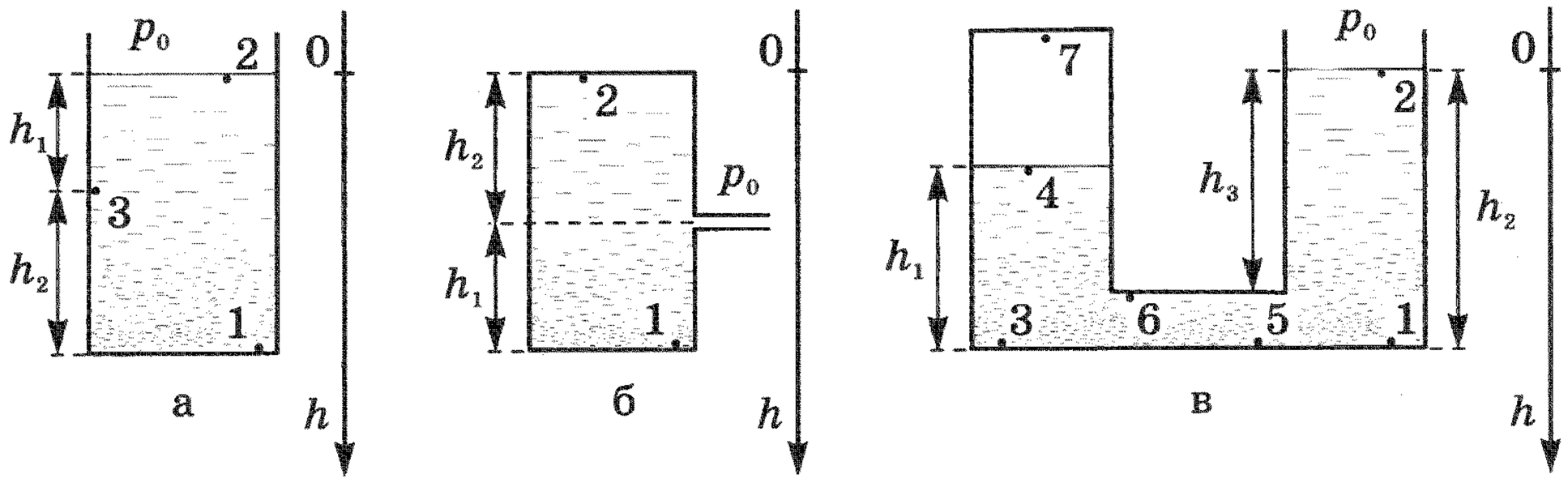


Рис. 5.59

5.2. СООБЩАЮЩИЕСЯ СОСУДЫ

Тренировочные задания

5.60. U-образная трубка одинакового сечения частично заполнена водой. На сколько повысится уровень воды в левой трубке, если в правую налить $h = 30$ см керосина?

5.61. Концы U-образной трубки одинакового сечения на $h = 30$ см выше уровня воды в ней. Левую трубку целиком заполнили керосином. Определите высоту столба керосина в трубке.

5.62. В цилиндрических сообщающихся сосудах находится вода. Площадь поперечного сечения широкого сосуда в 4 раза больше площади поперечного сечения узкого сосуда. В узкий сосуд наливают керосин, который образует столб высотой $h = 20$ см. На сколько повысится уровень воды в широком сосуде и опустится в узком?

5.63. В сообщающиеся сосуды налита ртуть. А поверх нее в один сосуд налит столб масла высотой $h_1 = 48$ см, а в другой – столб керосина высотой $h_2 = 0{,}2$ м. Определите разность уровней ртути в обоих сосудах.

5.64. В сосуд с водой вставлена трубка сечением $S = 2$ см^2. В трубку налили $m = 72$ г масла. Найдите разность уровней воды и масла.

5.65. В сосуде с водой на подставках находится цилиндр без дна. Высота выступающей из воды части цилиндра 5 см. Внутрь цилиндра заливают масло. Какую высоту должен иметь цилиндр, чтобы его можно было заполнить маслом целиком?

5.66. Три одинаковых сообщающихся цилиндра частично заполнены водой. В левый цилиндр добавили слой керосина высотой $H_1 = 20$ см, а в правый высотой $H_2 = 25$ см. На сколько повысился уровень воды в среднем сосуде?

5.67. В два цилиндрических сообщающихся сосуда наливают ртуть. Сечение одного из сосудов вдвое больше другого. В широкий сосуд доливают воды до края. На какую высоту h поднимется

при этом уровень ртути в другом сосуде? Первоначально уровень ртути был на расстоянии L от верхнего края широкого сосуда. Плотности ртути ρ и воды ρ_0 известны.

5.68. В сообщающихся сосудах разных сечений находится ртуть. После того, как в более узкий сосуд налили столб масла высотой 60 см, уровень ртути в широком сосуде повысился относительно первоначального на 0,7 см. Определите отношение площадей поперечных сечений сосудов.

Олимпиадные задания

5.69. В U-образную трубку налили ртуть. Затем в правое колено добавили масло, а в левое – воду. В результате верхние уровни воды и масла совпадали, а нижние стали отличаться на $\Delta H = 4$ мм. Какой столб выше – воды или масла? Найдите высоту столба масла.

5.70. Два открытых сверху цилиндрических сосуда соединены наискось тонкой трубкой с краном, как показано на рисунке. В сосудах находится жидкость плотностью ρ, налитая до высот $4h$ и $2h$ соответственно ($h = 8$ см). В правый сосуд добавили $3h$ жидкости с плотностью $0{,}8\rho$. На сколько сместится уровень жидкости с плотностью ρ в левом сосуде после того, как кран откроют? Жидкости не смешиваются.

5.71. Два сообщающиеся сосуда, частично заполненные жидкостью с плотностью ρ до высот $4h$ и $2h$ соответственно, смещены по вертикали на высоту $2h$ (см. рисунок). Кран в трубке изначально закрыт. В правый сосуд добавляют $3h$ жидкости с плотностью $0{,}8\rho$. Какой по высоте столб жидкости с плотностью $0{,}8\rho$ останется в правом сосуде после установления равновесия? Сверху все сосуды открыты. Объемом соединительных трубок можно пренебречь.

5.72. Какой максимальный объем воды можно налить в h-образную трубку с открытыми концами, частично заполненную маслом (см. рисунок)? Площадь сечения вертикальных колен трубки $S = 4$ см^2. Объемом горизонтальной соединительной трубочки можно пренебречь. Размеры h-образной трубки и высота столба воды указаны на рисунке. Высота $h = 4$ см. Затыкать открытые концы, наклонять трубку и выливать из нее жидкости нельзя.

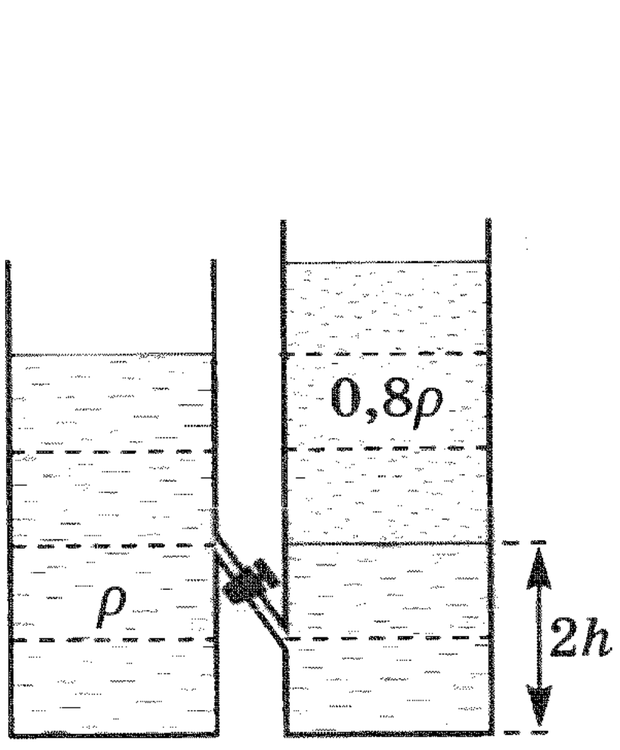


Рис. 5.70

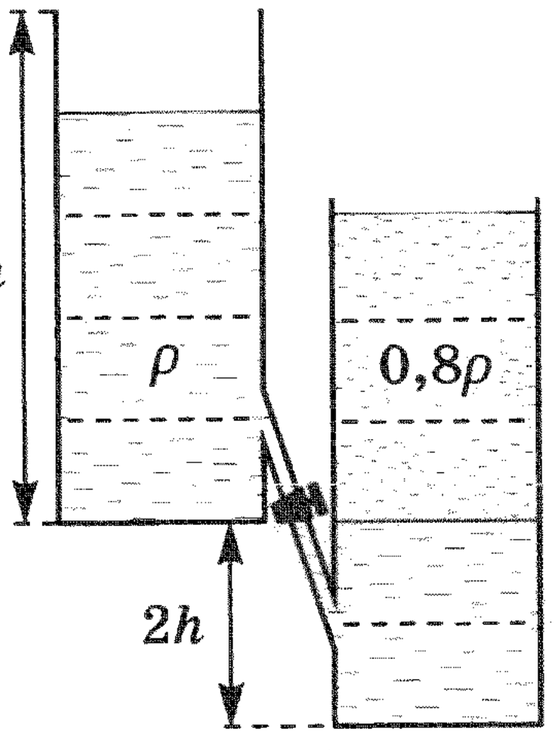


Рис. 5.71

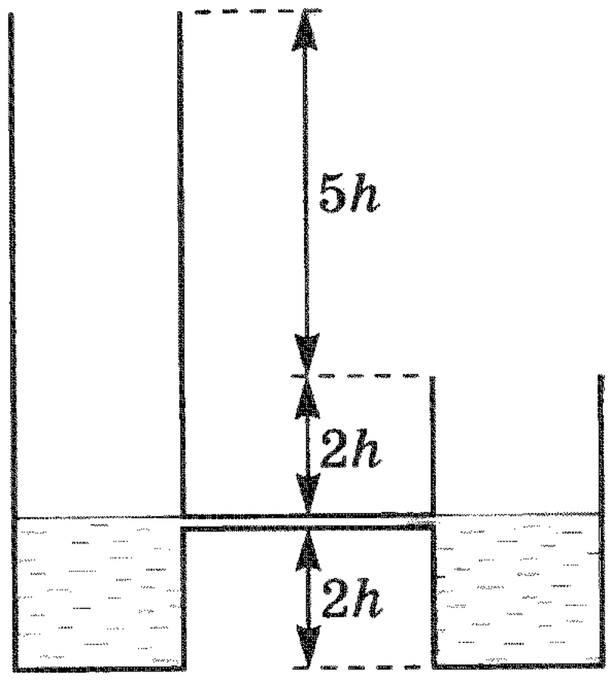


Рис. 5.72

5.73. Какой максимальный объем воды можно налить в h-образную трубку с открытыми концами, имеющую две тонкие соединительные перемычки, частично заполненную маслом? Площадь сечения вертикальных колен трубки $S = 3{,}0$ см^2. Размеры h-образной трубки и высота столба воды указаны на рисунке. Высоту $h = 5{,}0$ см считайте известной. Затыкать открытые концы и наклонять трубку нельзя. Вытеснять масло из сосуда не запрещено.

5.74. Какой максимальный объем масла можно налить в L-образную трубку с открытыми концами, частично заполненную водой до высоты h? Площадь сечения вертикальных частей трубки равна S. Объемом соединительной трубки можно пренебречь. Вертикальные размеры трубки и высота столба воды приведены на рисунке. Затыкать открытые концы трубки, наклонять ее или выливать из нее воду запрещено.

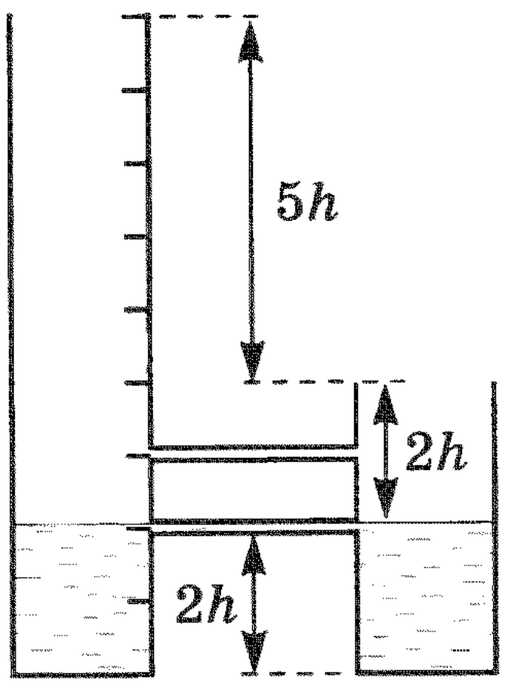


Рис. 5.73

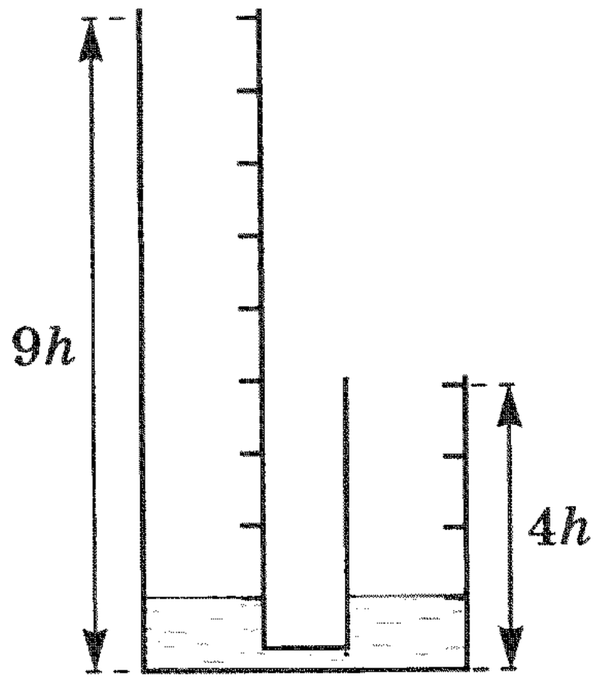


Рис. 5.74

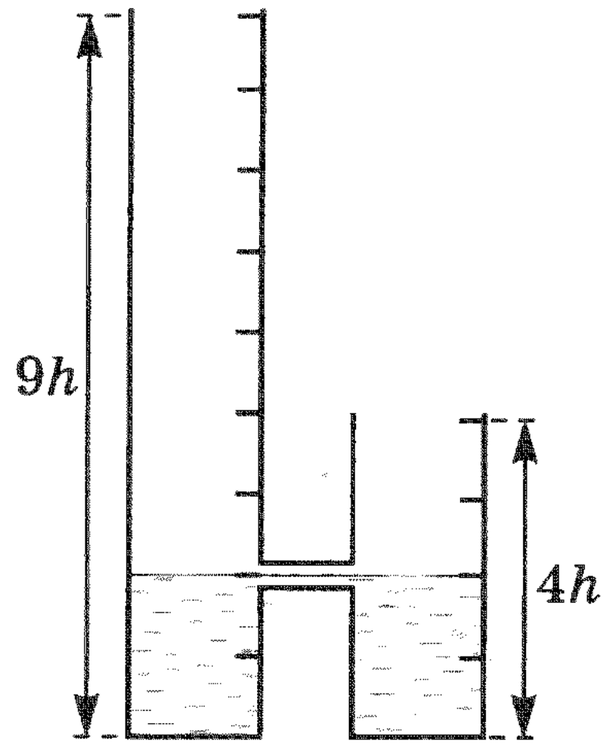


Рис. 5.75

5.75. Какой максимальный объем воды можно налить в h-образную несимметричную трубку с открытыми верхними концами, заполненную до высоты $2h$ маслом? Площадь горизонтального сечения вертикальных частей трубки равна S. Объемом горизонтальной части трубки можно пренебречь. Вертикальные размеры трубки и высота столба воды приведены на рисунке. Затыкать открытые концы трубки, наклонять ее или выливать из нее воду запрещено.

5.76. Два одинаковых сообщающихся сосуда частично заполнены жидкостями с плотностями ρ и $0{,}2\rho$ до одинаковых уровней (см. рисунок). Кран в соединительной трубке изначально закрыт. Чему равна начальная высота жидкостей, если после открывания крана в правом сосуде уровень жидкости поднялся на $x = 4{,}8$ см? Сверху сосуды открыты в атмосферу. Объемом соединительной трубки можно пренебречь.

5.77. Два стакана высотой $8H$ заполнены до высоты $6H$ водой плотностью ρ и маслом плотностью $0{,}6\rho$ соответственно (см. рисунок). Сверху стаканы соединены заполненной водой тонкой трубкой с краном. Открытые концы трубки погружены на $5H$ в каждую жидкость ($H = 6{,}5$ см). На сколько изменятся уровни жидкости в стаканах, после того как система придет в равновесие, если кран открыть? Объемом воды в соединительной трубке пренебречь.

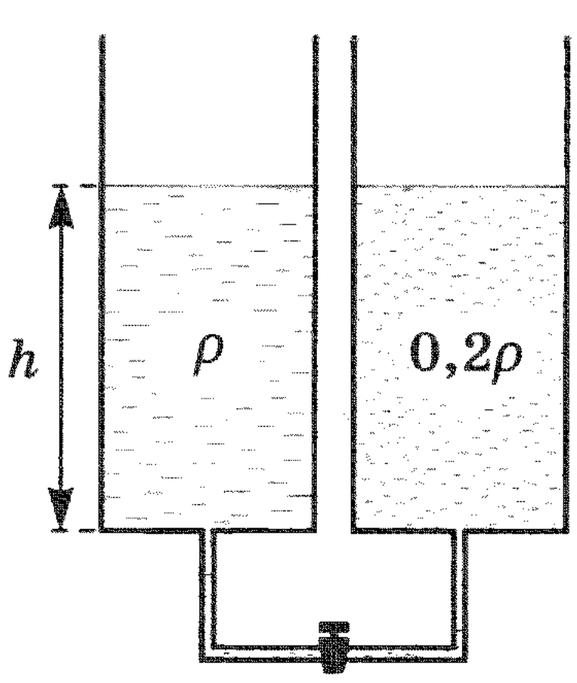


Рис. 5.76

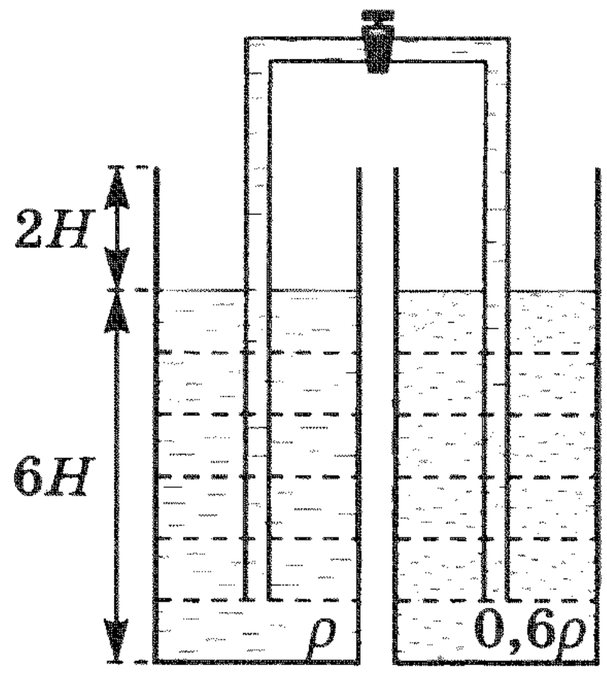


Рис. 5.77

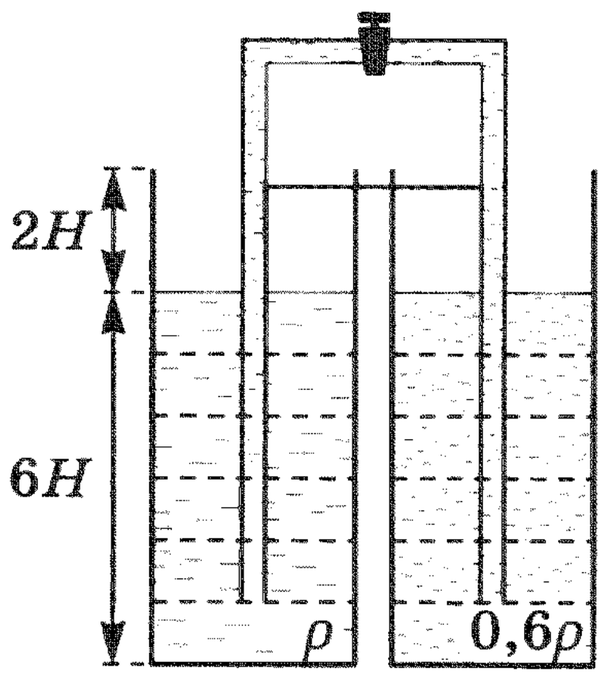


Рис. 5.78

5.78. Два стакана высотой $8H$ заполнены до высоты $6H$ водой плотностью ρ и маслом плотностью $0{,}6\rho$ соответственно (см. рисунок). Сверху стаканы соединены заполненной маслом тонкой трубкой с краном. Открытые концы трубки погружены на $5H$ в каждую жидкость ($H = 6{,}5$ см). На сколько изменятся уровни жидкости в стаканах, после того как система придет в равновесие, если кран открыть? Объемом масла в соединительной трубке пренебречь.

5.79. Два стакана высотой $11H$ заполнены до уровня $9H$ водой и бензином (см. рисунок). Плотность бензина $\rho_б = 720$ кг/м^3. Сверху стаканы соединены заполненной водой тонкой трубкой с краном. Открытые концы трубки погружены на $8H$ в каждую из жидкостей. Какие уровни установятся в стаканах после открывания крана?

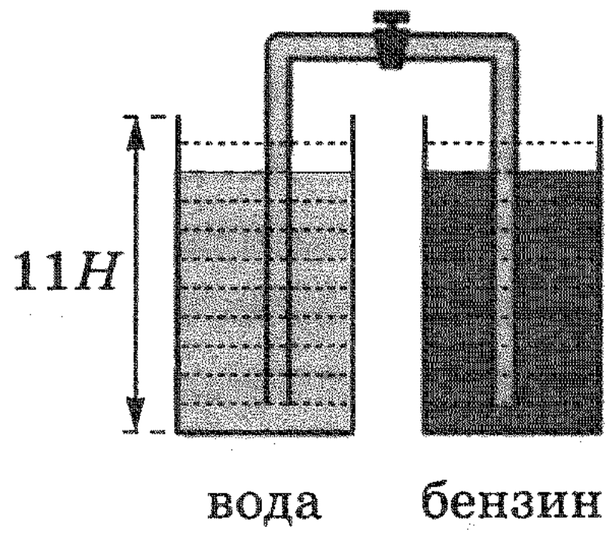


Рис. 5.79

5.80. Три сообщающиеся сосуда, частично заполненные жидкостью с плотностью ρ до высот $4h$, $2h$ и $2h$ соответственно, расположены на ступеньках высоты h (см. рисунок). Краны в трубках изначально закрыты. В правый сосуд добавляют h жидкости с плотностью $0{,}8\rho$. Затем открывают верхний кран, дожидаются равновесия и открывают нижний кран. На сколько поднимется уровень жидкости с плотностью $0{,}8\rho$ в правом сосуде? Сверху все сосуды открыты. Объемом соединительных трубок можно пренебречь.

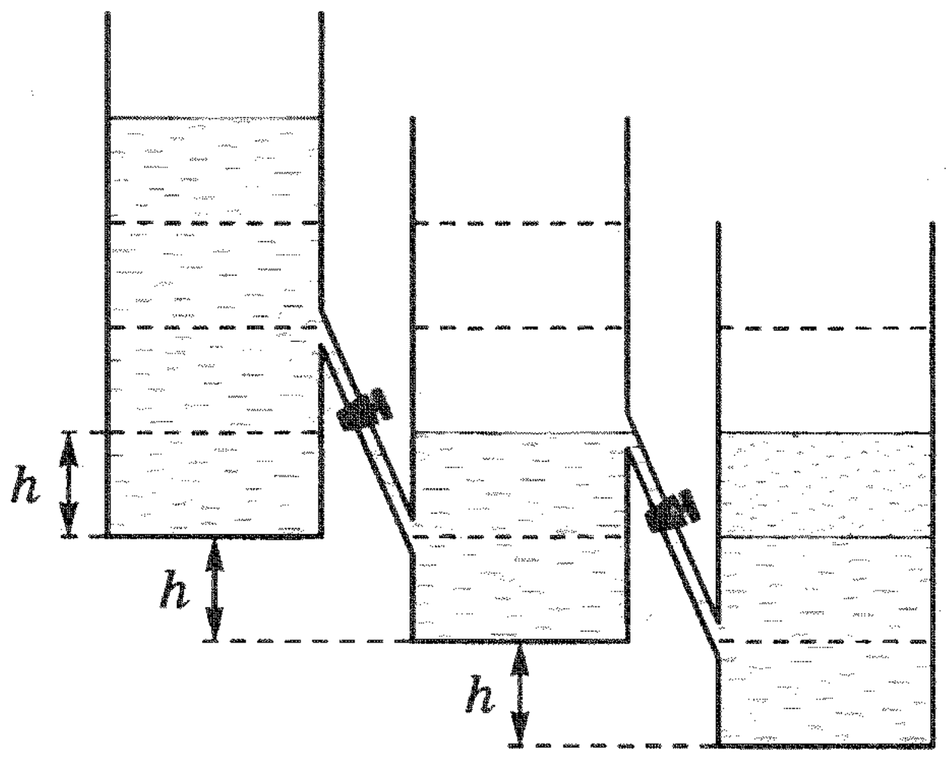


Рис. 5.80

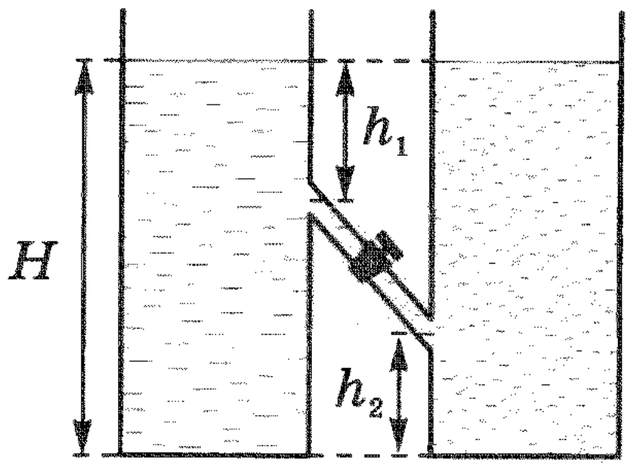


Рис. 5.81

5.81. Два сосуда одинакового сечения соединены тонкой трубкой с краном. Места присоединения трубки к сосудам показаны на рисунке ($h_1 = 0{,}2\,H$, $h_2 = 0{,}05\,H$). Первоначально левый сосуд заполнен водой, а правый – маслом до одинаковой высоты H. Какими станут уровни поверхностей в сосудах после открытия крана?

5.82. В одно из колен U-образной трубки постоянного сечения, частично заполненной ртутью, долили слой более легкой жидкости. Возникшая при этом разность уровней свободных поверхностей в коленах составила $h = 4$ см. Когда высоту столба легкой жидкости увеличили еще на 3 см, уровень ртути переместился на 1 см. Найдите толщину слоя легкой жидкости, первоначально налитой в трубку.

5.83. U-образная вертикально расположенная трубка частично заполнена жидкостью, так что расстояние от открытых концов трубки до уровня жидкости в коленах трубки равны h. Какой максимальный по толщине слой более легкой жидкости можно налить в одно из колен трубки, чтобы жидкость из трубки не выливалась? Отношение величин плотностей жидкостей равно k ($k > 1$). Жидкости не смешиваются.

5.84. В цилиндрических сообщающихся сосудах находится спирт, образующий столб высотой $h = 20$ см. Площадь сечения узкого сосуда $S = 20$ см^2 в 4 раза меньше площади сечения широкого сосуда. На сколько повысится уровень спирта в сосудах при нагревании на $\Delta t = 20$ °C? Какой объем спирта перетечет по тонкой трубке, соединяющей сосуды снизу? *Примечание.* В рассматриваемом диапазоне температур можно считать, что с ростом температуры t объем спирта V увеличивается по линейному закону $V = V_0(1 + \beta(t - t_0))$, где V_0 – объем спирта при температуре t_0, $\beta = 1{,}1 \cdot 10^{-3}$ °C^{-1} – тепловой коэффициент объемного расширения спирта. Расширением стенок сосудов можно пренебречь.

5.85. Тонкая трубка изогнута в виде перевернутой буквы П (см. рисунок). Посередине горизонтальной части трубки находится тонкий невесомый поршень, который удерживают в этом положении, пока в вертикальные концы трубки наливают: в левый –

глицерин до уровня h_1, а в правый – ртуть до уровня $h_2 = 3{,}78$ см. После этого поршень перестают удерживать, и он начинает перемещаться по горизонтальной части трубки. До какого уровня h_1 следует заполнить левый конец трубки, чтобы поршень сместился вправо по отношению к своему начальному положению на расстояние $x = 0{,}63$ см?

5.86. Экспериментатор Глюк, проводя опыт, налил воду в сообщающиеся сосуды сечением $S = 10$ мм^2 и $2S$ (см. рисунок). Но в узкий сосуд попал воздушный пузырек, высота которого $h = 4{,}0$ см оказалась равна высоте находящегося над ним столбика воды и вдвое меньше высоты столбика воды снизу. Для того, чтобы удалить пузырек из сосуда, Глюк стал добавлять в узкое колено воду до тех пор, пока пузырек не достиг соединительной трубки и не «пробулькнул» через широкий сосуд. На сколько по отношению к первоначальному изменился уровень воды в широком сосуде после удаления пузырька? Можно считать, что объем пузырька практически не менялся при доливании воды.

5.87. Изогнутая трубка заполнена жидкостью, но внутри есть воздушные пузыри (см. рисунок). Кран K изначально закрыт, и система находится в состоянии равновесия, изображенном на рисунке. На сколько будут отличаться по высоте уровни жидкости в открытых коленах в новом состоянии равновесия после открывания крана K? Воздух в пузырьках можно считать несжимаемым. Объемы горизонтальных участков трубки пренебрежимо малы. Высота h одного деления трубки известна.

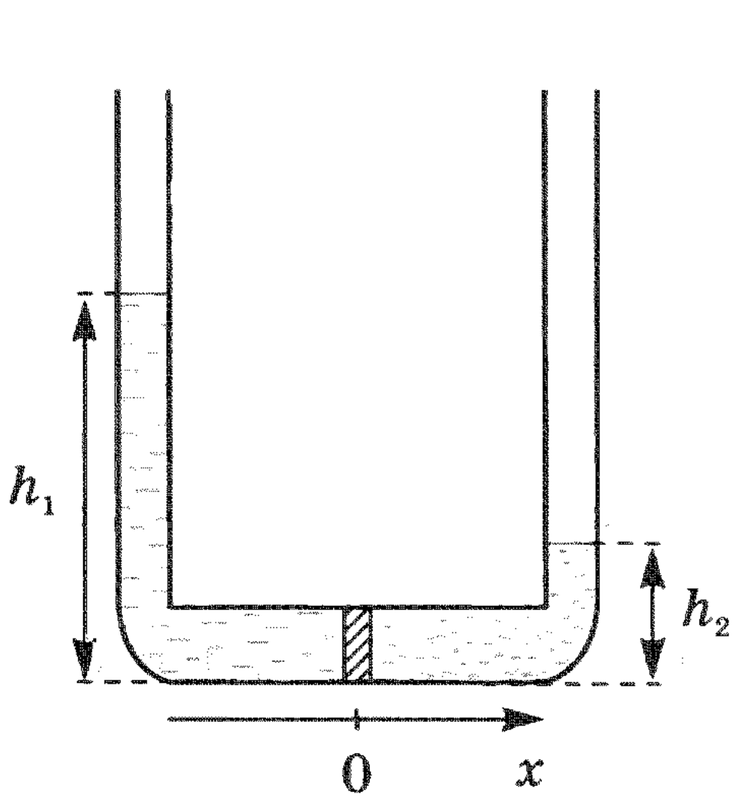


Рис. 5.85

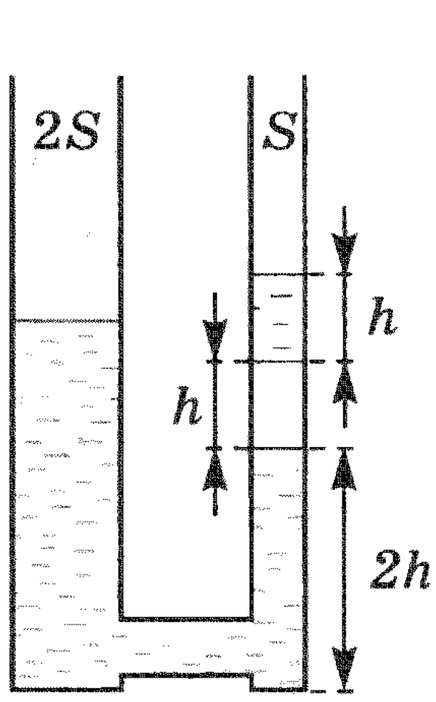


Рис. 5.86

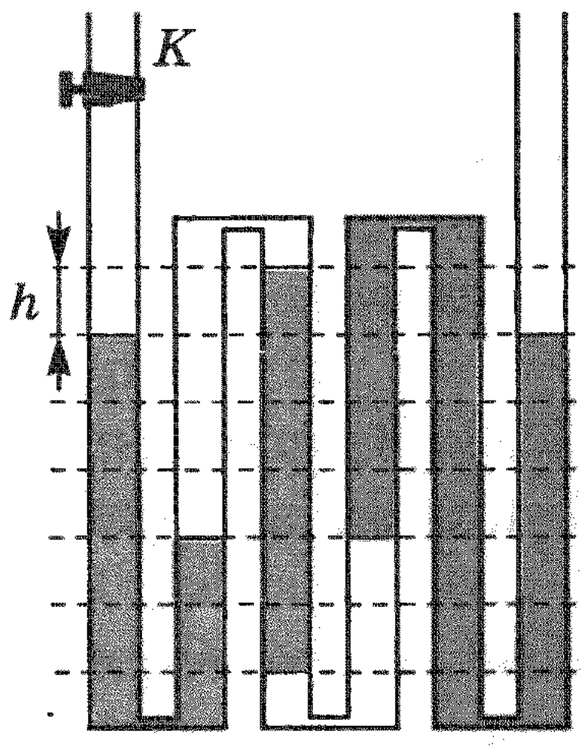


Рис. 5.87

5.3. ИЗМЕНЕНИЕ УРОВНЯ ЖИДКОСТИ

Тренировочные задания

5.88. В цилиндрический сосуд с водой бросили свинцовый шарик массой $m = 10$ г. Как изменится уровень воды в сосуде, если его площадь сечения $S = 2$ см^2?

5.89. В цилиндрический сосуд с водой бросили деревянный шарик массой $m = 10$ г. Как изменится уровень воды в сосуде, если его площадь сечения $S = 2$ см^2?

5.90. В один из двух одинаковых цилиндрических сообщающихся сосудов, частично заполненных водой, поместили деревянный шарик массой $m = 20$ г. При этом уровень воды в другом сосуде поднялся на $h = 2$ мм. Чему равна площадь поперечного сечения сосуда?

5.91. В U-образную трубку с сечением S налита ртуть объемом V. Затем в одно из колен налили воду и опустили железный шарик, при этом масса содержимого трубки увеличилась на m. На какую высоту h поднялся уровень ртути в другом колене?

5.92. В стакане плавает кусок льда. Как изменится уровень воды, когда весь лед растает?

5.93. В стакане плавает кусок льда с воздушным пузырьком. Как изменится уровень воды, когда весь лед растает?

5.94. В стакане плавает кусок льда с вмороженной в него свинцовой дробинкой. Как изменится уровень воды, когда весь лед растает?

5.95. В стакане плавает пенопластовый плотик, на котором лежит кубик льда. Как изменится уровень воды, когда весь лед растает?

5.96. В стакане плавает кусок льда с вмороженным в него деревянным кубиком. Как изменится уровень воды, когда весь лед растает? Плотность кубика меньше плотности воды.

5.97. В стакане плавает кусок льда с вмороженным в него деревянным кубиком и свинцовым шариком. Как изменится уровень воды, когда весь лед растает? Плотность кубика меньше плотности воды.

5.98. В цилиндрическом стакане с водой плавает льдинка с вмороженной свинцовой дробинкой объемом V. На сколько изменится уровень воды в стакане, если льдинка растает? Повысится или понизится этот уровень? Площадь дна стакана S, плотность воды $\rho_в$ и плотность дробинки ρ известны.

5.99. Что произойдет с уровнем воды в небольшом бассейне, если из лодки, плавающей в нем, бросить в воду камень?

5.100. Что произойдет с уровнем воды в небольшом бассейне, если из лодки, плавающей в нем, бросить в воду бревно?

5.101. В стакане с соленой водой плавает кубик льда из чистой воды. Как изменится уровень воды в стакане после таяния льда?

5.102. В сосуде с водой плавает кусок льда, привязанный нитью ко дну. Сила натяжения нити $F = 10$ Н. На сколько изменится уровень воды в сосуде, если лед растает? Площадь сечения сосуда $S = 100$ см^2.

5.103. В кастрюле с площадью сечения $S = 200$ см^2 плавает кусок льда с множеством воздушных полостей. Над водой находится половина объема этого «айсберга». Каков общий объем воздушных полостей, если при вынимании куска льда уровень воды в кастрюле уменьшается на $\Delta h = 6$ см?

5.104. Кусок льда массой 1,9 кг плавает в цилиндрическом сосуде, наполненном несмешивающейся с водой жидкостью с плотностью 950 кг/м^3. Площадь дна сосуда 40 см^2. На сколько изменится уровень жидкого содержимого сосуда, когда лед растает?

5.105. В цилиндрическом сосуде, частично заполненном тетрахлорметаном, имеющим плотность 1600 кг/м^3 и несмешивающимся с водой, плавает лед массой 1 кг. На сколько изменится уровень тетрахлорметана после того, как лед растает? Площадь дна сосуда 200 см^2.

5.106. В цилиндрический сосуд с водой опустили железную коробочку, из-за чего уровень воды в сосуде поднялся на высоту 2 см. На сколько изменится уровень воды по сравнению с самым первоначальным, если коробочка утонет?

5.107. В начальный момент, когда деревянная коробочка плавала в сосуде с водой, ее уровень был расположен на высоте H. Но со временем в коробок через щели в нем попала вода, и коробок значительно погрузился в воду, но продолжал плавать. Изменился ли при этом уровень воды в сосуде?

5.108. В сосуде с водой плавает деревянная дощечка с приклеенным сверху железным шариком. Изменится ли уровень воды в сосуде, если дощечку перевернуть шариком вниз?

5.109. В небольшом бассейне плавает полузатопленная лодка с весьма толстыми стенками, причем уровень воды в лодке совпадает с уровнем воды в бассейне. Из лодки зачерпнули ведро воды и вылили в бассейн. Где после этого выше уровень воды – в лодке или в бассейне? Как изменился уровень воды в бассейне?

5.110. В цилиндрическую мензурку, частично заполненную синтетическим маслом, на тонкой нити полностью погрузили слиток золота, при этом гидростатическое давление около дна мензурки увеличилось на 10 %. Во сколько раз масса золота больше массы масла? Плотность масла 900 кг/м^3. Масло через край не выливалось. Атмосферное давление не учитывать.

Олимпиадные задания

5.111. В цилиндрическом сосуде с водой плавает поплавок, к которому привязан груз массой m и объемом V. Как изменится уровень воды в сосуде, если нить оборвется и груз утонет? Площадь дна сосуда S, плотность воды ρ.

5.112. В цилиндрическом сосуде с водой плавает тело, привязанное нитью ко дну сосуда (см. рисунок). При этом тело погружено в воду на две трети своего объема. Если перерезать нить, то тело всплывет и будет плавать погруженным в воду наполовину. На

сколько при этом изменится уровень воды в сосуде? Масса тела $m = 30$ г, площадь дна сосуда $S = 10$ см^2.

5.113. В цилиндрическом стакане с площадью основания $S = 10$ см^2 в воде плавают льдинка и пенопластовый брусочек, соединенные нитью, перекинутой через блок, прикрепленный ко дну (см. рисунок). На сколько и в какую сторону изменится уровень воды в стакане, после того как льдинка растает и брусочек всплывет? Сила натяжения нити вначале $T = 1{,}0$ Н.

5.114. На дне цилиндрического стакана с водой лежит кусок льда. Когда лед растаял, уровень воды в стакане изменился на $\Delta h = 4$ см. Какова была сила давления льда на дно стакана? Площадь дна стакана $S = 12$ см^2.

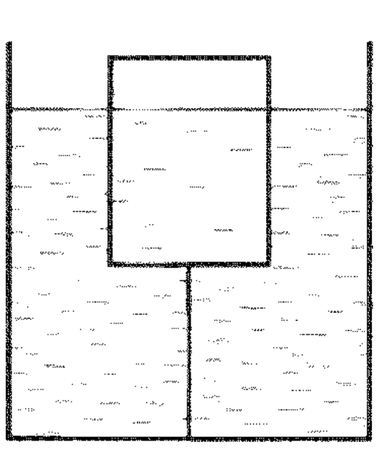


Рис. 5.112

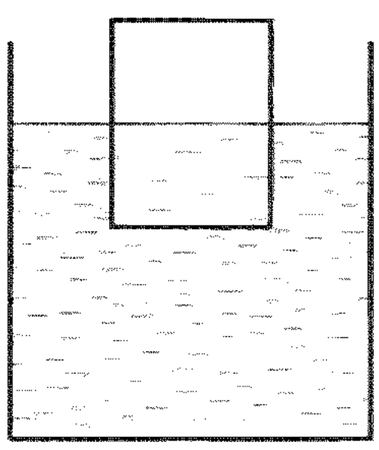
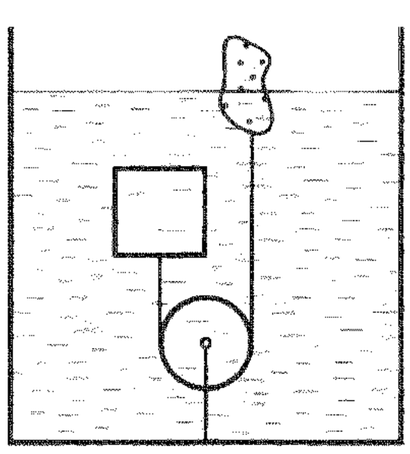


Рис. 5.113



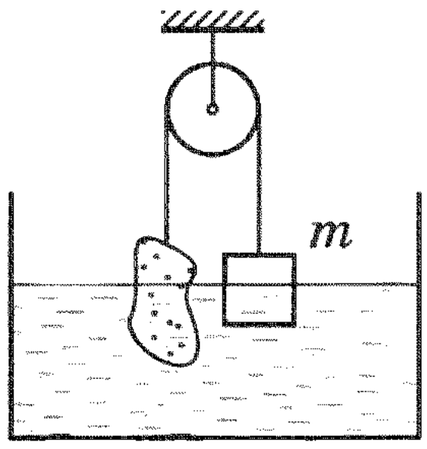


Рис. 5.115

5.115. В цилиндрическом сосуде с водой находятся связанные нитью кусок льда и деревянный брусок массой m (см. рисунок). Нить перекинута через закрепленный над сосудом блок. Как и на сколько изменится уровень воды в сосуде, когда лед растает, если сначала брусок погружен в воду наполовину своего объема V? Площадь дна сосуда S. Плотность воды ρ_0.

5.116. Четыре одинаковых сообщающихся сосуда, имеющие площадь поперечного сечения $S = 4$ см^2 каждый, частично заполнены жидкостью с плотностью $\rho = 1250$ кг/м^3 (см. рисунок). На сколько изменится уровень жидкости во втором сосуде, если в первый, третий и четвертый добавить небольшие плавающие тела с массами $m = 20$ г, $2m$ и $3m$ соответственно?

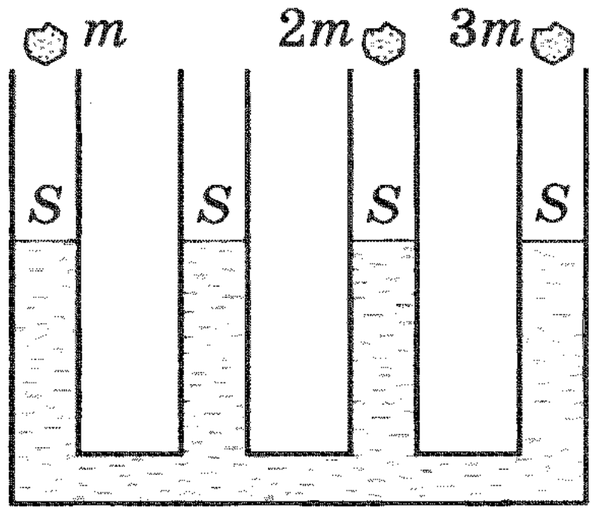


Рис. 5.116

5.117. В два цилиндрических сообщающихся сосуда с поперечными сечениями S_1 и S_2 помещены одинаковые льдинки, частично погруженные в воду. Одна из льдинок привязана тонкой нитью ко дну сосуда, а другая подвешена на нити (см. рисунок). Силы натяжения обеих нитей одинаковы и равны $T = 1$ Н. На сколько изменится уровень воды в сосудах после таяния льдинок? Какой объем воды и в какую сторону протечет через соединительную трубку?

5.118. В стакане с вертикальными стенками находится кусок льда, подвешенный на двух тонких вертикальных нитях-растяжках, прикрепленных ко дну стакана и к внешнему штативу (см. рисунок). Изначально лед частично погружен в воду. Определите, на сколько и в какую сторону изменится уровень воды в стакане после того, как лед растает. Площадь дна стакана $S = 100$ см^2. Сила натяжения верхней нити $T_1 = 2{,}9$ Н, нижней нити $T_2 = 2{,}0$ Н.

5.119. В цилиндрическом сосуде с водой плавает льдинка с привязанным к ней камушком (см. рисунок). Сила натяжения связывающей их нити равна T. Определите, в какую сторону и на сколько изменится уровень воды в стакане после того, как лед растает. Площадь дна сосуда S, плотность воды ρ.

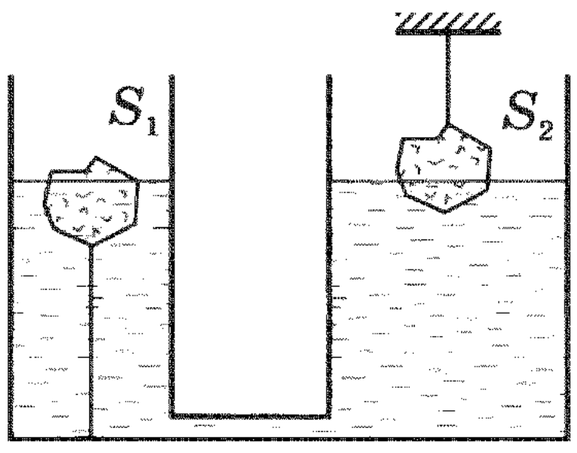


Рис. 5.117

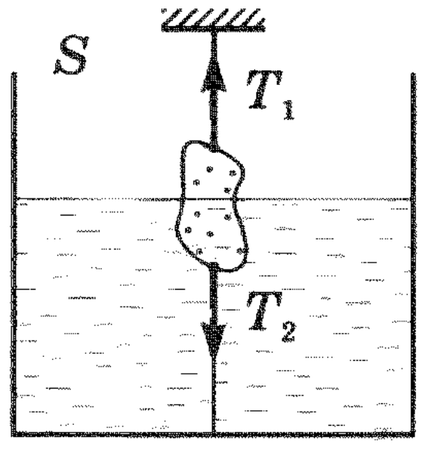


Рис. 5.118

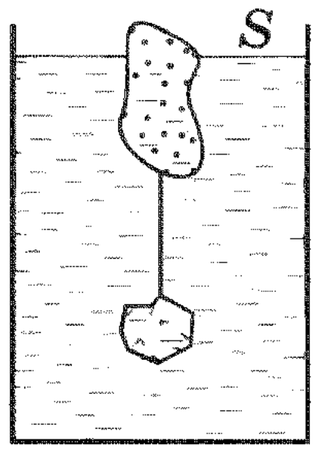


Рис. 5.119

5.120. В цилиндрический сосуд с водой помещен камушек, который удерживается двумя растяжками, привязанными к плавающей льдинке и ко дну сосуда (см. рисунок). Силы натяжения растяжек отличаются в 3 раза, и меньшая из них равна T. Определите, в какую сторону и на какую величину изменится уровень воды в стакане после того, как лед растает. Площадь дна сосуда S, плотность воды ρ.

5.121. В цилиндрический сосуд с водой помещен камушек, который удерживается двумя растяжками, привязанными к плаваю-

щей льдинке с воздушным пузырьком и ко дну сосуда (см. рисунок). Силы натяжения растяжек отличаются в 3 раза, и меньшая из них равна T. Определите, в какую сторону и на какую величину изменится уровень воды в стакане после того, как лед растает. Площадь дна сосуда S, плотность воды ρ.

5.122. В цилиндрическом сосуде с площадью дна S с помощью нити удерживают под водой кусок льда, внутри которого имеется воздушная полость (см. рисунок). Объем льда вместе с полостью равен V, плотность льда $\rho_л$. После того как лед растаял, уровень воды в сосуде уменьшается на h. Найдите объем $V_п$ воздушной полости и силу T натяжения нити в начале опыта.

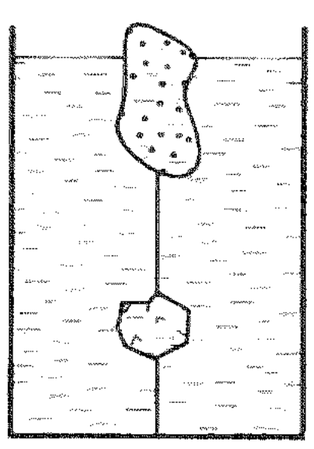


Рис. 5.120

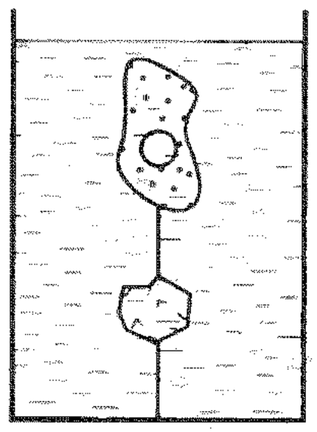


Рис. 5.121

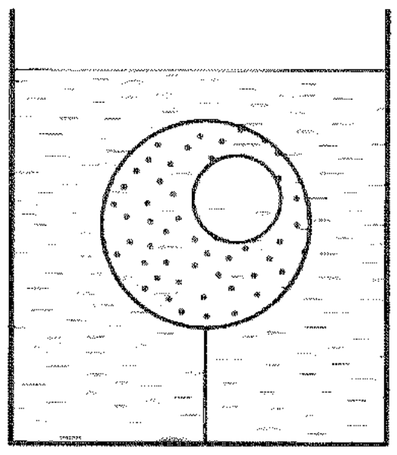


Рис. 5.122

5.123. В частично заполненный водой цилиндрический сосуд с площадью дна S положили кусок льда с полостью, в которой находится алюминиевый шарик массой, равной массе льда. При этом уровень воды поднялся на h, а полностью погруженный в воду лед стал плавать, не касаясь дна и стенок сосуда. Плотности веществ известны.

а) Найдите объем $V_п$ полости.

б) Повысится или понизится уровень воды в сосуде после того, как весь лед растает?

в) На сколько изменится уровень воды в сосуде после того, как весь лед растает?

5.124. Полая тонкостенная капсула в форме шара, наполовину заполненная водой, а наполовину – воздухом, лежит на дне цилиндрического бассейна с водой площадью дна $S = 5$ м^2. Масса оболочки капсулы $M = 2{,}0$ т, а масса воды в ней $m = 1{,}5$ т. Вся вода из капсулы перекачивается в сосуд, и капсула всплывает. На сколько и как изменится уровень воды в сосуде?

5.125. В цилиндрическом стакане, площадь дна которого равна S, плавают ледяные кубики с вмороженными в них каплями рыбьего жира. Суммарный объем вмороженного рыбьего жира равен V, его плотность $\rho_ж$ меньше плотности воды $\rho_в$. На сколько и в какую сторону изменится уровень воды в стакане, если кубики растают и рыбий жир растечется по поверхности воды? На сколько и в какую сторону изменится общий уровень всего содержимого стакана по сравнению с начальным уровнем воды?

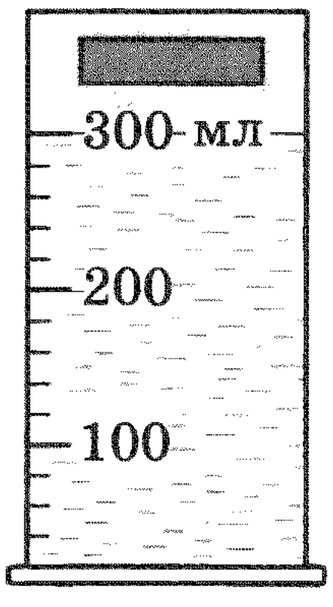


Рис. 5.126

5.126. В измерительный цилиндр налита вода до отметки 300 мм (см. рисунок). На поверхность воды аккуратно опускают шайбу из дуба. Какова толщина шайбы, если уровень воды в цилиндре после ее погружения стал 310 мм? Площадь основания цилиндра $S = 500$ см^2, площадь поперечного сечения шайбы $S_0 = 100$ см^2.

5.127. В цилиндрическое ведро с водой опустили обрезок еловой доски так, что он стал плавать, а уровень воды в ведре изменился на $\Delta h = 1$ см. Затем на доску сверху положили пластину изо льда. В результате доска погрузилась в воду полностью, а пластина льда – на $\alpha = 7/10$ своего объема. На сколько изменится объем воды в ведре, когда лед полностью растает? Площадь внутреннего сечения ведра $S = 300$ см^2.

5.128. В цилиндрическое ведро с водой опустили обрезок доски так, что он стал плавать, а уровень воды в ведре изменился на $\Delta h = 1{,}5$ см. Затем на доску положили пластину льда так, что доска погрузилась в воду полностью, а пластина льда – на $\alpha = 0{,}6$ своего объема. После того как лед растаял, объем воды в ведре увеличился на $V_в = 0{,}9$ литра. Найдите плотность дерева ρ. Площадь внутреннего сечения ведра $S = 200$ см^2.

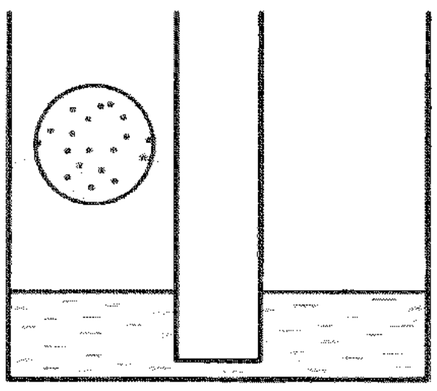


Рис. 5.129

5.129. В два одинаковых сообщающихся сосуда налита вода (см. рисунок). В один их них кладут ледяной шарик объемом $V = 100$ см^3, который через небольшое время после установления уровня воды в сосудах оказался погруженным в воду ровно наполовину. Какая масса воды перетекла при этом во второй сосуд и какая перетечет потом, в процессе таяния льда?

5.130. В наполненный водой сосуд погружен вверх дном сосуд меньшего диаметра, неподвижно скрепленный с большим сосудом и частично заполненный водой (см. рисунок). На поверхности воды внутри меньшего сосуда плавает кусок льда. Что произойдет с уровнями воды в сосудах, когда лед растает? Как изменится ответ, если меньший сосуд не скреплен с большим и плавает на поверхности воды?

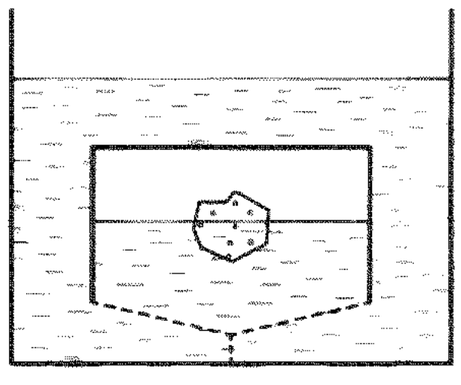


Рис. 5.130

5.131. На пружинных весах уравновешен цилиндрический сосуд с водой сечением $S = 10$ см^2. На дне сосуда лежит металлическое тело плотностью $\rho_т = 8 \cdot 10^3$ кг/м^3. Если тело подвесить на нити так, что оно целиком остается погруженным в воду, но не касается дна, то показание весов изменится на 70 г. На сколько изменится уровень воды в сосуде, если тело из него вытащить?

5.132. В сосуд с водой, уравновешенный на пружинных весах, опускается на нити кусок железа так, что он целиком погружается в воду, но не касается стенок сосуда. При этом показание весов изменяется на 10 %. Во сколько раз по сравнению с первоначальным изменится показание весов, если этот кусок положить на дно сосуда?

5.133. В цилиндрическом сосуде с водой (стенки сосуда вертикальны) плавает деревянная дощечка. Если на нее сверху положить стеклянную пластинку, то дощечка с пластинкой останутся на плаву и уровень воды в сосуде увеличится на Δh. На сколько изменится уровень воды в сосуде с плавающей дощечкой, если ту же стеклянную пластинку бросить на дно сосуда? Плотность стекла $\rho_с$, плотность воды $\rho_в$.

5.134. В цилиндрический сосуд с водой (стенки сосуда вертикальны) опустили кусок льда, в который был вморожен стеклянный шарик. В результате уровень воды в сосуде поднялся на $h_1 = 11$ мм, а лед стал плавать, целиком погрузившись в воду. На сколько опустится уровень воды в сосуде за время таяния всего льда? Плотность стекла $\rho_с = 2{,}0$ г/см^3.

5.135. В цилиндрическом стакане с водой на нити висит проволока, вмороженная в кусок льда. Лед с проволокой целиком погру-

жен в воду и не касается стенок и дна стакана (см. рисунок). После того как лед растаял, проволока осталась висеть на нити, целиком погруженная в воду. Уровень воды в стакане за время таяния льда уменьшился на ΔH ($\Delta H > 0$), а сила натяжения нити увеличилась в k раз. Найдите объем проволоки. Плотность воды $\rho_в$, проволоки – ρ, площадь внутреннего сечения стакана S.

5.136. Деревянный шарик, вмороженный в кусок льда, удерживается внутри цилиндрического стакана с водой нитью, прикрепленной ко дну (см. рисунок). Лед с шариком целиком погружен в воду и не касается стенок и дна стакана. После того как лед растаял, шарик остался плавать внутри стакана, целиком погруженный в воду. Сила натяжения нити за время таяния льда уменьшилась при этом в k раз ($k > 1$), а уровень воды в стакане уменьшился на ΔH ($\Delta H > 0$). Чему равен объем шарика, если плотность воды равна $\rho_в$, дерева – ρ ($\rho < \rho_в$), а площадь внутреннего сечения стакана S?

5.137. Три тонкостенных сосуда с вертикальными стенками частично заполнены водой плотностью ρ. Первый сосуд плавает во втором, а второй – в третьем (см. рисунок). Площади сечения сосудов S_1, S_2 и S_3. На сколько изменятся уровни воды в каждом из сосудов (относительно дна третьего сосуда), если в первый сосуд долить воды массой m?

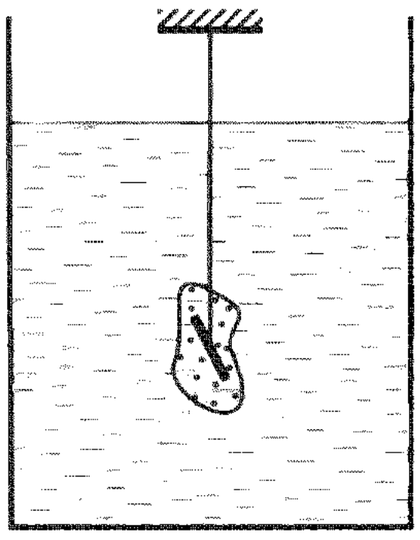


Рис. 5.135

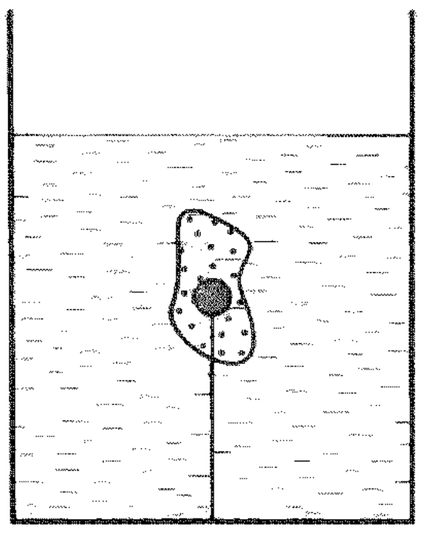


Рис. 5.136

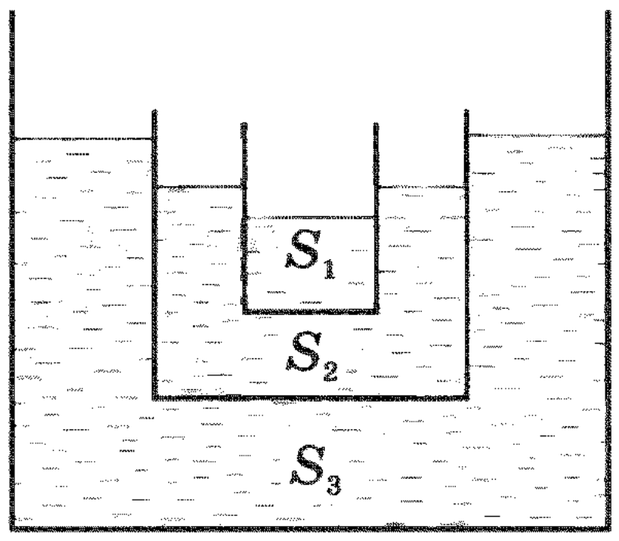


Рис. 5.137

5.138. В вертикальный цилиндрический стакан высотой $H = 10$ см и площадью дна $S = 100$ см^2 налита вода до уровня $h = 8$ см. В стакан опустили, не разбрызгивая воду, $N_1 = 100$ стальных шариков объемом $V_1 = 1$ см^3 каждый, а затем еще $N_2 = 50$ ледяных кубиков объемом $V_2 = 2{,}5$ см^3. Какова оказалась после этого сила F давления на дно стакана? Трением и атмосферным давлением пренебречь.

5.4. СИЛА АРХИМЕДА. ПЛАВАНИЕ ТЕЛ

Тренировочные задания

5.139. В сосуд, содержащий несмешивающиеся жидкости (воду, керосин и ртуть), опускают три шарика: парафиновый, пробковый и стеклянный. Как расположатся шарики?

5.140. Одна из стеклянных бутылок наполнена водой, другая ртутью. Утонет ли бутылка с водой, если ее опустить в воду? Утонет ли бутылка с ртутью, если ее опустить в ртуть?

5.141. На крюке динамометра висит железное ведерко. Изменится ли показание динамометра, если ведерко наполнить водой и погрузить в воду?

5.142. Сосуд предельно наполнен водой и висит на динамометре. Изменится ли показание динамометра, если в воду опустить гирю, подвешенную на нити, не касаясь дна?

5.143. На весах стоит стакан, в котором плавает тело, не касаясь стенок. Изменится ли показание весов, если жидкость нагреть? Считайте, что объем тела при нагревании практически не изменяется, а объем жидкости увеличивается.

5.144. Брусок дерева плавает в воде. Как изменится глубина погружения бруска в воде, если поверх воды налить масло?

5.145. Посередине большого озера просверлили прорубь. Толщина льда оказалась 8 м. Какой наименьшей длины веревку необходимо взять, чтобы зачерпнуть воду из проруби?

5.146. Какой должна быть плотность кубика, чтобы он плавал в воде, погруженным на 2/3 объема?

5.147. В одной жидкости тело плавает, погрузившись в нее на половину, а в другой – на треть объема. Найдите отношение плотностей этих жидкостей.

5.148. Как изменится сила Архимеда, действующая на корабль, при выходе его из реки в море? Плотность морской воды 1030 кг/м^3.

5.149. Льдина равной толщины плавает, выступая над уровнем воды на высоту $h = 2$ см. Найдите массу льдины, если площадь ее основания $S = 4$ м^2.

5.150. Плоская льдина толщиной 10 м плавает в воде. Определите толщину подводной части льдины.

5.151. Плоская льдина плавает в воде, выступая на 3 см. Какова должна быть площадь льдины, чтобы на ней мог, не замочив ног, стоять человек массой 70 кг?

5.152. Утонет ли льдина равной толщины 2 м с площадью основания 10 м^2, если на нее залезет белый медведь массой 500 кг?

5.153. Жестяная банка массой 100 г и высотой 10 см плавает в воде. Площадь основания банки 100 см^2. Определите высоту надводной части банки.

5.154. После разгрузки баржи ее осадка в реке уменьшилась на 60 см. Определите массу груза, снятого с баржи, если площадь сечения баржи на уровне воды 240 м^2.

5.155. По реке плывет бутылка, частично заполненная водой так, что над поверхностью выступает только цилиндрическая часть горлышка высотой $h = 4$ см. На верхушку горлышка уселась птичка, в результате чего половина выступающей из воды части горлышка скрылась под водой. Найдите массу птички. Площадь сечения горлышка $S = 5$ см^2.

5.156. Какая может быть наибольшая масса куска железа, привязанного к пробковому кубу с ребром 3 см, чтобы оба тела, будучи погруженными в воду, не тонули?

5.157. Какую массу имеет деревянный кубик со стороной L, если при переносе его из масла в воду глубина погружения бруска уменьшилась на h?

5.158. Шар лежит на дне сосуда, погруженный в воду на 1/2 своего объема и давит на дно сосуда с силой, равной 1/5 от действующей на шар силы тяжести. Найдите плотность материала шара ρ, если плотность воды равна ρ_0.

5.159. Найдите плотность тела, удерживаемого в воде при помощи нити, закрепленной на дне водоема, если известно, что сила натяжения нити в 3 раза меньше силы тяжести, действующей на шарик.

5.160. Динамометр показывает, что в воздухе мраморный шарик, подвешенный к нему, весит 1,62 Н. Что будет показывать динамометр, если шарик наполовину погрузить в воду?

5.161. Колба из стекла вместимостью 1,5 л имеет массу 250 г. Какой минимальный груз надо поместить в колбу, чтобы она потонула в воде?

5.162. Полый шар, отлитый из чугуна, плавает в воде, погрузившись ровно наполовину. Найдите объем V внутренней полости шара, если масса шара $M = 5$ кг.

5.163. Стальной полый шар объемом 20 дм^3 плавает в воде, погрузившись наполовину. Определите объем полости в шаре.

5.164. Однородное тело висит на нити. Сила натяжения нити равна 54 Н. Если тело погрузить в воду, сила натяжения уменьшится на 20 Н. Определите плотность тела. Из какого материала сделано тело?

5.165. Цинковый шар, находясь в воздухе, растягивает пружину динамометра с силой 3,6 Н, а при погружении в воду – с силой 2,8 Н. Имеет ли шар полость?

5.166. Стальное тело висит на нити. Сила натяжения 156 Н. Когда тело погрузили в неизвестную жидкость, сила натяжения нити стала 140 Н. Определите плотность неизвестной жидкости.

5.167. Полый шарик из алюминия, находясь в воде, растягивает пружину динамометра с силой 0,24 Н, а в бензине – с силой 0,33 Н. Найдите объем полости.

5.168. Кусок сплава меди и серебра, находясь в воздухе, растягивает пружину динамометра с силой 2,94 Н, а при погружении в воду – с силой 2,65 Н. Сколько серебра и меди в куске сплава (по массе)?

5.169. Стеклянная бутыль плавает на поверхности воды так, что $\alpha = 0{,}84$ ее объема находится под водой. Определите массу бутыли, если ее емкость (объем внутренней полости) $V_{\text{п}} = 1{,}6$ л.

5.170. Для того, чтобы тело плавало на поверхности воды и не шло ко дну, средняя плотность тела должна быть меньше плотности воды. Будет ли плавать в воде полый стальной куб, сторона которого равна 10 см, а толщина стенки 1 см?

5.171. Какой массы алюминиевый груз надо привязать к еловому бруску массой 5,4 кг, чтобы они плавали в воде в полностью погруженном состоянии?

5.172. Найдите подъемную силу воздушного шара объемом 20 м^3, наполненного гелием, если масса оболочки шара с корзиной 12,4 кг. Плотность воздуха равна 1,3 кг/м^3, а гелия 0,2 кг/м^3.

5.173. Тело массой 3 кг и плотностью 2,5 г/см^3 висит на нити, наполовину погрузившись в воду. Определите силу натяжения нити.

5.174. Дубовый шар массой 600 г наполовину погружен в воду и касается дна. Определите, с какой силой он давит на дно.

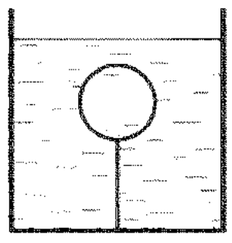


Рис. 5.175

5.175. Пенопластовый шар объемом 20 см^3 и плотностью 150 кг/м^3 удерживается в воде с помощью нити, закрепленной на дне сосуда (см. рисунок). Определите силу натяжения нити.

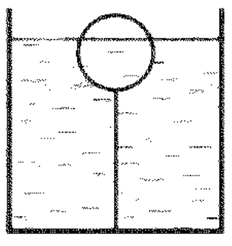


Рис. 5.176

5.176. Тело плотностью 600 кг/м^3 удерживается в полупогруженном состоянии в воде с помощью нити, прикрепленной к дну сосуда (см. рисунок). Объем погруженной части тела равен 3 дм^3, сила натяжения нити равна 6 Н. Определите объем всего тела и его массу.

5.177. В воде плавает пустая плоская прямоугольная коробка без крышки с площадью поперечного сечения 100 см^2. После того

5.185. На границе раздела двух несмешивающихся жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2 ($\rho_1 > \rho_2$) плавает тело с плотностью ρ. Какая часть объема тела находится в верхней жидкости?

5.186. Тело плавает на границе двух несмешивающихся жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2 ($\rho_1 > \rho_2$). При этом отношение объемов, погруженных в нижнюю и верхнюю жидкости, равно $V_1/V_2 = n$. Определите плотность тела.

5.187. Плавая в жидкости A, куб погружается на глубину $h_1 = 40$ мм, а в жидкости B – на глубину $h_2 = 60$ мм. Какова будет его глубина погружения в жидкость C, плотность которой равна среднему а) арифметическому, б) геометрическому плотностей двух первых жидкостей?

5.188. Плавая в жидкости, куб A погружается на глубину $h_1 = 40$ мм, а куб B, имеющий такие же размеры – на глубину $h_2 = 60$ мм. На какую глубину погрузится аналогичный куб C, имеющий плотность равную средней а) арифметической, б) геометрической плотностей двух первых кубов?

5.189. Один конец нити закреплен на дне, а второй прикреплен к пробковому поплавку. При этом 50% объема поплавка погружено в воду. Определите силу натяжения нити, если масса поплавка 2 кг.

5.190. В цилиндрический сосуд с площадью дна 200 см^2 и высотой 30 см налили 4 литра воды. В сосуд опускают стержень сечением 100 см^2, высота которого равна высоте сосуда. Какая минимальная масса должна быть у стержня, чтобы он опустился до дна сосуда?

5.191. В стакане с водой плавает кусок льда. На поверхности воды налит слой масла. Как изменится уровень жидкости в стакане, когда лед растает? Куда сместится при этом граница раздела воды и масла?

5.192. При углублении дна реки грунт вывозят на барже в море. При переходе баржи из реки в море глубина ее осадки уменьшилась на 5 см, а при обратном переходе из моря в реку пустой баржи – увеличилась на 1 см. Определите массу вывезенного грунта, если

как в середину коробки положили брусок объемом 75 см^3, она погрузилась еще на 3 см. Определите плотность бруска. Какую плотность должен иметь брусок объемом 150 см^3, чтобы коробка с одним таким бруском начала тонуть? Масса коробки 100 г, высота ее стенок 13 см.

5.178. Из воды медленно с постоянной скоростью вытаскивают бетонный блок объемом 0,5 м^3. Когда под водой осталось 40% всего объема блока, трос оборвался. Определите предельную силу натяжения, которую выдерживает трос.

5.179. Оцените массу человека, которого выдержит спасательный круг, брошенный в воду. Объем круга 0,01 м^3, плотность 250 кг/м^3. Считайте, что плотность человека распределена равномерно и равна 1050 кг/м^3, а при плавании он погружен на 80% своего объема.

5.180. Найдите глубину h погружения в воду плавающего в озере пустого внутри понтона (герметично закрытого ящика), ширина, длина и высота которого равны 4 м, 10 м и 2 м соответственно. Понтон сделан из стального листа, имеющего толщину 5 мм.

5.181. В сосуд налита ртуть, а поверх нее вода. Шар в сосуде плавает так, что треть его объема находится в ртути, а две трети в воде. Определите плотность шара.

5.182. Сплошное однородное тело, плотность материала которого равна ρ, плавает на границе между тяжелой жидкостью с плотностью ρ_1 и более легкой жидкостью с плотностью ρ_2. Какая часть объема тела будет находиться в тяжелой жидкости?

5.183. Однородный куб плавает в ртути, причем 1/5 его объема погружена в ртуть. Если на этот куб положить второй куб такого же размера, то первый куб погрузится в ртуть на 1/2 своего объема. Какова плотность материала второго куба?

5.184. Плавающий куб погружен в ртуть на 1/4 своего объема. Какая часть объема куба будет погружена в ртуть, если поверх нее налить слой воды, полностью закрывающий куб?

5.185. На границе раздела двух несмешивающихся жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2 ($\rho_1 > \rho_2$) плавает тело с плотностью ρ. Какая часть объема тела находится в верхней жидкости?

5.186. Тело плавает на границе двух несмешивающихся жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2 ($\rho_1 > \rho_2$). При этом отношение объемов, погруженных в нижнюю и верхнюю жидкости, равно $V_1/V_2 = n$. Определите плотность тела.

5.187. Плавая в жидкости A, куб погружается на глубину $h_1 = 40$ мм, а в жидкости B – на глубину $h_2 = 60$ мм. Какова будет его глубина погружения в жидкость C, плотность которой равна среднему а) арифметическому, б) геометрическому плотностей двух первых жидкостей?

5.188. Плавая в жидкости, куб A погружается на глубину $h_1 = 40$ мм, а куб B, имеющий такие же размеры – на глубину $h_2 = 60$ мм. На какую глубину погрузится аналогичный куб C, имеющий плотность равную средней а) арифметической, б) геометрической плотностей двух первых кубов?

5.189. Один конец нити закреплен на дне, а второй прикреплен к пробковому поплавку. При этом 50% объема поплавка погружено в воду. Определите силу натяжения нити, если масса поплавка 2 кг.

5.190. В цилиндрический сосуд с площадью дна 200 см^2 и высотой 30 см налили 4 литра воды. В сосуд опускают стержень сечением 100 см^2, высота которого равна высоте сосуда. Какая минимальная масса должна быть у стержня, чтобы он опустился до дна сосуда?

5.191. В стакане с водой плавает кусок льда. На поверхности воды налит слой масла. Как изменится уровень жидкости в стакане, когда лед растает? Куда сместится при этом граница раздела воды и масла?

5.192. При углублении дна реки грунт вывозят на барже в море. При переходе баржи из реки в море глубина ее осадки уменьшилась на 5 см, а при обратном переходе из моря в реку пустой баржи – увеличилась на 1 см. Определите массу вывезенного грунта, если

площадь поперечного сечения баржи на уровне воды 1500 м^2. Плотность морской воды 1030 кг/м^3.

5.193. «Газированный айсберг» представляет собой плоскую ледяную пластину толщиной 40 см, плотность которой из-за неравномерного распределения пузырьков газа линейно меняется от 0,5 до 0,9 г/см^3. Найдите высоту надводной части айсберга.

5.194. Однородное цилиндрическое бревно, имеющее радиус $R = 20$ см, плавает в воде, причем над поверхностью воды выступает 1/4 его объема. Из 8 таких же бревен связали плот (см. рисунок). На какую высоту h выступает над водой плавающий ряд бревен плота?

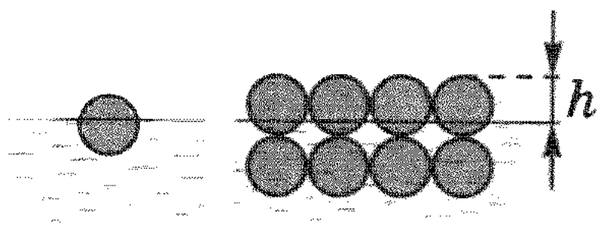


Рис. 5.194

5.195. В стакане с водой плавает деревянная шайба с цилиндрическим сквозным отверстием. Оси шайбы и отверстия параллельны. Площадь дна стакана $S = 20$ см^2, площадь сечения отверстия $S_1 = 10$ см^2. Отверстие осторожно заполняют доверху маслом. На какую высоту поднимется шайба, если вначале ее выступающая часть имела высоту $h = 2$ см? Плотность масла $\rho = 600$ кг/м^3. Известно, что все масло осталось в отверстии.

5.196. В бассейне плавает тонкостенный открытый вертикальный цилиндрический стакан, в котором до высоты h от дна стакана налита вода. На сколько изменится расстояние от уровня воды в бассейне до дна стакана, если третья часть воды из стакана испарится?

5.197. В бассейне с водой плавает тонкостенный открытый вертикальный цилиндрический стакан, в котором до высоты h от дна стакана налит эфир. На сколько изменится расстояние от уровня воды в бассейне до дна стакана, если третья часть эфира из стакана испарится? Плотность эфира на 30% меньше плотности воды.

Олимпиадные задания

5.198. В сосуде находится вода массой $m = 2$ кг и кусок льда. В сосуд начинают вливать спирт при температуре 0 °C, перемешивая содержимое сосуда. Какую массу спирта надо влить, чтобы лед утонул? Считайте, что объем смеси спирта и воды равен сумме объемов компонентов. Теплотой, выделяющейся при смешивании спирта и воды, можно пренебречь.

5.199. Недалеко от села Чугуева по реке плывет топор, полностью погруженный в воду. Чему равно отношение объемов и масс деревянной (еловой) и железной части топора? Плотности железа и дерева известны.

5.200. Шар склеили из двух полушарий, сделанных из разных материалов. Массы половинок отличаются в четыре раза. Шар плавает в воде, погрузившись ровно наполовину. Найдите плотность материала тяжелой половинки ρ.

5.201. Толстостенная лодка с вертикальными стенками и с отверстием в дне свободно плавала в озере. Затем отверстие заткнули, после чего внутрь пустили плавать бревно. Где уровень воды стал выше: в лодке или в озере?

5.202. Оказавшись в кладовой харчевни «Три пескаря», Буратино принялся исследовать ее содержимое. Его внимание привлекла банка с вертикальной шкалой и наклейкой «масло оливковое», $m = 8$ кг. Уровень жидкости доходил до отметки $H = 50$ см. Решив попробовать масло на вкус, Буратино свалился в банку. Случайно его взгляд упал на шкалу уровня масла. Теперь оно доходило до $h = 52$ см. Определите массу Буратино.

5.203. Брусок массой $m = 1$ кг плавает в жидкости, погрузившись на четверть своего объема. Какую силу F необходимо приложить к бруску, чтобы удержать его в полностью погруженном состоянии?

5.204. Тело плавает в воде. Чтобы его вынуть, к нему необходимо приложить силу $F_1 = 10$ Н, а чтобы полностью погрузить, потребуется сила $F_2 = 20$ Н (см. рисунок). Определите плотность тела.

5.205. Из пластилина сделали подводную лодку и погрузили ее в воду. Лодка оказалась под водой, но не утонула. Определите объем воздуха, запертого в лодке, если известно, что лодка вытеснила собой воду объемом $V_0 = 50$ см^3. Плотность пластилина $\rho = 1{,}4$ г/см^3.

5.206. Цилиндрическая дубовая лохань (мелкая деревянная посуда) массой $m = 1{,}2$ кг вмещает $V = 1{,}8$ л воды. Если ее опустить дном вниз в озеро, верхний край лохани будет выступать над поверхностью воды на высоту $h_1 = 4$ см. На какую высоту h_2 лохань будет выступать над поверхностью озера, если ее до краев заполнить водой?

5.207. В ванну, заполненную водой, опустили кольцо из парафина (см. рисунок). Площадь поперечного сечения отверстия кольца $S = 300$ см^2, а его высота $H = 5$ см. Какую массу бензина можно влить внутрь кольца так, чтобы он не попал наружу?

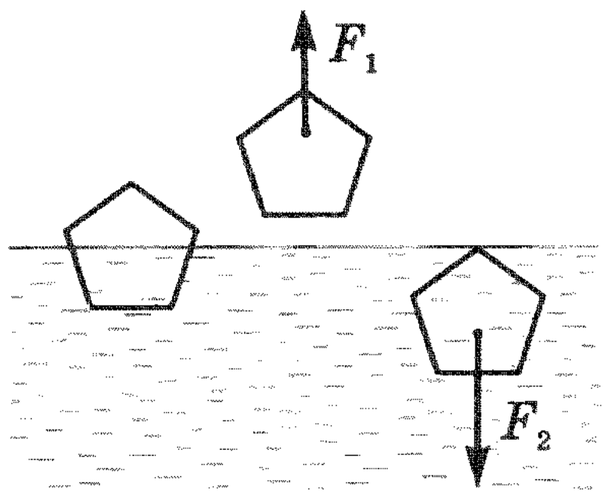


Рис. 5.204

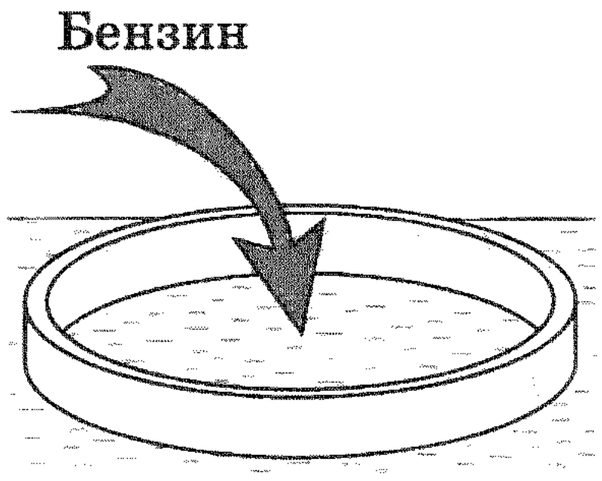


Рис. 5.207

5.208. Экспериментатор Глюк проводил исследования с телами равного объема. Он удерживал с помощью динамометра тело полностью погруженным в воду и обнаружил, что во всех опытах показания динамометра составляли либо $F_1 = 1$ Н, либо $F_2 = 2$ Н. Плотность самого тяжелого тела Глюк определил экспериментально: $\rho_т = 1{,}4$ г/см^3. Определите объем V одного тела. Найдите все возможные для описанного опыта плотности других тел.

5.209. Ледяной кубик с воздушными пузырьками аккуратно положили в кастрюлю, доверху заполненную водой. Часть воды вылилась через край, и верхняя грань кубика, параллельная поверхности воды, стала выступать над ней на высоту $h = 2$ см. Какой объем V_1 воды вылился из кастрюли сразу после опускания

кубика? Какой объем V_2 воды дополнительно вытечет из кастрюли к тому времени, когда кубик полностью расплавится? Средняя плотность кубика $\rho = 800$ кг/м^3.

5.210. В цилиндрический сосуд с площадью сечения $S_1 = 200$ см^2 и высотой $h = 30$ см налит объем $V = 3$ л воды. В сосуд опускают стержень сечения $S_2 = 100$ см^2, высота которого равна высоте сосуда. Какую минимальную массу должен иметь стержень, чтобы он опустился до дна сосуда?

5.211. Пластмассовый кубик плавает в жидкости, погрузившись в нее на треть своего объема. При замене жидкости на другую, объем погруженной части увеличился вдвое. Какая часть кубика будет погружена в жидкость, полученную в результате смешивания этих двух жидкостей, взятых в объемном отношении $V_1/V_2 = 2$?

5.212. Однородный куб плавает, погрузившись на глубину h в жидкость. На какую глубину в этой же жидкости погрузится куб, имеющий вдвое большую плотность и с вдвое большей стороной?

5.213. Во время профилактического ремонта дно лодки-плоскодонки оклеили слоем пластика толщиной 3 см. После этого высота надводной части лодки уменьшилась на 1,8 см. Определите плотность пластика.

5.214. Резиновый детский мяч плавает на поверхности воды, когда погружена 1/8 часть его объема. Другой мяч вдвое большего радиуса погружается на 1/10 объема. Во сколько раз толщина стенки у второго мяча больше, чем у первого?

5.215. В цилиндрический сосуд с водой налили $V = 0{,}2$ л масла, которое образовало на воде слой толщиной $d = 1$ см. Затем в сосуд опустили плоскую таблетку из сала массой $m = 360$ г и толщиной $h = 5$ см. На какую высоту l таблетка будет выступать над маслом? Плотность сала $\rho_c = 0{,}72$ г/см^3.

5.216. Тело, склеенное из трех соосных цилиндров разного поперечного сечения и разной высоты, погружают в некоторую жидкость и снимают зависимость силы Архимеда F, действующей на тело, от глубины h его погружения (см. рисунок). Известно, что площадь сечения самого узкого (не факт, что самого нижнего)

цилиндра $S = 10$ см^2. Постройте график зависимости $F(h)$ и с его помощью определите высоту каждого из цилиндров, площади сечения двух других цилиндров и плотность жидкости. В процессе эксперимента ось симметрии цилиндров оставалась вертикальной.

h, см	0	1	3	6	8	11	12	13	15	17	18	20	21	22	23	25	27
F_a, Н	0	0,3	0,9	1,8	2,4	3,6	4,2	4,8	6,0	7,2	7,3	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	7,9

5.217. Два одинаковых шероховатых кирпича положили на дно аквариума (см. рисунок). После этого в аквариум стали наливать воду. Зависимость силы F давления кирпичей на дно аквариума от высоты h слоя налитой воды изображена на графике. Определите длины a, b, и c ребер кирпичей и плотность ρ материала, из которого они изготовлены.

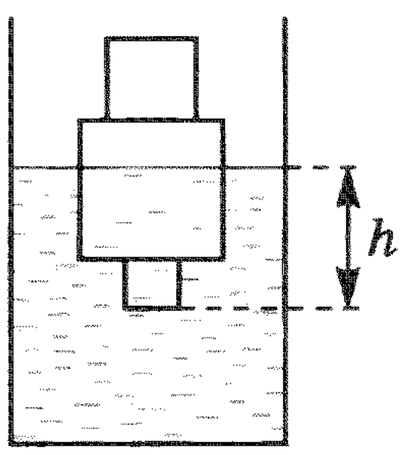


Рис. 5.216

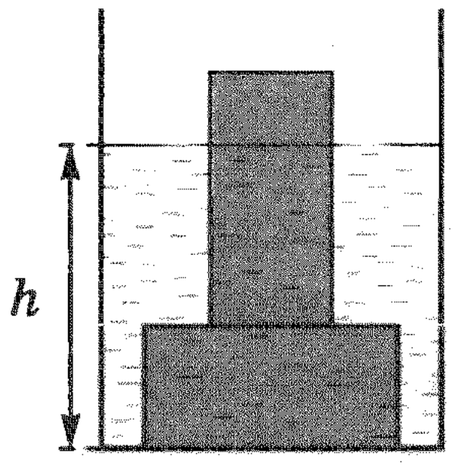


Рис. 5.217

5.218. Брусок квадратного сечения плавает в воде так, что из воды выступает часть высотой $H = 0{,}6a$, где a – сторона квадрата (см. рисунок). Какова плотность ρ бруска?

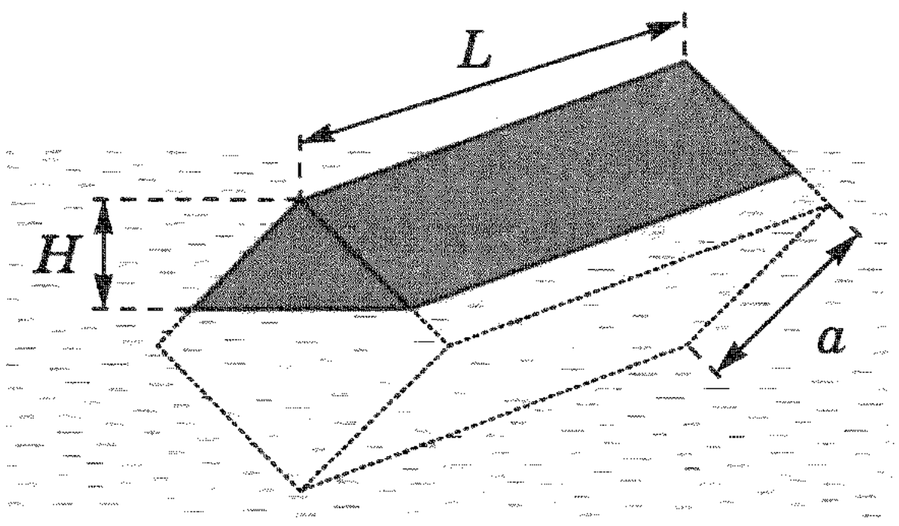


Рис. 5.218

5.219. Экспериментатор Глюк, стоя на берегу моря, решил запустить воздушный шар объемом $V = 30$ л. Масса оболочки шара

$m = 0{,}02$ кг. Глюк наполнил шар гелием при нормальном давлении. Найдите высоту подъема воздушного шара, если плотность гелия при нормальных условиях $\rho = 0{,}18$ г/л. Объем шара при подъеме не меняется. График зависимости плотности воздуха от высоты над уровнем моря представлен на рисунке.

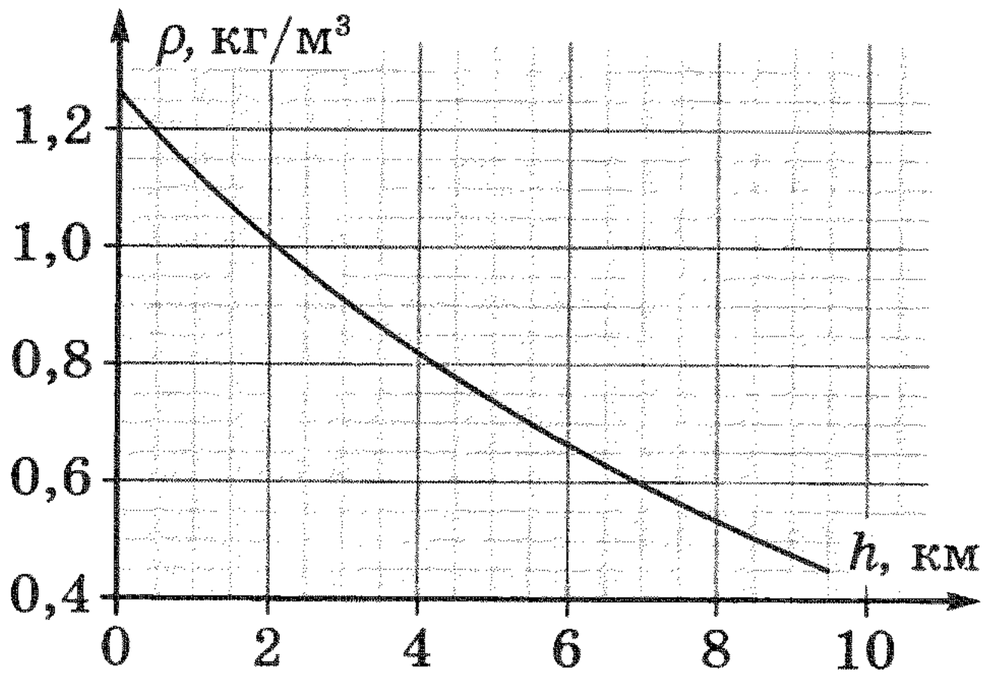


Рис. 5.219

5.220. Для стирки белья в квадратном душевом поддоне с размером стороны $a = 80$ см и высотой бортика $h = 20$ см хозяйка использует находящийся в поддоне частично заполненный водой и бельем квадратный тазик с размером стороны $a/2$, высотой бортика h и общей массой $m = 2{,}4$ кг. Для полоскания белья хозяйка использует находящийся в том же поддоне цилиндрический тазик, полностью заполненный водой (см. рисунок). Радиус дна тазика $R = a/4$ и высота его бортика h. Каким будет уровень H в поддоне, если вылить в него всю воду из круглого тазика? После выливания воды круглый тазик убирают из поддона. Сливное отверстие поддона закрыто пробкой.

5.221. Для стирки белья в квадратном душевом поддоне с размером стороны $a = 80$ см и высотой бортика $h = 20$ см хозяйка использует находящийся в поддоне частично заполненный водой и бельем квадратный тазик с размером стороны $a/2$, высотой бортика h и общей массой $m = 16$ кг (см. рисунок). Для полоскания белья хозяйка использует находящийся в том же поддоне круглый цилиндрический тазик с радиусом дна R и высотой бортика h. Чему равен максимально возможный радиус R круглого тазика, полностью заполненного водой, если при выливании воды из него в поддон квадратный тазик не всплывает? После выливания воды круглый тазик убирают из поддона. Сливное отверстие поддона закрыто.

5.222. В стакан, наполовину заполненный жидкостью плотностью ρ, опускают удерживаемый в вертикальном положении цилиндр, по высоте равный высоте стакана h. Цилиндр оказывается в равновесии, когда от его нижнего торца до дна остается четверть высоты стакана. Чему равна плотность материала цилиндра, если его сечение S, а сечение стакана S_0?

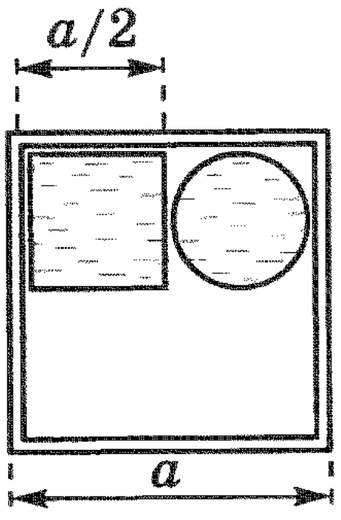


Рис. 5.220

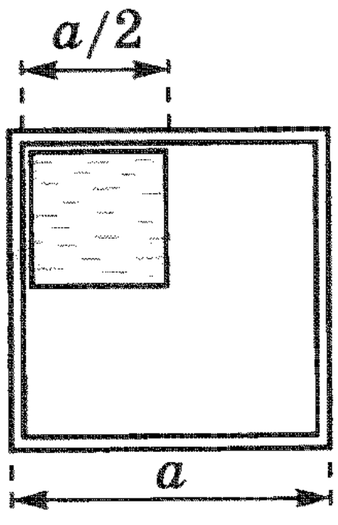


Рис. 5.221

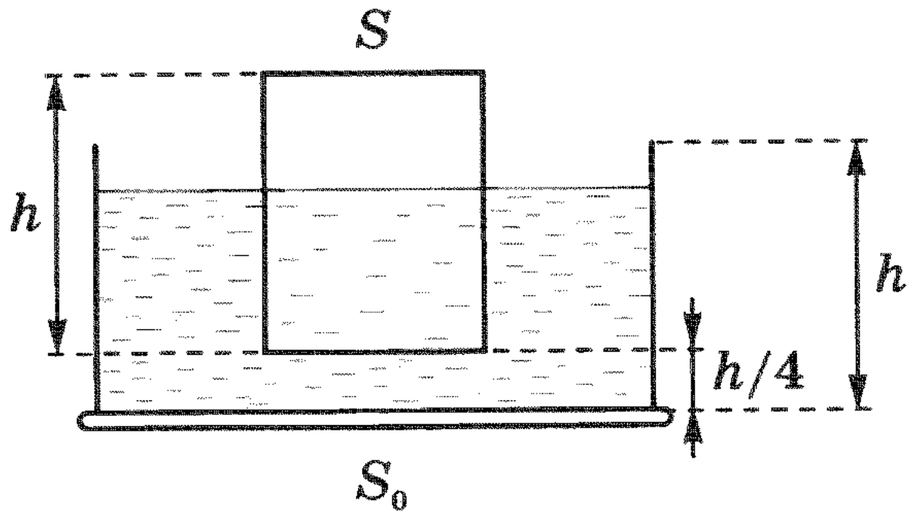


Рис. 5.222

5.223. Подводная опора, забитая в грунт водоема глубиной $h = 3$ м, представляет из себя два соосных цилиндра различного диаметра (см. рисунок). Найдите силу, действующую на опору со стороны воды в водоеме, если площадь сечения цилиндра меньшего диаметра, забитого в грунт, равна $S = 1$ м^2, объем части опоры ABC, находящейся в воде, $V = 4$ м^3. Атмосферное давление не учитывать.

5.224. Подводная опора, забитая в глинистый грунт водоема глубиной $h = 3$ м, представляет из себя два соосных цилиндра разного диаметра (см. рисунок). Найдите силу, действующую на опору со стороны воды в водоеме, если площадь сечения цилиндра большего диаметра, забитого в грунт, равна $S = 2$ м^2, объем части опоры ABC, находящейся в воде, $V = 3$ м^3. Атмосферное давление не учитывать.

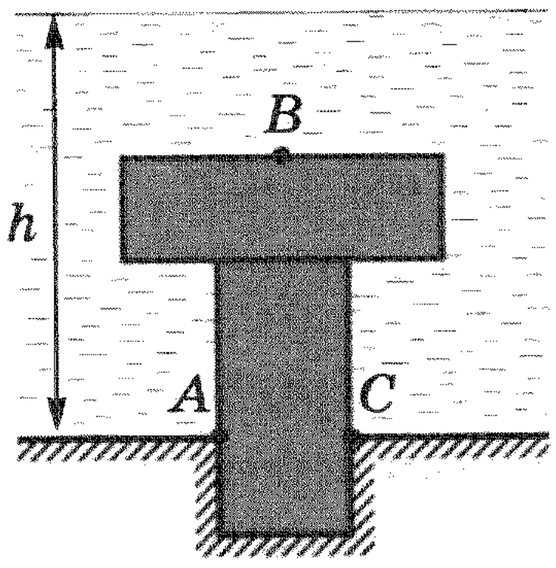


Рис. 5.223

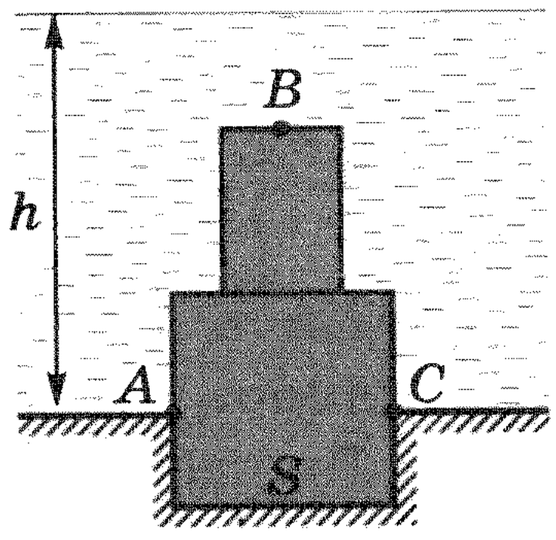


Рис. 5.224

5.225. Тонкая прямая проволока, представляющая собой цилиндр длины L и сечением S, изготовлена из однородного материала с плотностью ρ. Удерживая за верхний конец, проволоку вертикально погружают на половину своей длины в жидкость с плотностью ρ_0 ($\rho > \rho_0$). Найдите силу натяжения проволоки на расстоянии h от ее нижнего конца.

5.226. В лунку размером $10 \times 10 \times 10$ см^3, целиком заполненную водой, опускают цилиндрическое тело (ось цилиндра вертикальна). В результате часть воды из лунки выливается, а тело начинает плавать в ней (см. рисунок). После этого из лунки отлили еще $m = 250$ г воды, так что цилиндр стал плавать, касаясь дна лунки. Какая масса воды M осталась в лунке? Чему равна плотность ρ материала цилиндра? Диаметр цилиндра d немного меньше 10 см, высота цилиндра равна его диаметру.

5.227. На дне лунки размером $10 \times 10 \times 10$ см^3 лежит шар, диаметр которого d немного меньше 10 см. В лунку наливают воду до тех пор, пока шар не начинает плавать, касаясь дна лунки. После этого в лунку пришлось долить еще $m = 250$ г воды, чтобы она оказалась заполненной водой до верха (см. рисунок). Какую массу воды M налили в лунку вначале? Чему равна плотность материала шара? *Примечание:* объем шарового сегмента высотой h равен $V=\pi h^2(R-h/3)$, где R – радиус шара.

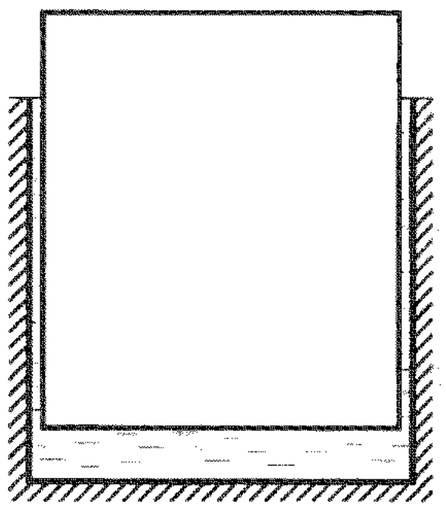


Рис. 5.226

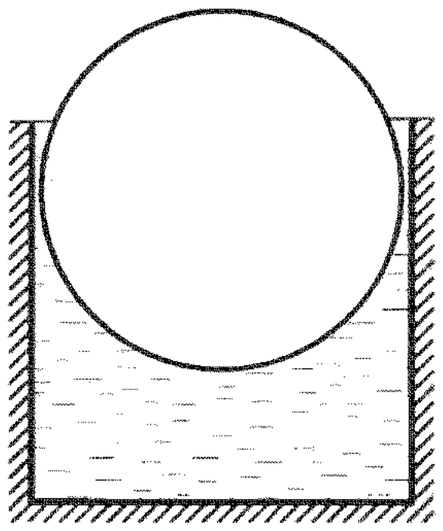


Рис. 5.227

5.228. Отверстие в дне сосуда закрыто поршнем, состоящем из цилиндра длиной L и радиусом R и полусферы того же радиуса (см. рисунок). Поршень может перемещаться вертикально без трения. Пружиной жесткостью k поршень прикреплен к неподвижному основанию. В сосуд наливают жидкость плотностью ρ, после чего верхняя точка поршня оказывается на глубине h под поверх-

ностью воды, а толщина слоя воды в сосуде H. На какое расстояние x переместится поршень по сравнению с его положением в пустом сосуде?

5.229. Имеется система из трех корыт разного размера, вложенных друг в друга. Объем самого большого корыта равен 10 л. Высота большого корыта больше высоты среднего, а высота среднего больше высоты самого маленького. В самое большое и среднее корыто наливают по одному литру воды. Сколько максимально литров воды можно долить в систему, чтобы вода не выливалась за пределы самого большого сосуда? Массами корыт, а также толщиной их стенок можно пренебречь.

5.230. Пустая стеклянная бутылка плавает в цилиндрическом сосуде с водой. Площадь дна сосуда $S = 250$ см^2. Из чайника в бутылку медленно наливают воду и, когда масса воды достигает $m = 300$ г, бутылка начинает тонуть. Оказалось, что, когда весь воздух из бутылки вышел, уровень воды в сосуде изменился на $\Delta h = 0{,}60$ см по сравнению с тем моментом, когда в бутылку начали наливать воду. Вычислите вместимость бутылки V.

5.231. В сосуд с жидкостью с линейно изменяющейся плотностью погрузили тело, состоящее из двух соединенных соосных цилиндров, имеющих площади сечения S и $2S$. У верхнего торца цилиндра плотность жидкости ρ, у нижнего 3ρ. Высоты широкой и узкой части тела одинаковы и равны h. При какой плотности тела оно будет свободно плавать в положении, приведенном на рисунке?

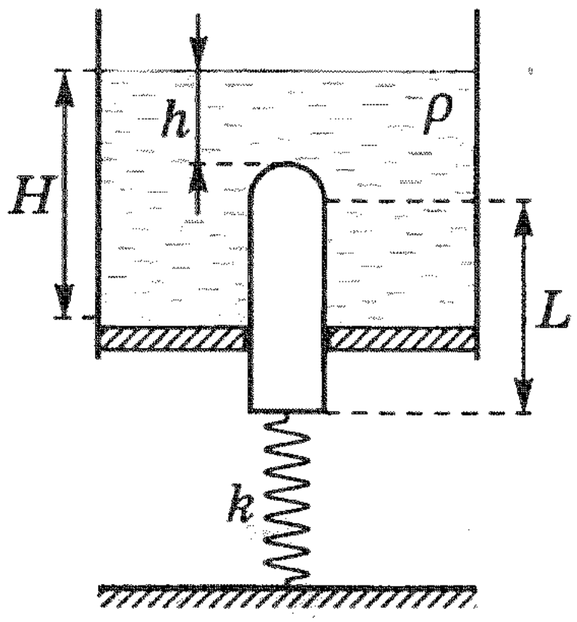


Рис. 5.228

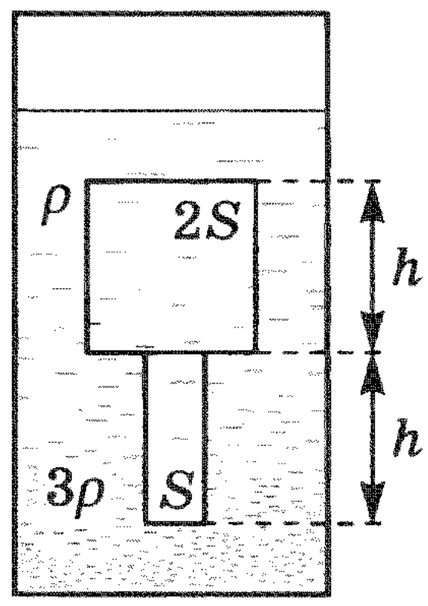


Рис. 5.231

5.232. В загрязненном водоеме толщина слоя нефти на поверхности воды составляет $d = 1{,}0$ см. На поверхность водоема пустили плавать легкий цилиндрический стаканчик массой $m = 4{,}0$ г с площадью дна $S = 25$ см^2. Стакан был сначала пустым, а его дно было выше середины уровня нефти (см. рисунок). Затем в него долили нефти так, чтобы ее уровни в стакане и снаружи сравнялись. В обоих случаях дно находилось на одном и том же расстоянии a от уровня воды. Определите плотность ρ_1 нефти, считая плотность воды известной.

5.233. Стеклянный цилиндр с нанесенной на его боковую поверхность миллиметровой шкалой, служащей для определения уровня налитой жидкости, заполнен водой до отметки в 200 мм (см. рисунок). Площадь поверхности воды в сосуде $S = 500$ см^2. В цилиндр опустили дубовую шайбу толщиной $H = 50$ мм и площадью основания $s = 100$ см^2. Вычислите, на сколько миллиметров основание шайбы опустится ниже отметки исходного уровня воды.

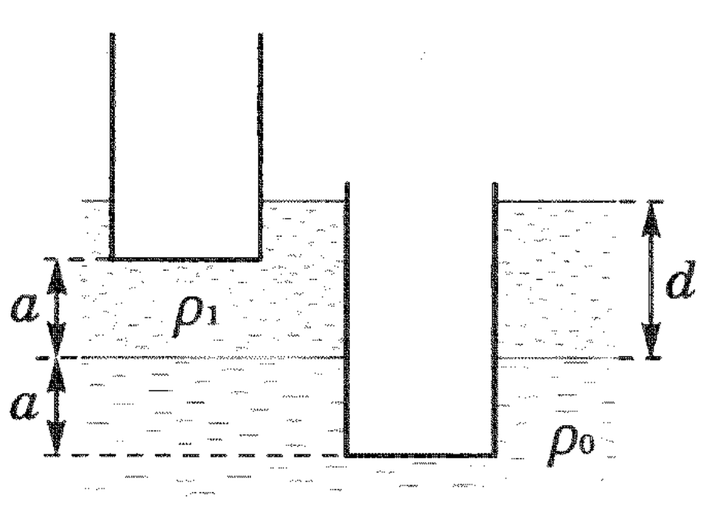


Рис. 5.232

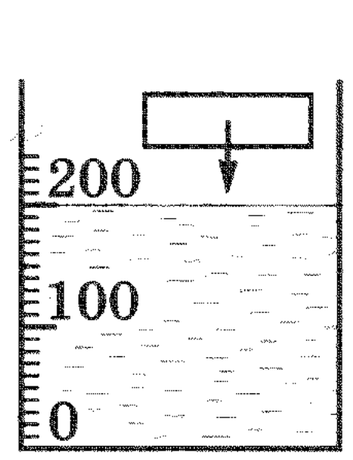


Рис. 5.233

5.234. Березовая и дубовая доски, одинаковые по длине и ширине, но разные по толщине, склеены между собой и плавают на поверхности воды. Общая толщина системы $h = 24$ см. Если дубовая доска снизу, то она оказывается полностью погруженной в воду, а береза воды не касается. Определите, на каком расстоянии Δh от поверхности воды окажется место склеивания досок, если систему пустить плавать березой вниз.

5.235. Конструкция, состоящая из двух склеенных брусков, плавает в воде, находясь в горизонтальном положении и возвышаясь на $h_0 = 23{,}2$ мм над поверхностью воды (см. рисунок). Выступающую над водой часть верхнего бруска удаляют (разрез проходит вдоль уровня воды). Оказалось, что новая конструкция также плавает горизонтально, выступая над водой на ту же высоту h_0. Опре-

делите плотность ρ_2 верхнего бруска и толщину h_1 нижнего бруска. Плотность нижнего бруска $\rho_1 = 420$ кг/м^3.

5.236. Тонкостенный стакан массой m плавает в вертикальном положении на границе раздела двух несмешивающихся жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2 (см. рисунок). Определите глубину погружения стакана в нижнюю жидкость, если дно стакана имеет площадь S и толщину h, а сам стакан заполнен жидкостью с плотностью ρ_1.

5.237. Однородный куб со стороной a плавает на границе раздела двух несмешивающихся жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2 (см. рисунок). Определите глубину погружения куба в нижнюю жидкость, если его плотность равна средней а) арифметической, б) геометрической плотности жидкостей.

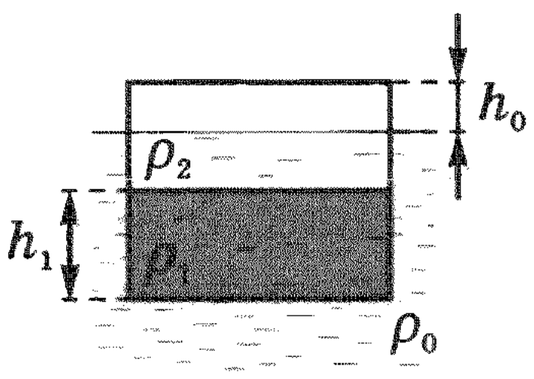


Рис. 5.235

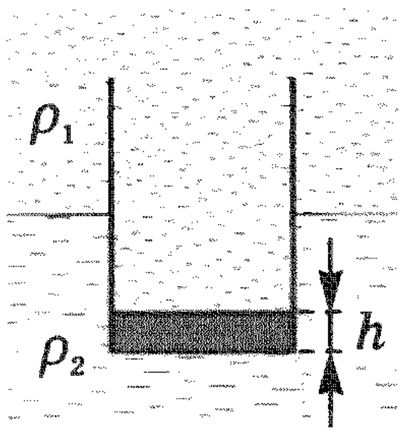


Рис. 5.236

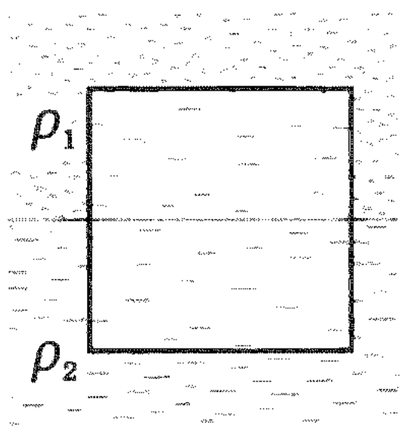


Рис. 5.237

5.238. В широком сосуде с водой плавает дубовый кубик с ребром $a = 10$ см. К воде доливают керосин так, что жидкости не перемешиваются. При какой толщине слоя керосина объем находящейся в воде части кубика изменится в два раза по сравнению с объемом до наливания керосина?

5.239. Из одинаковых кубиков строят объемную пирамиду из десяти рядов, верхние три ряда которой изображены на рисунке (вид сверху). Кубики жестко скреплены между собой. Если эту пирамиду опустить в сосуд с бензином, плотность которого равна 800 кг/м^3, то она будет плавать, погружаясь в бензин ровно на три нижних ряда. Определите плотность жидкости, в которой эта пирамида будет плавать, погрузившись ровно на один нижний ряд.

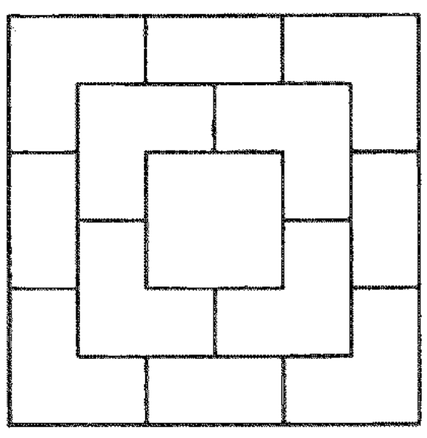


Рис. 5.239

5.240. Из одинаковых однородных кубиков строят объемную пирамиду из десяти рядов, верхние три ряда которой изображены на рисунке (вид сверху). Кубики жестко скреплены между собой. Плотность кубиков равна 500 кг/м^3. На какую глубину погрузится пирамида, если ее опустить в сосуд с бензином, плотность которого равна 800 кг/м^3? Ребро кубика равно 10 см.

5.241. При нагревании или охлаждении твердые тела изменяют свой объем. Коэффициентом объемного расширения β называется коэффициент пропорциональности между относительным изменением объема $\Delta V/V$ тела и изменением температуры тела Δt, то есть $\Delta V/V = \beta\Delta t$. Стеклянный шарик с коэффициентом объемного расширения β_1 полностью погружают в жидкость сначала при температуре t_1, а затем при температуре t_2. Модули сил Архимеда, действующих на шарик в этих случаях, равны соответственно F_1 и F_2. Определите коэффициент объемного расширения жидкости β_2.

5.242. В дне сосуда имеется сужающееся отверстие, плотно закрытое конической пробкой (см. рисунок). Площадь основания пробки S, высота L. Уровень дна сосуда пересекает конус на половине его высоты. Плотности пробки и жидкости составляют ρ_0 и ρ соответственно. Какой должна быть высота уровня жидкости $H > 0$ над основанием конуса, чтобы пробка не всплывала? Какую минимальную внешнюю силу F, направленную вверх, нужно в этом случае приложить к пробке, чтобы ее вытащить?

5.243. Круглое отверстие в дне сосуда закрыто конической пробкой с сечением основания S и высотой h (см. рисунок). При какой наибольшей плотности материала пробки ρ можно, доливая воду, добиться всплытия пробки? Площадь отверстия равна S_0, плотность воды равна ρ_0.

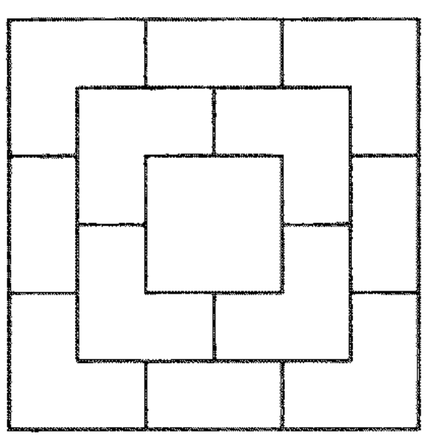


Рис. 5.240

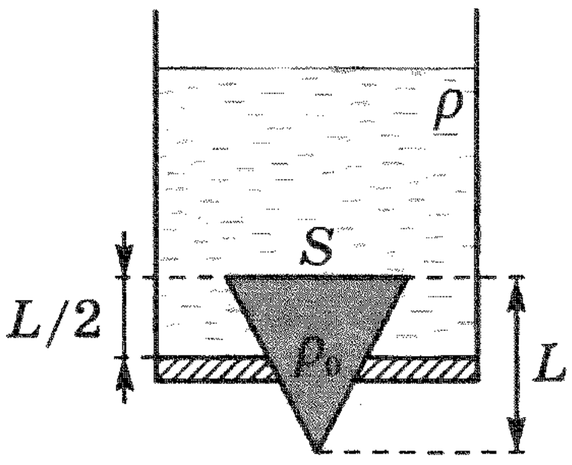


Рис. 5.242

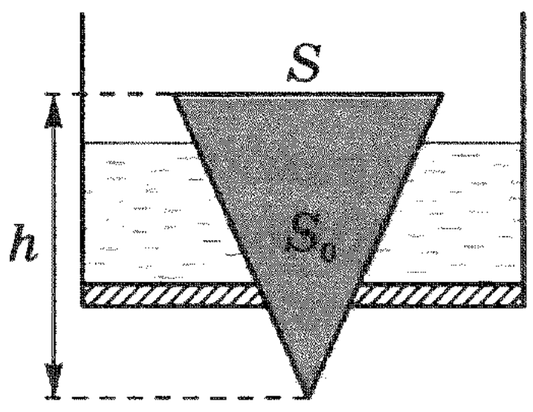


Рис. 5.243

5.5. СТАТИКА С ЭЛЕМЕНТАМИ ГИДРОСТАТИКИ

Тренировочные задания

5.244. Алюминиевый и железный сплошные шары уравновешены на рычаге. Нарушится ли равновесие, если шары погрузить в воду? Рассмотрите два случая: а) шары одинакового объема; б) шары одинаковой массы.

5.245. В перевернутую квадратную воронку массой m, стоящую на столе, наливают жидкость (см. рисунок). После того как уровень жидкости достигает верхнего края воронки, она начинает приподниматься. Высота носика равна H. Площадь основания воронки равна S. Носик тонкий. Определите плотность налитой в воронку жидкости.

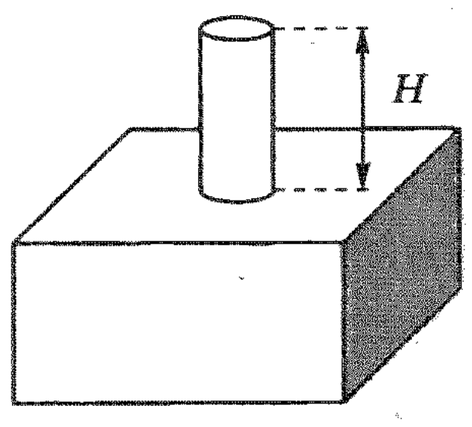


Рис. 5.245

5.246. Определите натяжение нити, связывающей два шарика объемом $V = 10$ см^3 каждый, если верхний шарик плавает, наполовину погрузившись в воду (см. рисунок). Нижний шарик в три раза тяжелее верхнего.

5.247. Отверстие в горизонтальном дне сосуда закрыто легким полусферическим колоколом радиусом R (см. рисунок). Сосуд заполнен жидкостью плотностью ρ до высоты H. Найдите силу, с которой колокол давит на дно сосуда.

5.248. В полусферический колокол радиуса R, края которого плотно прилегают к поверхности стола, наливают через отверстие вверху жидкость. Когда жидкость доходит до отверстия, она приподнимает колокол и начинает из-под него вытекать (см. рисунок). Найдите массу колокола, если плотность жидкости ρ.

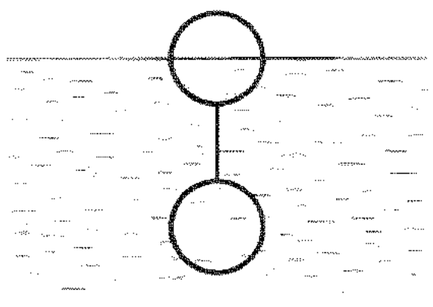


Рис. 5.246

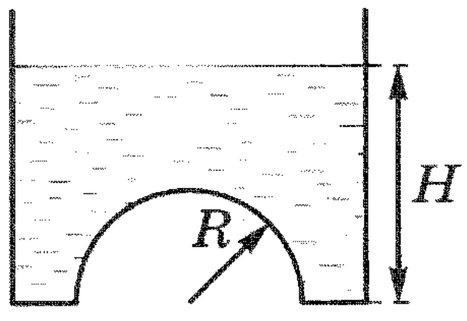


Рис. 5.247

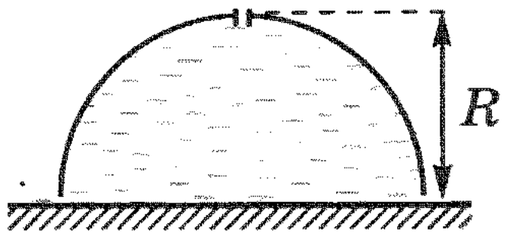


Рис. 5.248

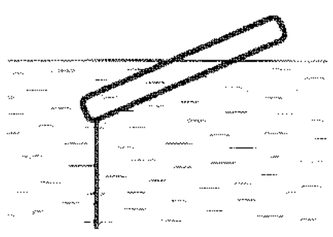


Рис. 5.249

5.249. Определите силу натяжения нижней лески у поплавка, изображенного на рисунке, если поплавок погружен в воду на две трети своей длины. Масса поплавка $m = 2$ г.

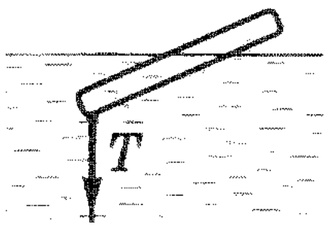


Рис. 5.250

5.250. Тонкий стержень длиной L, изготовленный из неоднородного по плотности материала, имеет поперечное сечение S и массу m (см. рисунок). На каком расстоянии от нижнего края расположен центр тяжести стержня и какая его часть торчит над водой, если сила натяжения нити равна T?

5.251. Тонкий однородный стержень, закрепленный за верхний конец шарнирно, находится в устойчивом равновесии, когда три четверти его длины погружены в жидкость. Найдите отношение плотности материала, из которого изготовлен стержень, к плотности жидкости.

5.252. К концу однородной палочки массой $m = 4$ г подвешен на нити шар радиусом $r = 0{,}5$ см. Палочка лежит на краю стакана (см. рисунок). В равновесии шар погружен в воду ровно наполовину. Палочка делится точкой опоры на две части. Чему равно отношение длин большей части к меньшей? Плотность шара $\rho = 2{,}7$ г/см^3.

5.253. Сосуд, изображенный на рисунке, наполнен водой и опирается о ребро неподвижной призмы. В правую часть сосуда опустили кусок алюминия массой 500 г, а в левую кусок свинца массой 400 г. Какая часть сосуда перевесит?

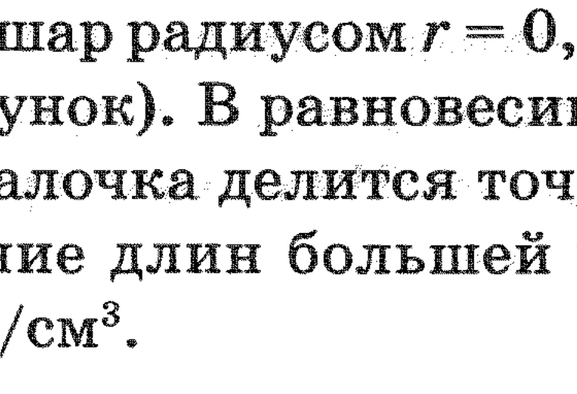


Рис. 5.252

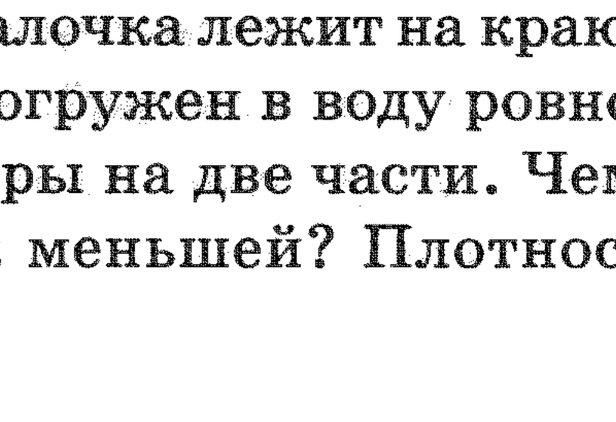


Рис. 5.253

Олимпиадные задания

5.254. Два одинаковых по форме цилиндрических поплавка с помощью лески удерживаются погруженными в воду на половину своей длины (см. рисунок). Определите отношение масс поплавков. Лески вертикальны.

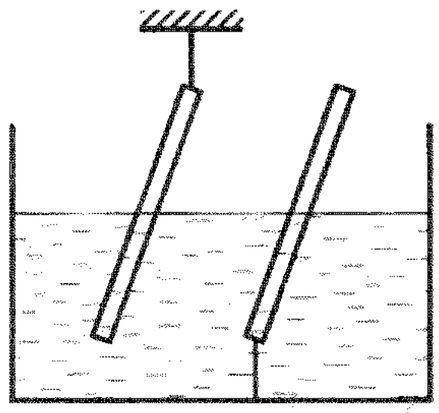


Рис. 5.254

5.255. Шар радиусом $R = 20$ см за ниточку погрузили в жидкость так, что он едва скрылся под поверхностью. Найдите силу давления жидкости на верхнюю половину поверхности шара. Плотность жидкости $\rho = 478$ кг/м^3. Атмосферное давление не учитывать.

5.256. В герметичном сосуде сверху находится жидкость с плотностью $\rho = 800$ кг/м^3, отделенная подвижным поршнем от газа, находящегося внизу и имеющего давление $p = 20$ кПа (см. рисунок). В поршне есть круглое отверстие, в которое вставлен цилиндрический поплавок, погруженный в жидкость на длину $h = 10$ см, а в газ на длину $3h$. Площадь основания поплавка S. Поплавок может свободно скользить относительно поршня, а поршень относительно стенок сосуда. Жидкость нигде не подтекает. Какой должна быть плотность поплавка, чтобы система оставалась в равновесии?

5.257. Два груза висят на нитях в воздухе (см. рисунок). Сила натяжения верхней нити в два раза больше силы натяжения нижней нити. Когда оба груза полностью погрузили в воду, то их взаимное положение не изменилось, и сила натяжения верхней нити уменьшилась на 20%, а нижней – на 30%. Найдите плотности грузов.

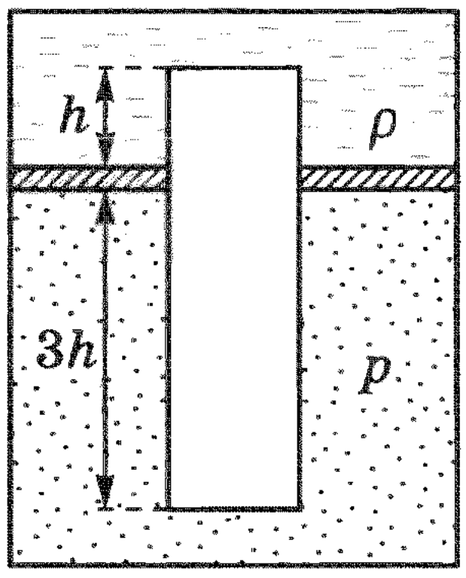


Рис. 5.256

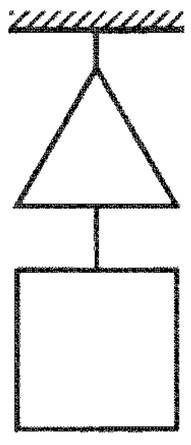


Рис. 5.257

5.258. Два кубика, связанные нитью, находятся в воде (см. рисунок). Верхний, со стороной $a = 60$ см, плавает, погрузившись в воду на две трети объема. Сторона нижнего $a/2$, но его плотность в 2 раза больше, чем у верхнего. Определите плотность материала верхнего кубика ρ и найдите силу натяжения связывающей кубики нити T.

5.259. Два кубика, связанные натянутой нитью, находятся в воде (см. рисунок). Верхний (со стороной $a = 10$ см) плавает, погрузившись в воду на три четверти объема, нижний – касается дна (вода под него подтекает). Сторона нижнего кубика равна $a/2$, его плотность в 2 раза больше, чем у верхнего. Определите, при каких значениях плотности материала верхнего кубика возможно такое состояние системы.

5.260. Два кубика, связанные натянутой нитью, находятся в воде (см. рисунок). Верхний (со стороной a =1 м) плавает, погрузившись в воду на три четверти объема, нижний – касается дна (вода под него не подтекает). Сторона нижнего кубика равна $a/2$, его плотность в 2 раза больше, чем у верхнего. Определите, при каких значениях плотности материала верхнего кубика возможно такое состояние системы. Толщина слоя воды $h = 2$ м известна.

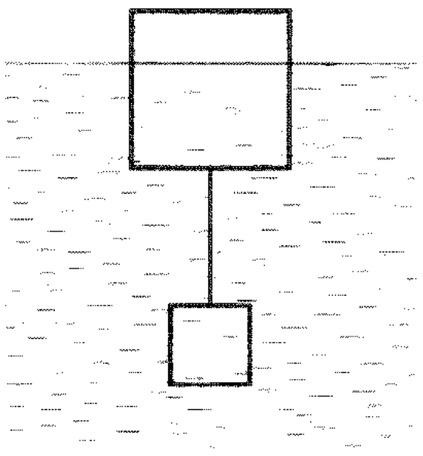


Рис. 5.258

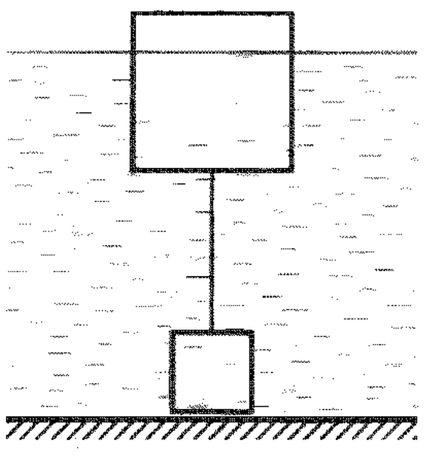


Рис. 5.259

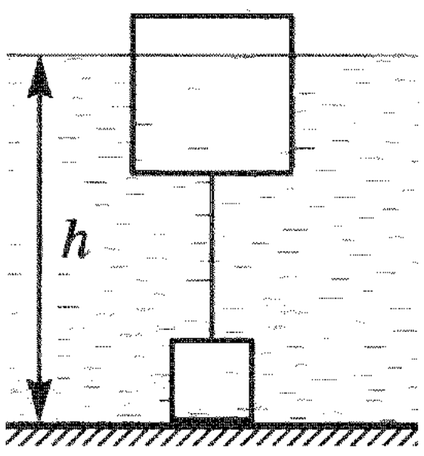


Рис. 5.260

5.261. Тело, привязанное нитью к дну сосуда, погружено в жидкость на 2/3 своего объема (см. рисунок). Сила натяжения нити при этом равна $T_1 = 12$ Н. Для того, чтобы вынуть это тело на 2/3 объема из жидкости, сверху к нему придется приложить вертикальную силу $T_2 = 9$ Н. Определите отношение плотностей жидкости и тела.

5.262. Сосуд глубиной H заполнен жидкостью, плотность которой линейно меняется от ρ_0 на поверхности до ρ на дне сосуда. В сосуд погружают два маленьких шарика одного и того же объема V, свя-

занных тонкой нитью длиной l. Плотность одного шарика ρ_1, плотность другого ρ_2. Через некоторое время шарики устанавливаются так, как показано на рисунке. Найдите силу натяжения нити.

5.263. Плотность раствора соли с глубиной h меняется по закону $\rho = \rho_0 + Ah$, где $\rho_0 = 1$ г/см^3, $A = 0{,}01$ г/см^4. В раствор опущены два шарика, связанные нитью длины $l = 5$ см (см. рисунок). Объем каждого шарика $V = 1$ см^3, а массы $m_1 = 1{,}2$ г, $m_2 = 1{,}4$ г. На какой глубине в равновесии находится каждый шарик, если известно, что нить натянута?

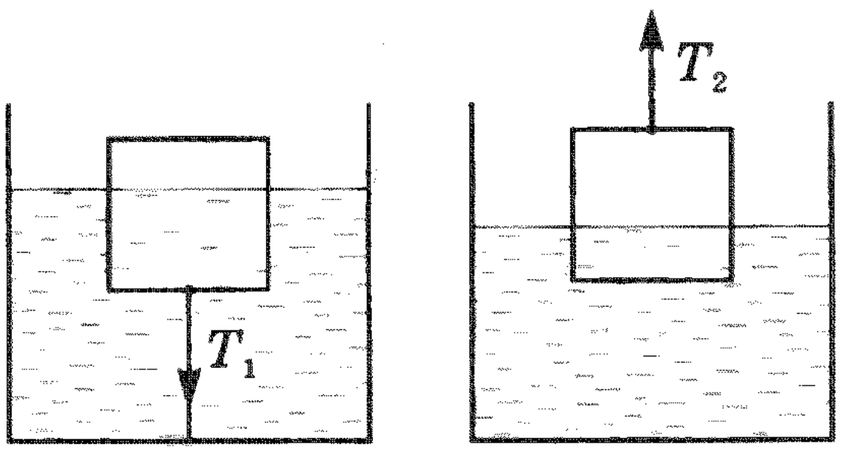


Рис. 5.261

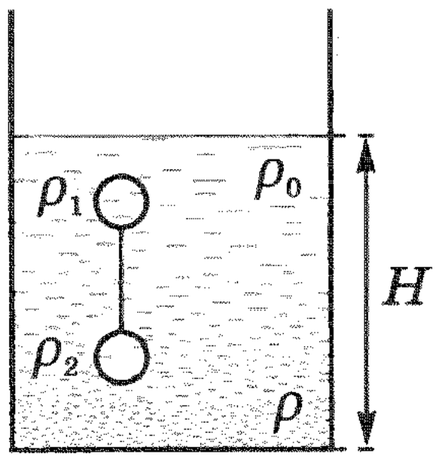


Рис. 5.262

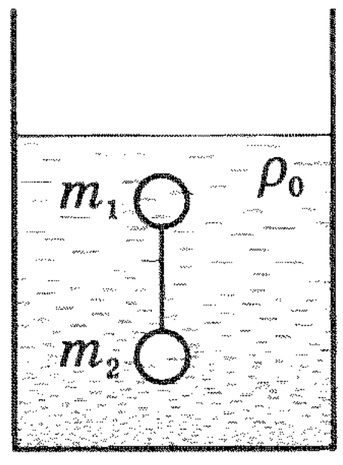


Рис. 5.263

5.264. Шарик подвешен в сосуде на двух нитях, закрепленных на одинаковой высоте, как показано на рисунке. После заполнения сосуда водой натяжение нитей не изменилось. Определите плотность шарика ρ.

5.265. В стакан с жидкостью, имеющей плотность ρ_0, погружены три цилиндрических тела одинакового объема, но разных плотностей ρ, ρ_1 и ρ_2, соединенные системой нитей и блоков (см. рисунок). Система находится в равновесии, если два верхних цилиндра погружены ровно наполовину. Считая известными ρ_1 и ρ_2, определите ρ_0 и ρ.

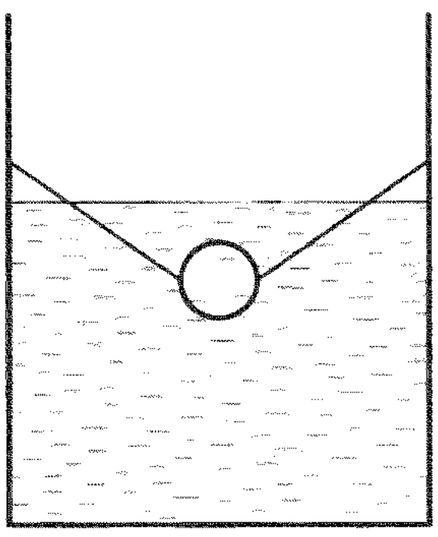


Рис. 5.264

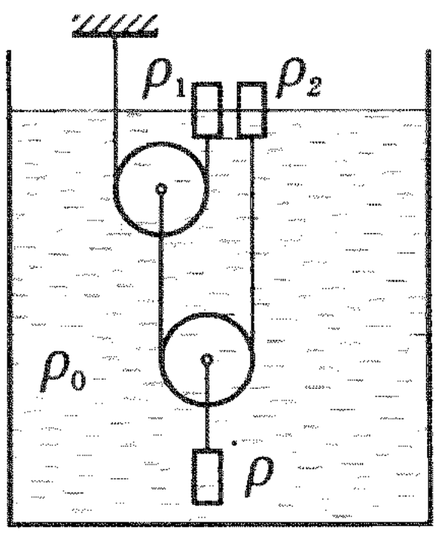


Рис. 5.265

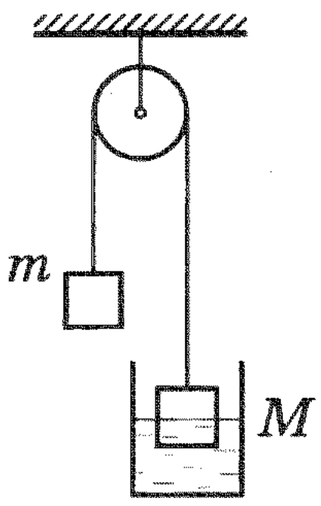


Рис. 5.266

5.266. К одному концу нити, перекинутой через блок, подвешен груз массой M, изготовленный из материала плотностью ρ_1. Груз погружен в жидкость с плотностью ρ_2. К другому концу нити подвешен груз массой m (см. рисунок). При каких значениях m система может находиться в равновесии?

5.267. В жидкость в широком сосуде частично погружены одинаковые кубики со стороной a и массой M, удерживающиеся в равновесии системой из блоков, соединенных нитью (см. рисунок). Плотность жидкости равна плотности кубиков. Изначально правый кубик погружен ровно наполовину. На какую величину изменится глубина его погружения, если на левый кубик поместить небольшой перегрузок массой m? На сколько изменится сила натяжения нити и сила давления жидкости на дно? При каких значениях массы перегрузка оба кубика останутся частично погруженными в жидкость?

5.268. При подготовке полета на Марс Незнайка сконструировал прибор для измерения постоянной g. Прибор представляет собой сосуд, в который помещают тело цилиндрической формы, привязанное ко дну сосуда ниткой (см. рисунок). Плотность тела меньше плотности воды. При проведении измерений сосуд постепенно заполняют водой и замеряют уровень погружения цилиндра в воду в тот момент, когда нить рвется. На Земле нить рвется при погружении на 20 см, на Луне – при погружении на 71 см. На какой глубине погружения порвется нить при проведении измерений на Марсе? Нить рвется при одной и той же силе натяжения, коэффициент g на Земле равен 9,8 Н/кг, на Луне 1,6 Н/кг, на Марсе 3,8 Н/кг.

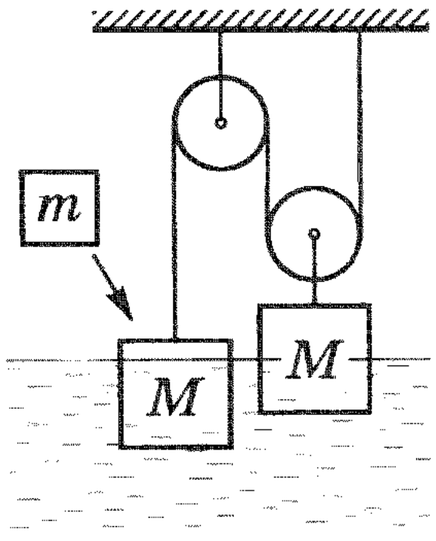


Рис. 5.267

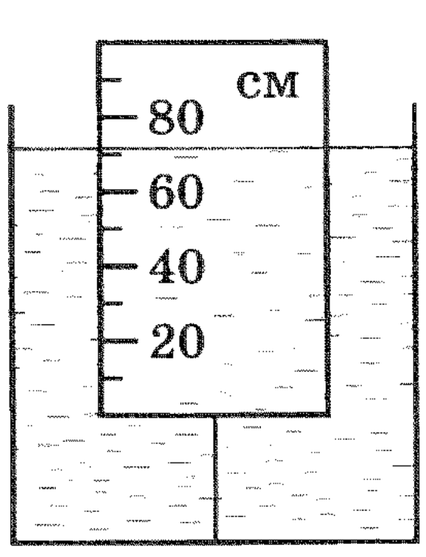


Рис. 5.268

5.269. Пружинные весы, на которых висит ведро с водой, показывают 9,5 кг. В воду полностью погружают кирпич массой 2,5 кг и размерами $5 \times 10 \times 20$ см, удерживая его на веревочке. Показания весов становятся 10 кг. Найдите массу вылившейся воды.

5.270. Экспериментатор Глюк проводил опыт по погружению кубика в жидкость (см. рисунок). В таблицу он заносил показания динамометра F в зависимости от глубины погружения h. Определите плотность кубика ρ и плотность жидкости ρ_0.

h, см	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F, Н	7,40	6,82	6,24	5,66	5,08	4,50	3,92	3,34	3,34	3,34

5.271. Экспериментатор Глюк проводил опыт по погружению кубика из неизвестного материала в жидкость неизвестной плотности (см. рисунок). В таблицу он занес показания динамометра F, соответствующие различным глубинам погружения кубика h. Некоторые значения силы он забыл и не стал вносить в таблицу. Определите плотность кубика ρ и плотность жидкости ρ_0.

h, см	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F, Н	8,74	8,09					4,84	4,19	3,93	3,93

5.272. В цилиндрический сосуд с водой опущен цилиндр, подвешенный на пружине жесткостью $k = 10$ Н/м. Уровень воды в сосуде совпадает с верхней поверхностью цилиндра. После того как точку подвеса пружины подняли вверх на $y = 5$ см (см. рисунок), удлинение пружины увеличилось на $x = 2$ см, а верхняя поверхность цилиндра оказалась на $h = 4$ см выше уровня воды (но цилиндр еще частично в воде). Чему равна площадь сечения сосуда?

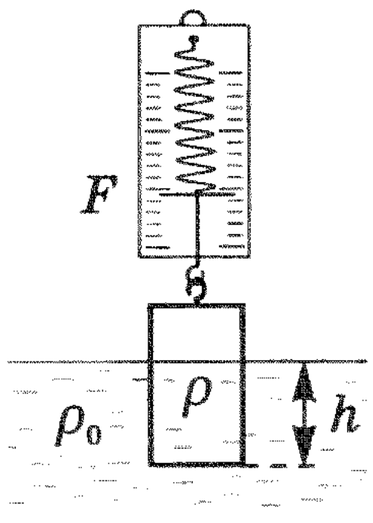


Рис. 5.270

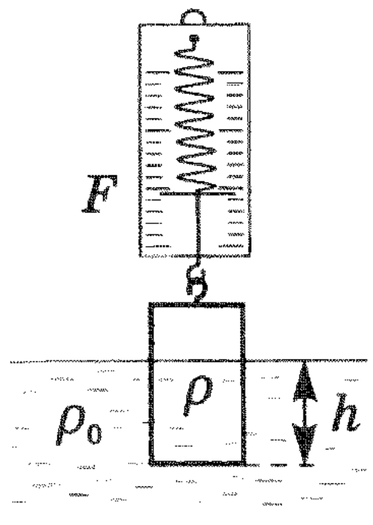


Рис. 5.271

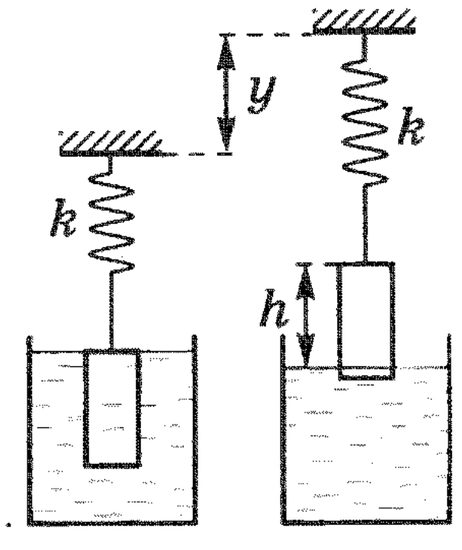


Рис. 5.272

5.273. Система, состоящая из тела объема V, пружины жесткости k и стержня с поперечным сечением S, частично погруженного в жидкость с плотностью ρ, уравновешена с помощью нити, перекинутой через блок (см. рисунок). На сколько изменится деформация пружины, если подвешенное к ней тело полностью погрузить в жидкость с плотностью 2ρ? На сколько при этом изменится глубина погружения стержня?

5.274. Цилиндр, разделенный на 4 равных сектора, плотности которых ρ, 3ρ, 2ρ, 5ρ соответственно, может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр (см. рисунок). Цилиндр опускают в кювету с жидкостью, имеющей плотность 4ρ, до тех пор, пока уровень жидкости не достигнет оси цилиндра. После чего цилиндр раскручивают, и он, сделав несколько оборотов, останавливается. Найдите для каждого сектора долю δ погруженной части.

5.275. Школьники решили сконструировать модель корабля. Для этого они разрезали цилиндрическую трубу радиусом R и длиной $L >> R$ вдоль ее оси по диаметру, а борта, корму и нос соорудили из подручных материалов (см. рисунок). Масса получившейся модели равна M. Центр масс C корабля оказался на H выше оси O трубы. Над местом соединения бортов с трубой школьники расположили иллюминаторы. Им известно, что для того, чтобы корабль устойчиво держался на воде, у самого дна нужно закрепить тяжелый груз (балласт). Помогите школьникам рассчитать возможную массу балласта, учитывая, что иллюминаторы должны находиться выше уровня воды.

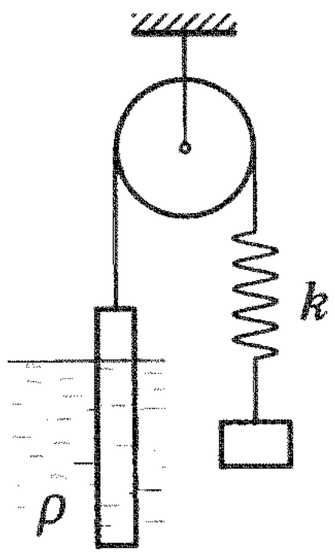
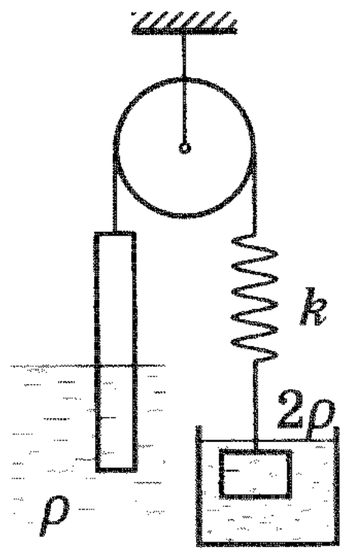


Рис. 5.273



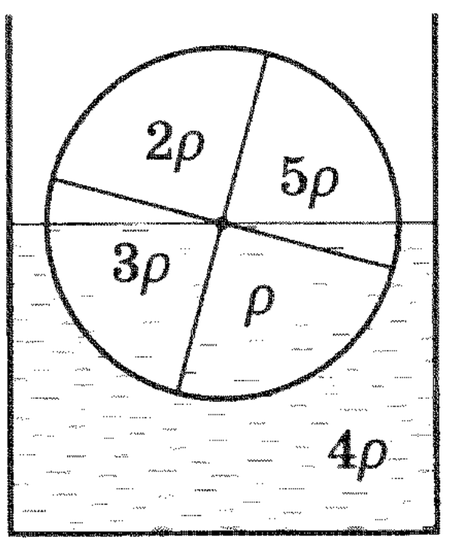


Рис. 5.274

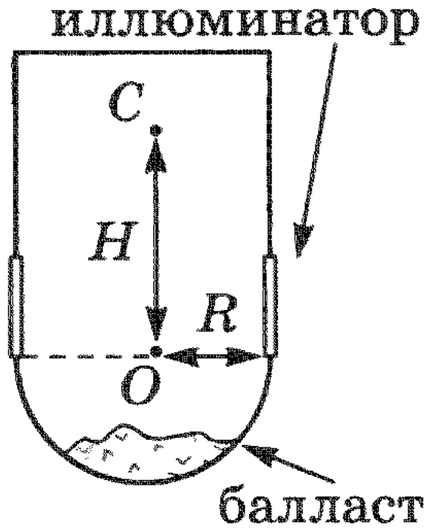


Рис. 5.275

5.276. Кирпич представляет собой параллелепипед, ребра которого относятся как $a : b : c = 1 : 2 : 4$. Плотность кирпича $\rho_к = 3\rho_0$,

где ρ_0 – плотность воды. Кирпичная конструкция, изображенная на рисунке и состоящая из 4-х кирпичей, расположена на дне аквариума и полностью погружена в воду. Вода затекает во все стыки этой конструкции и под нее. Чему равно отношение давлений левой и правой «ноги» на дно аквариума? Как изменится это отношение, если воду из аквариума вылить?

5.277. Кирпич представляет собой параллелепипед, ребра которого относятся как $a : b : c = 1 : 2 : 4$. Плотность кирпича $\rho_к = 3\rho_0$, где ρ_0 – плотность воды. Кирпичная конструкция, изображенная на рисунке, состоит из 4-х кирпичей и расположена на дне аквариума, в который налито столько воды, что ее «ноги» полностью погружены в воду, а «крыша» (верхний кирпич) полностью находится вне воды. Вода затекает во все стыки этой конструкции и под нее. Чему равно отношение давлений левой и правой «ноги» на дно?

5.278. Кирпич представляет собой параллелепипед, ребра которого относятся как $a : b : c = 1 : 2 : 4$. Плотность кирпича $\rho_к = 3\rho_0$, где ρ_0 – плотность воды. Кирпичная конструкция, изображенная на рисунке, состоит из 4-х кирпичей и находится на дне аквариума, в который налито столько воды, что ее «ноги» полностью погружены в воду, а «крыша» (верхний кирпич) полностью находится вне воды. Нижнее основание правой «ноги» тщательно проклеено герметиком, и поэтому вода не подтекает под правую «ногу». При этом под ногой сохранился воздух, находящийся там при атмосферном давлении. Во все остальные стыки этой конструкции вода затекает. Чему равно отношение давлений левой и правой «ноги» на дно аквариума? Массой и объемом герметика можно пренебречь.

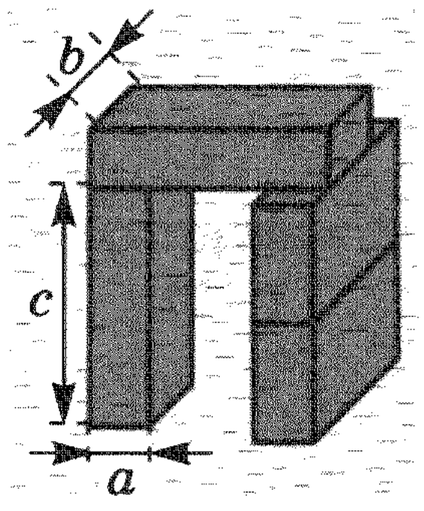


Рис. 5.276

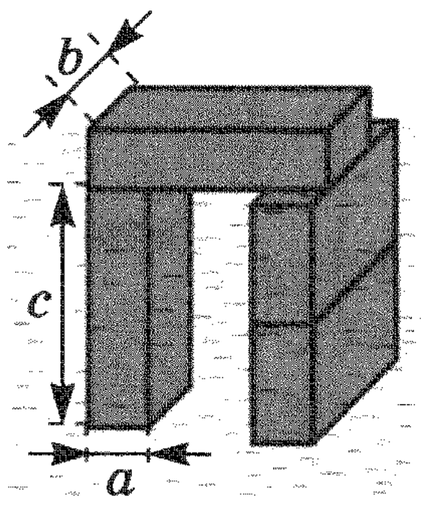


Рис. 5.277

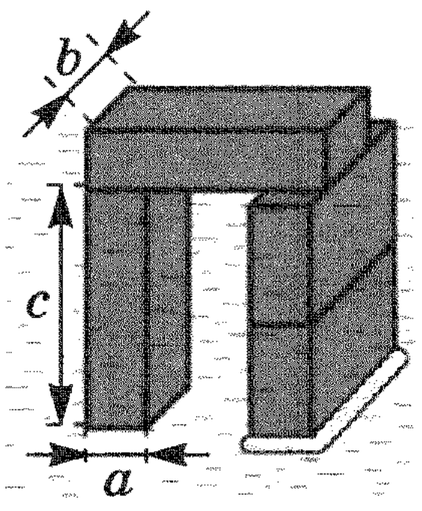


Рис. 5.278

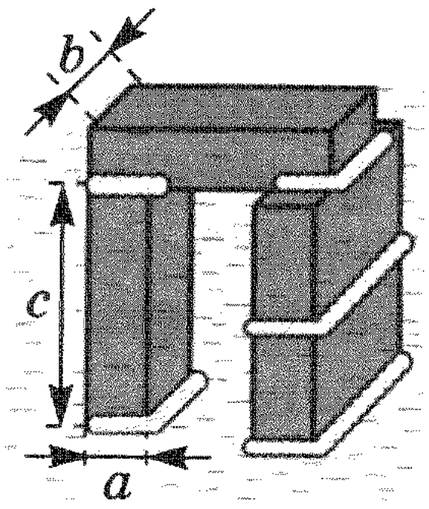


Рис. 5.279

5.279. Кирпич представляет собой параллелепипед, ребра которого относятся как $a : b : c = 1 : 2 : 4$. Плотность кирпича $\rho_к = 3\rho_0$, где ρ_0 – плотность воды. Кирпичная конструкция, изображенная на рисунке, состоит из 4-х кирпичей и находится на дне аквариума. Уровень налитой воды точно совпадает с верхней плоскостью верхнего кирпича. Все стыки этой конструкции тщательно проклеены герметиком, и поэтому вода в них не подтекает, но в этих стыках сохранился воздух, находящийся там при атмосферном давлении. Чему равно отношение давления левой «ноги» на дно аквариума к давлению правой «ноги»? Массой и объемом герметика можно пренебречь.

5.280. Тело, частично погруженное в жидкость, находящуюся в сосуде с вертикальными стенками, уравновешено с помощью рычага, блока и груза (см. рисунок). Опора делит рычаг в отношении 1 : 2. На сколько изменится (по модулю) высота уровня жидкости в сосуде, если к грузу добавить довесок, имеющий массу $m = 0{,}3$ кг? Тело остается частично погруженным в жидкость. Площадь дна сосуда $S = 100$ см^2. Плотность жидкости $\rho = 1200$ кг/м^3.

5.281. На однородном рычаге уравновешена кювета с жидкостью и плавающим в ней бруском (см. рисунок). Масса бруска равна $m = 0{,}8$ кг, масса кюветы вместе с жидкостью $3m$. Определите массу рычага M, если опора делит рычаг в отношении 3 : 5.

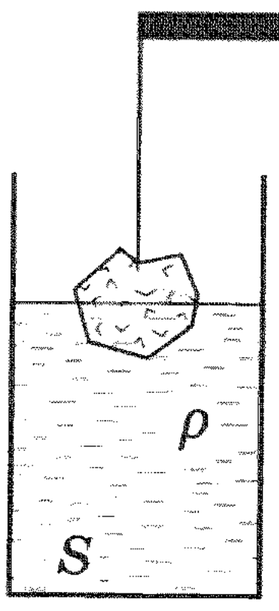
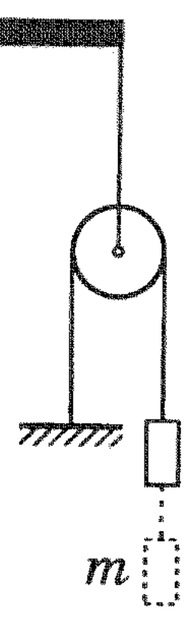


Рис. 5.280



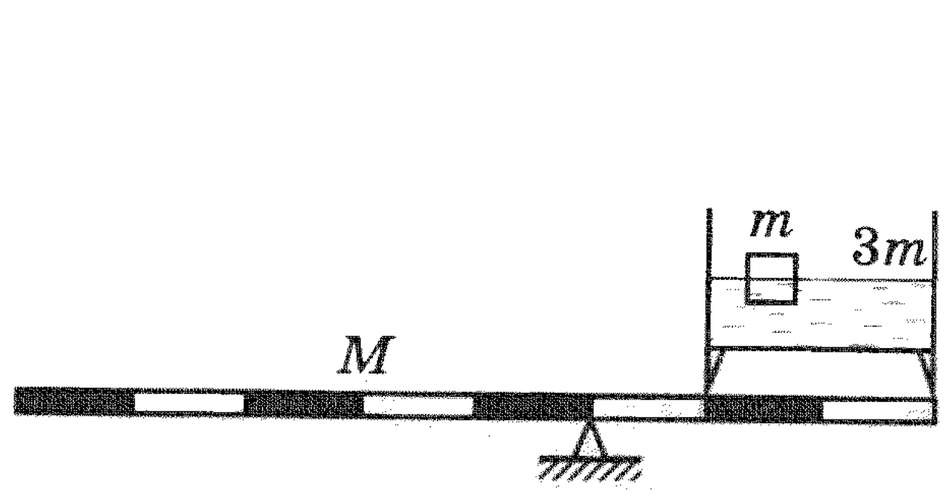


Рис. 5.281

5.282. В систему, находящуюся в равновесии, входят рычаг, кювета с жидкостью, тело массой $m = 1{,}0$ кг, подвешенное на нити,

перекинутой через блок, и противовес (см. рисунок). В результате удлинения нити тело оказывается наполовину погруженным в жидкость. На какую величину Δm следует изменить массу противовеса, чтобы сохранить равновесие системы? Плотности жидкости и погруженного в нее тела равны. Постройте график зависимости изменения массы противовеса от доли погруженного объема тела.

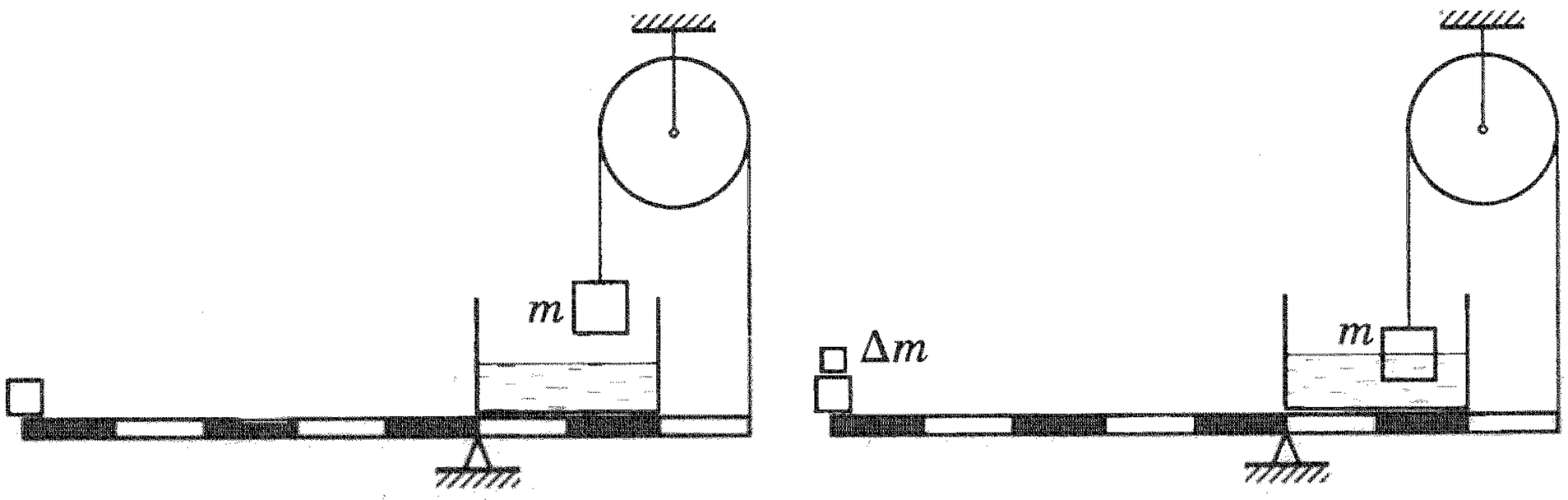


Рис. 5.282

5.283. Сосуд заполнен жидкостью плотности ρ до уровня h_1 (см. рисунок). Отверстие площадью S в дне перекрыто снизу пластинкой, которая связана нитью с поплавком, наполовину погруженным в жидкость. С какой силой пластинка давит на дно, если при повышении уровня жидкости на величину h_2 (при которой поплавок полностью погружен) жидкость начинает выдавливаться из отверстия? Массами поплавка, нити и пластинки пренебречь.

5.284. На рычажных весах стоят 2 стакана с водой (см. рисунок). Ко дну левого стакана ниткой привязан шарик для пинг-понга. В правый стакан на нити опущен металлический шар такого же объема, как и левый. Какая чаша перевесит?

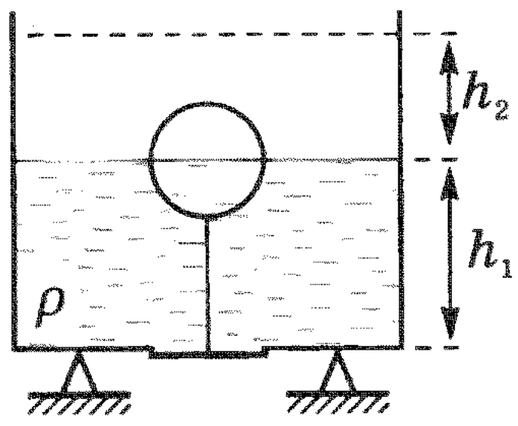


Рис. 5.283

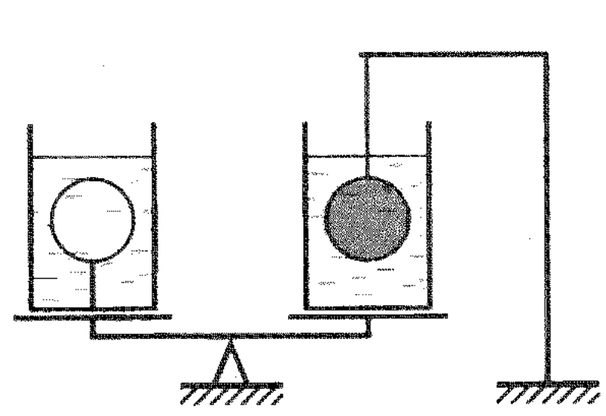


Рис. 5.284

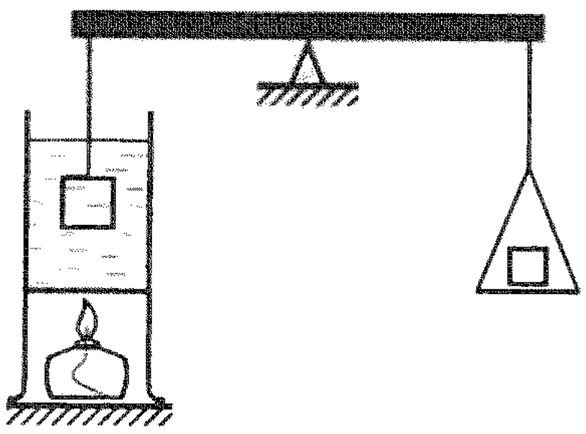


Рис. 5.285

5.285. На весах уравновешено тело, погруженное в сосуд с жидкостью, не касаясь дна и стенок (см. рисунок). Изменится ли показание весов при нагревании жидкости вместе с погруженным в нее телом? *Примечание.* Зависимость объема вещества от температуры выражается формулой $V = V_0(1 + \alpha t)$. При этом температурный коэффициент объемного расширения твердых тел α_1 обычно меньше температурного коэффициента объемного коэффициента расширения жидкости α_2.

5.286. На левой чаше уравновешенных весов находится сосуд с водой, а на правой – штатив, к перекладине которого подвешен на нити шарик. Затем нить удлиняют так, что шарик полностью погружается в воду (не касаясь дна сосуда). При этом равновесие весов нарушается (см. рисунок). Какой груз и на какую чашу нужно положить, чтобы восстановить равновесие?

5.287. На левой чаше находящихся в равновесии весов помещен сосуд, в который налито $V = 200$ мл воды, а на правой – штатив с подвешенным на нити и погруженным в воду шариком (см. рисунок). Объем шарика $V_ш = 20$ см^3. Какой груз и на какую чашу нужно положить, чтобы восстановить равновесие в случае замены воды в сосуде на равное по объему количество керосина?

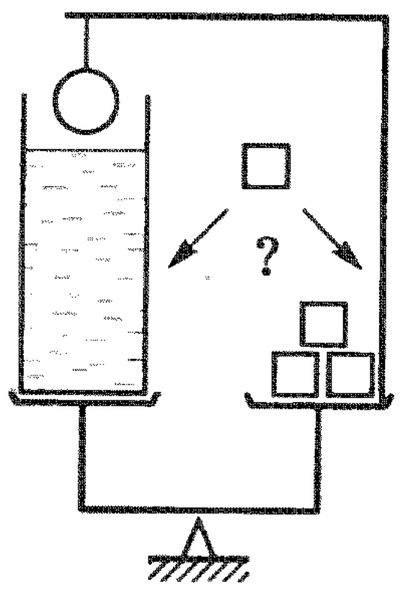


Рис. 5.286

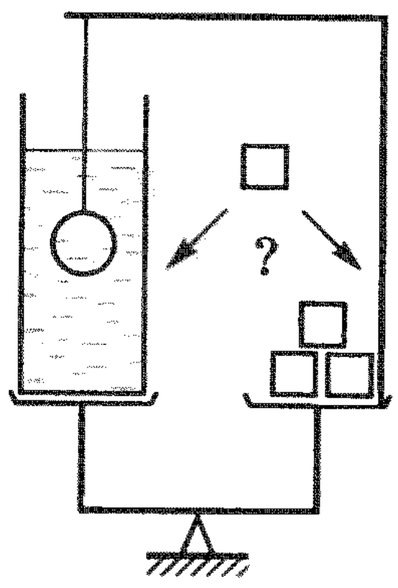


Рис. 5.287

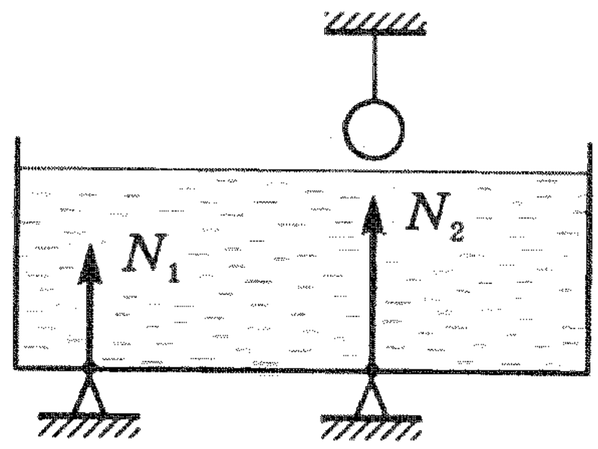


Рис. 5.288

5.288. Легкий цилиндрический сосуд с жидкостью плотностью ρ_0 стоит на двух параллельных опорах, силы реакций которых составляют N_1 и N_2 (см. рисунок). В сосуд опустили на нити шарик массой m и плотностью ρ так, что он оказался на одной вертикали со вто-

рой опорой. При этом шарик полностью погружен в воду и не касается сосуда. Определите новые силы N_1' и N_2' реакций опор.

5.289. Легкий сосуд с жидкостью плотностью $\rho_0 = 1200$ кг/м^3 стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погруженный в жидкость поплавок объемом $V = 10$ см^3 и плотностью $\rho = 500$ кг/м^3 (см. рисунок). Найдите модуль разности сил реакции опор.

5.290. Легкий сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погруженный в жидкость поплавок объемом $V = 10$ см^3 и плотностью $\rho = 500$ кг/м^3. Над другой опорой висит привязанный снаружи шарик такого же объема V и плотностью 3ρ (см. рисунок). Плотность жидкости в сосуде равна $\rho_0 = 1200$ кг/м^3. Найдите модуль разности сил реакции опор.

5.291. Легкий сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погруженный в жидкость поплавок объемом $V = 10$ см^3 и плотностью $\rho = 500$ кг/м^3. Над другой опорой висит привязанный к верху сосуда шарик такого же объема V и плотностью 3ρ (см. рисунок). Найдите модуль разности сил реакции опор.

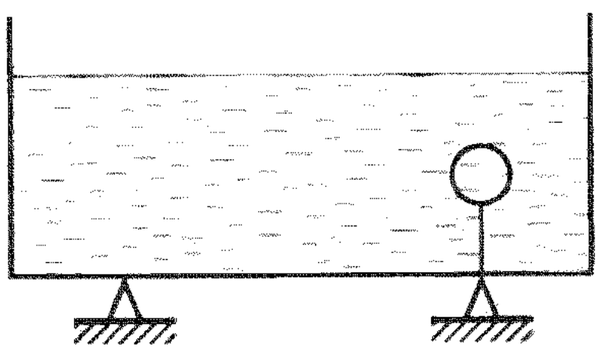


Рис. 5.289

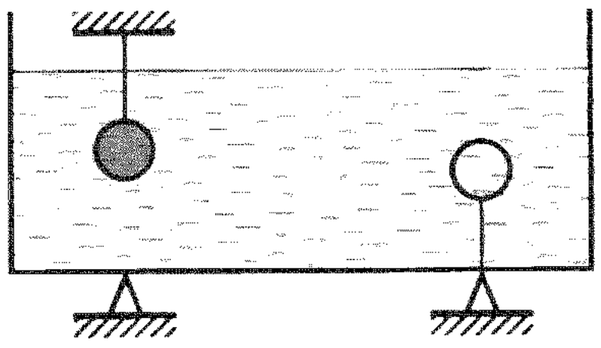


Рис. 5.290

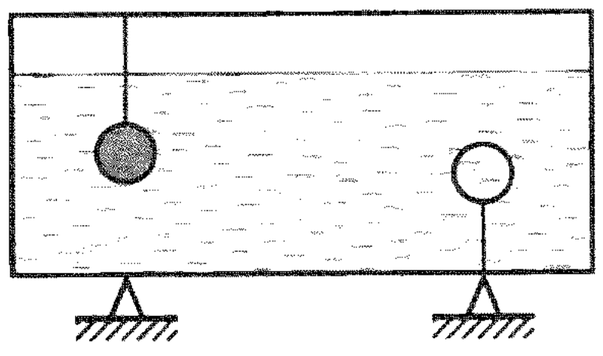


Рис. 5.291

5.292. На легком рычаге уравновешены два цилиндра, имеющие одинаковые размеры. При этом точка опоры делит рычаг в отношении 1 к 2, а цилиндры погружены в жидкость на треть объема (см. рисунок). Плотность левого цилиндра $\rho_1 = 4{,}0$ г/см^3, а правого $\rho_2 = 2{,}2$ г/см^3. Определите плотность жидкости ρ.

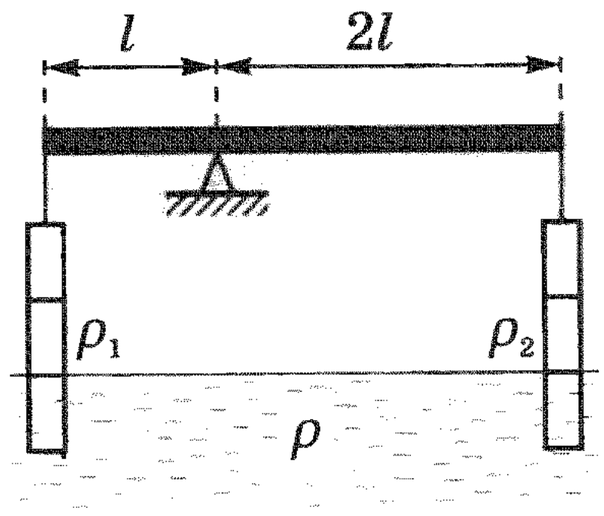
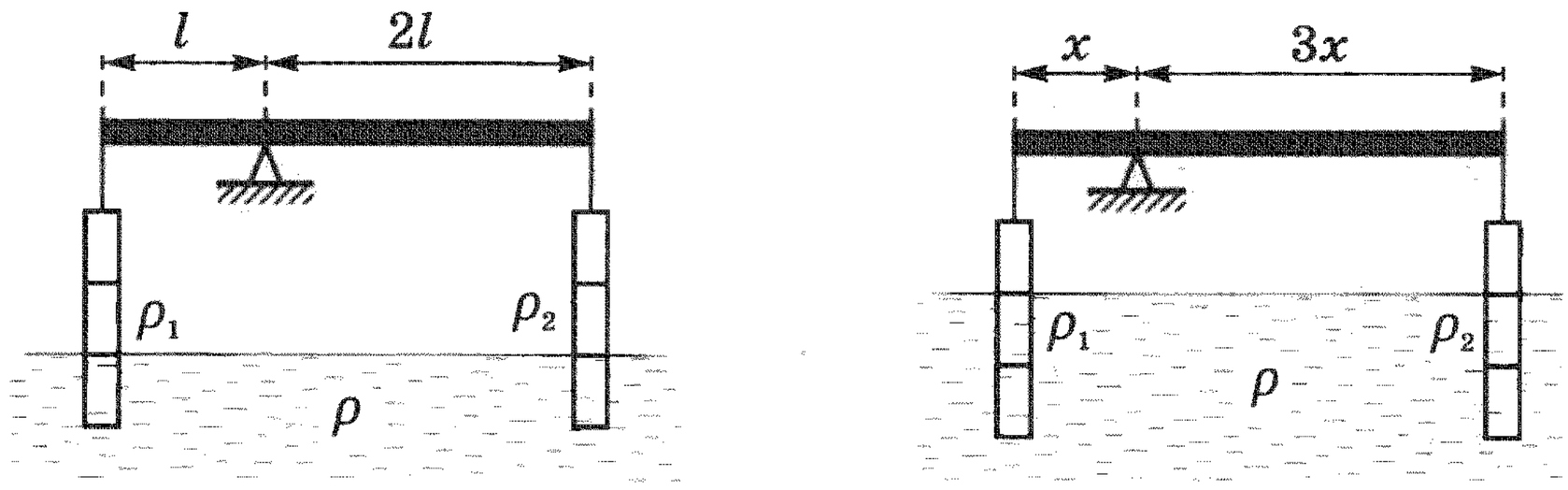


Рис. 5.292

5.293. На легком рычаге уравновешены два цилиндра, имеющие одинаковые размеры. При первом «взвешивании» точка опоры делит рычаг в отношении 1 к 2, а цилиндры погружены в жидкость с плотностью ρ на треть объема (рис. а). Если глубину погружения увеличить вдвое, то для сохранения равновесия придется перенести точку опоры рычага влево так, что она будет делить рычаг в отношении 1 к 3 (рис. б). Определите плотности цилиндров ρ_1 и ρ_2.



а б

Рис. 5.293

5.294. На легком рычаге уравновешены два цилиндра, имеющие одинаковые размеры (см. рисунок). Точка опоры делит рычаг в отношении 1 к 3, а цилиндры погружены в жидкость (левый на треть, а правый на две трети объема). Плотность левого цилиндра $\rho_1 = 4{,}0$ г/см^3, а правого $\rho_2 = 2{,}2$ г/см^3. Определите плотность жидкости ρ.

5.295. На рычажных весах уравновешены вертикально расположенный однородный цилиндр, наполовину погруженный в воду, и груз массой m. Длина плеча, к концу которого подвешен цилиндр, вдвое больше длины плеча, на котором висит груз. Если массу груза увеличить вдвое, то равновесие будет достигнуто, когда 2/3 цилиндра будут находиться над водой. Найдите плотность материала, из которого сделан цилиндр.

5.296. К однородному рычагу, имеющему массу $M = 1$ кг, с одной стороны подвесили груз массой m, а с другой – кубик с ребром $a = 10$ см, частично погруженный в жидкость с плотностью $\rho = 1200$ кг/м^3 (см. рисунок). Плотность кубика в три раза больше плотности жидкости. Точка опоры делит рычаг в отношении 2 к 1. При каких массах груза m возможно равновесие системы?

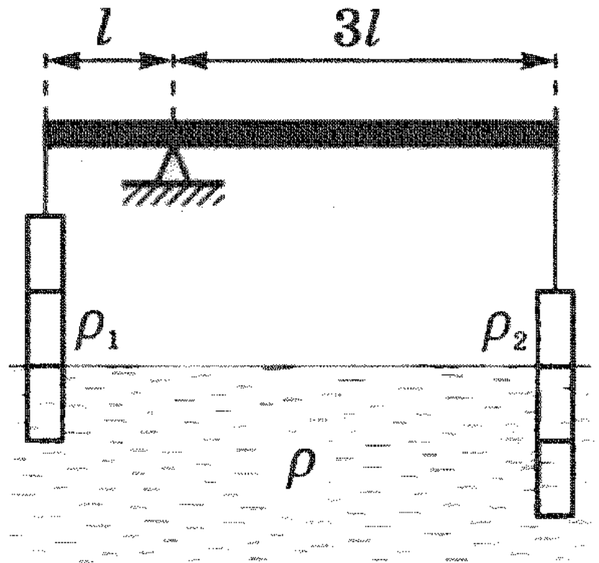


Рис. 5.294

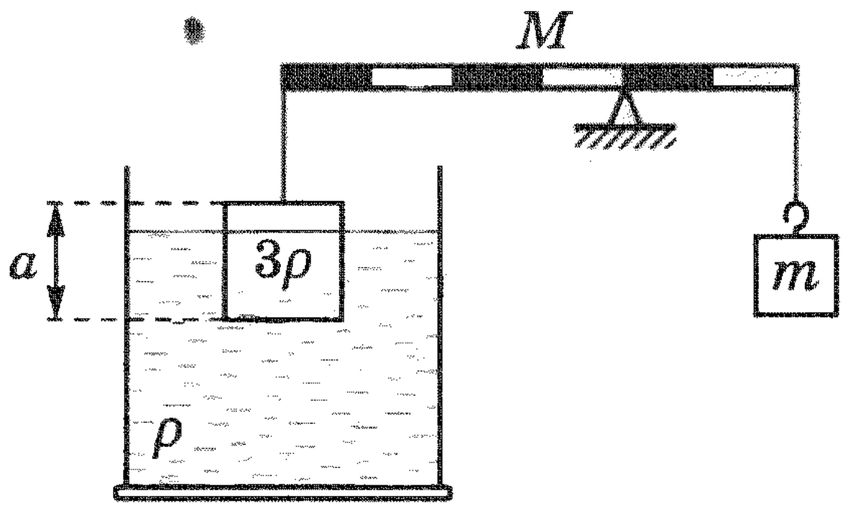


Рис. 5.296

5.297. Однородная линейка за середину подвешена к потолку. К линейке прикреплен груз и однородная цепочка так, как показано на рисунке. При этом линейка горизонтальна и находится в равновесии. Определите плотность материала груза, если после погружения его в воду пришлось сместить точку крепления к линейке одного из концов цепочки на 1/4 длины линейки.

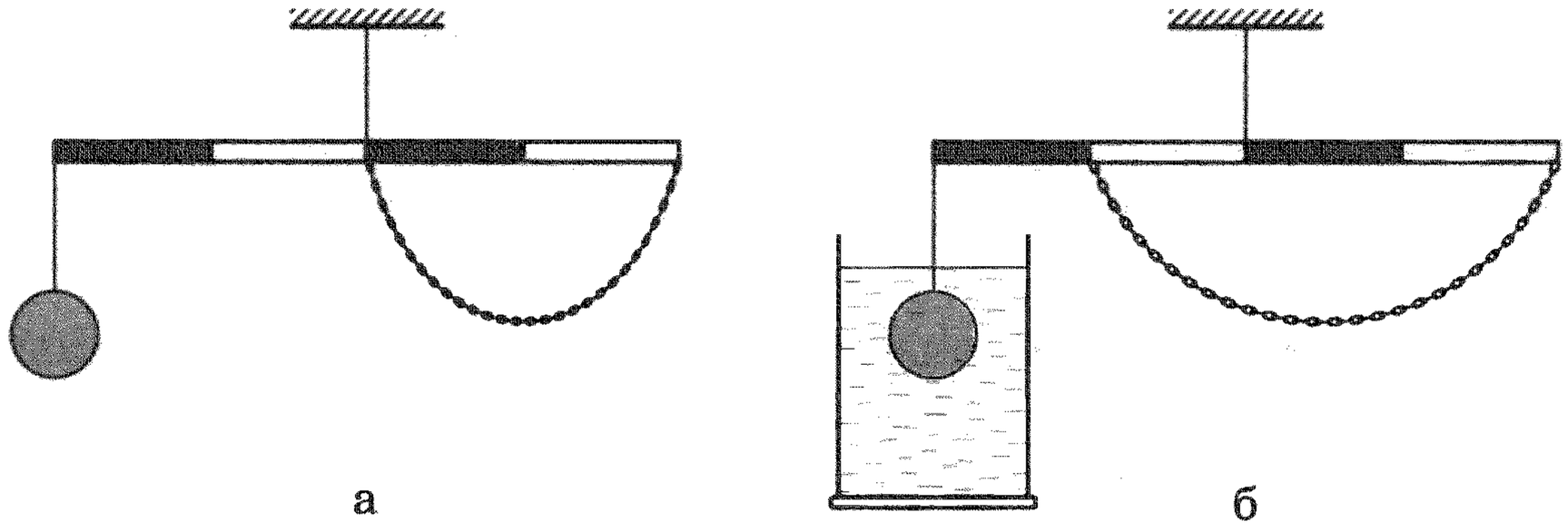


Рис. 5.297

5.298. На весах стоит стеклянный цилиндрический сосуд. На его боковой поверхности нанесены деления, соответствующие объему налитой жидкости. Весы уравновешены так, что, когда цилиндр пуст, стрелка указывает на ноль. а) Сначала в сосуд наливают 1,5 л воды. б) Затем в него на нити опускают металлический шар так, что уровень воды поднимается до отметки 2 л, а шар не касается дна сосуда (см. рисунок). Определите показания весов m_1 и m_2 в первом и втором случаях.

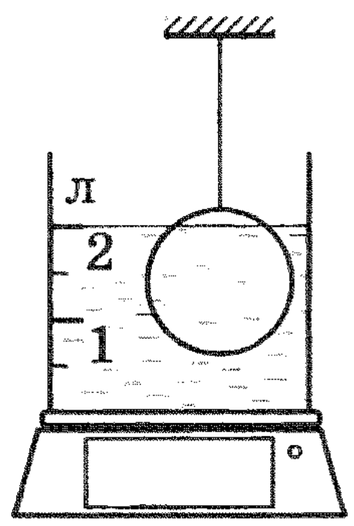


Рис. 5.298

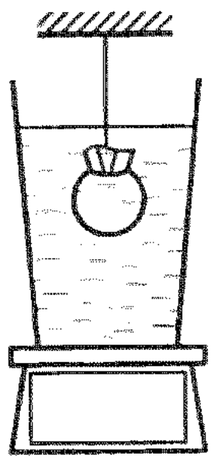
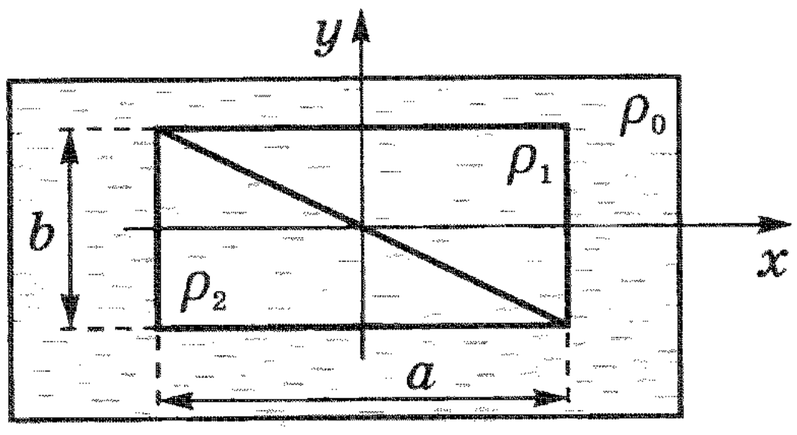


Рис. 5.299

5.299. На весы поместили сосуд с водой массой $m_в$. Для приготовления раствора была использована соль с нерастворимыми примесями, которую опустили в сосуд в марлевом мешочке на нити (см. рисунок). После полного растворения соли в воде показания весов изменились на ΔP ($\Delta P > 0$) по сравнению с их показаниями до опускания соли в воду. Плотность соленого раствора была измерена и оказалась равной ρ. Найдите объем $V_п$ примесей в мешочке после растворения соли, если он остался висеть на нити целиком погруженным в раствор. Плотность чистой соли $\rho_с$, воды $\rho_в$.

5.300. Система состоит из неподвижного блока, длинной нити, груза цилиндрической формы и опущенной в глубокий водоем длинной трубы с невесомым поршнем (см. рисунок). Плотность воды ρ_0, плотность материала груза ρ_1, высота цилиндра H, площади основания цилиндра и внутреннего сечения трубы одинаковы. Вначале нить удерживают так, что поршень и груз касаются воды, при этом нить натянута. В некоторый момент времени нить отпускают. Определите расстояние h, на которое груз опустится в воду после установления равновесия, в следующих случаях: а) $\rho_1 = \rho_0$, $H = 1$ м; б) $\rho_1 = 3\rho_0$, $H = 4$ м; в) $\rho_1 = 1{,}5\rho_0$, $H = 16$ м.

5.301. Тонкая прямоугольная пластина постоянной толщины со сторонами $a = 144$ мм и $b = 72$ мм составлена из двух треугольников с плотностями $\rho_1 = 5$ г/см^3 и $\rho_2 = 3$ г/см^3. Примерно к середине пластины (точка C) приделан крючок (см. рисунок). Если за этот крючок привязать нить и затем всю систему погрузить в воду, то пластина примет горизонтальное положение. Найдите координаты точки C.



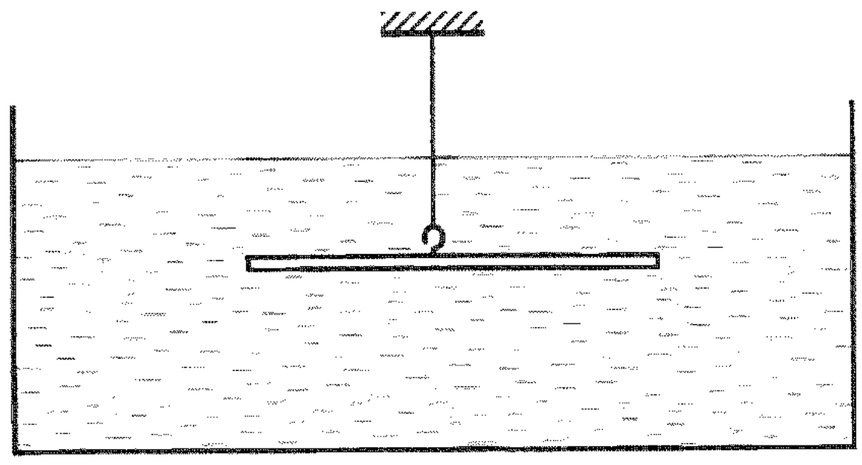


Рис. 5.301

5.302. На дне сосуда квадратного сечения (ширина внутренней стороны сосуда $a = 6$ см, высота $H = 20$ см) стоит узкий, длинный тонкостенный стакан квадратного сечения с толстым дном (длина внешней стороны $b = 4$ см, высота $c = 10$ см). Масса стакана $M = 100$ г. В пространство между стенками цилиндра и стакана тонкой струйкой начинают наливать воду (см. рисунок). Ее расход $\mu = 2{,}0$ г/с. Изобразите на графике, как зависит высота h уровня воды в сосуде от времени t. Подтекание под стакан есть, но объем подтекающей воды пренебрежимо мал.

5.303. В бассейне с водой находится перевернутый цилиндрический сосуд F, закрытый снизу невесомым подвижным поршнем G (см. рисунок). Внутри сосуда вакуум. Блоки A, B, C и D – неподвижные, а блок E – подвижный. Вначале сосуд держат так, что его дно находится на глубине $h_1 = 5$ м. При этом поршень находится на глубине $h_2 = 9$ м, и все веревки натянуты. Сосуд отпускают. На каком расстоянии от уровня воды в бассейне будет находиться дно сосуда, когда система придет в положение равновесия? Масса сосуда равна $m = 200$ кг. Площадь поршня $S = 100$ см^2. Считайте сосуд достаточно длинным, чтобы поршень всегда находится внутри сосуда, а края сосуда всегда находятся под водой.

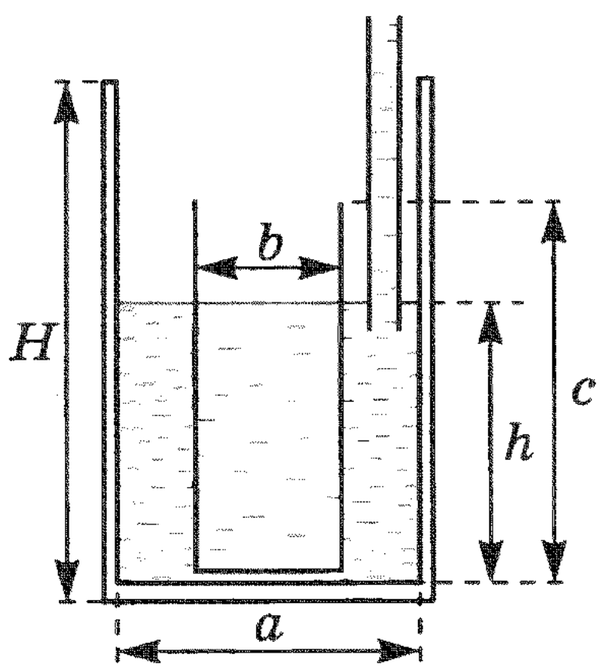


Рис. 5.302

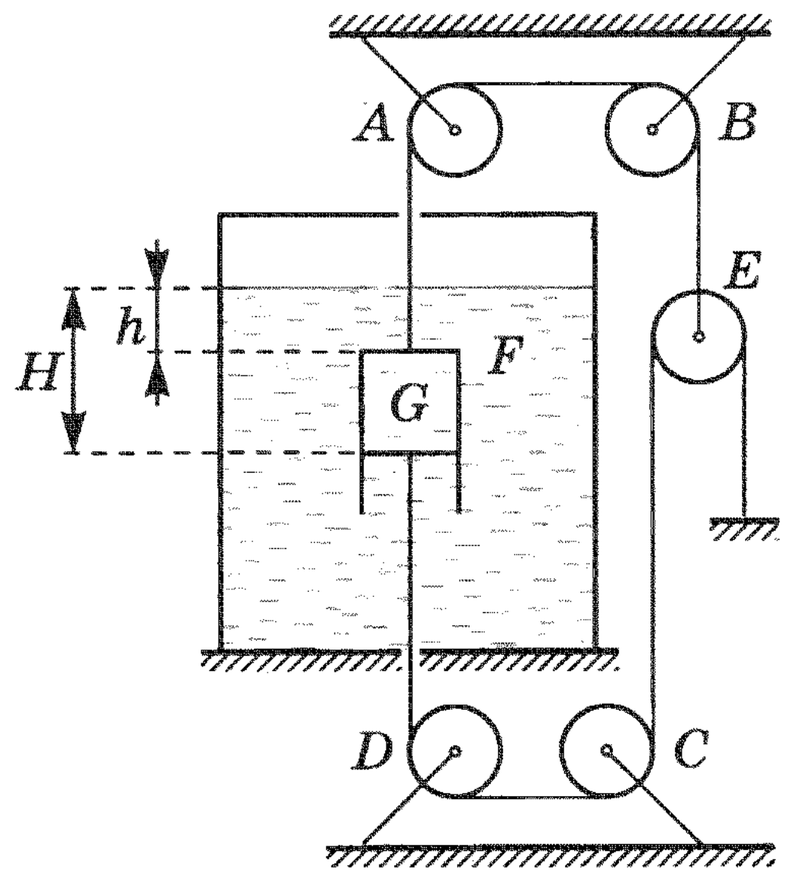


Рис. 5.303

5.304. Архимед, найдя точку опоры, приподнял себя вместе с ванной, используя систему блоков (см. рисунок). Масса ванны с водой $M = 120$ кг, масса Архимеда $m = 90$ кг. Найдите, чему равна «сила Архимеда» – сила, которую Архимед прикладывал к веревке

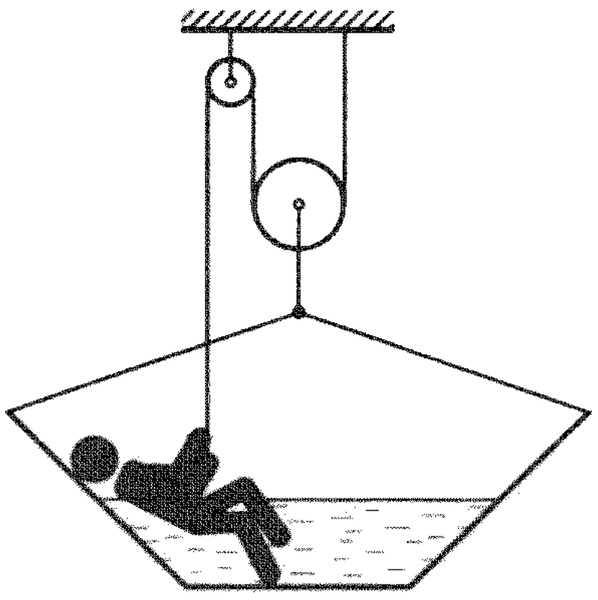


Рис. 5.304

при подъеме. Какая минимальная часть объема Архимеда могла при этом находиться над водой? Считайте плотность Архимеда примерно равной плотности воды.

5.305. Длинная доска массой M плавала, выступая из воды на половину объема. Когда на край доски села лягушка, доска под ней погрузилась до уровня воды. Найдите массу лягушки.

5.306. На поверхности воды плавает кубик с плотностью 500 кг/м^3 (см. рисунок). Какое положение равновесия устойчиво?

5.307. На дне сосуда, наполненного жидкостью плотностью ρ, стоит Г-образное тело (см. рисунок). Жидкость под нижнюю грань не подтекает. Плотность тела равна 2ρ. Длина l известна. При какой высоте h уровня жидкости в сосуде равновесие тела нарушается?

5.308. Тонкий стержень постоянного сечения состоит из двух частей (см рисунок). Первая из них имеет длину $l_1 = 10$ см и плотность $\rho_1 = 1{,}5$ г/см^3, вторая – плотность $\rho_2 = 0{,}5$ г/см^3. При какой длине l_2 второй части стержня он будет вертикально плавать в воде?

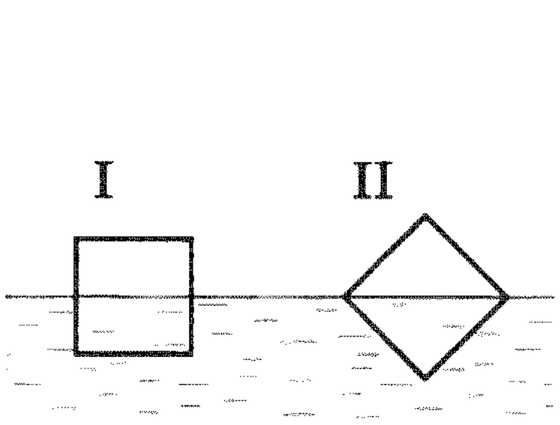


Рис. 5.306

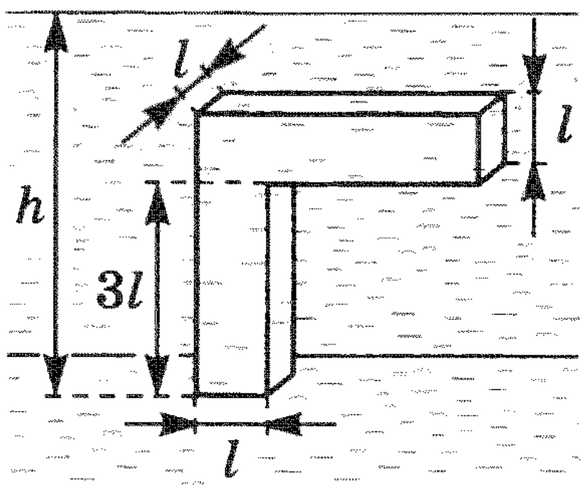


Рис. 5.307

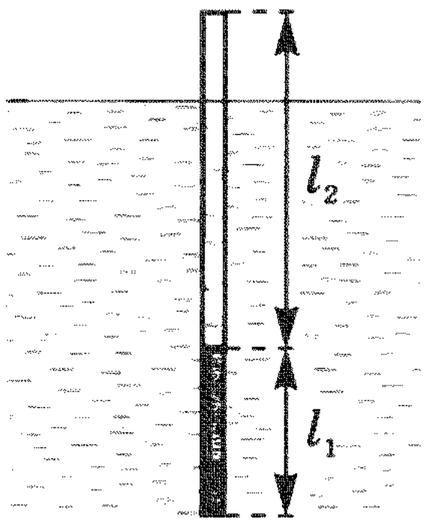


Рис. 5.308

5.309. В течение своей «жизни» айсберг несколько раз опрокидывается, поворачиваясь на 90°. Для изучения этого явления было проделано несколько модельных экспериментов с наблюдением процесса таяния льда в ванне. Опыты показали, что айсберг переворачивается, если хотя бы один из его поперечных размеров

меньше его высоты примерно на 20%. Затем был проделан количественный эксперимент. Тающий брусок льда в форме параллелепипеда размером $a \times b \times c = 10 \times 10 \times 8$ см^3 опускался в ванну с водой при температуре $t_0 = 20$ °C. Попытки заставить плавать айсберг в положении а) рисунка не увенчались успехом: он сразу опрокидывался в положение б). В процессе таяния «айсберг», оставаясь параллелепипедом, через $\tau_0 = 30$ мин опрокинулся.

1) Какими были размеры модельного «айсберга» непосредственно перед этим опрокидыванием?

2) На основании описанного опыта оцените время τ_1 опрокидывания реального айсберга с размерами $A \times B \times C = 500 \times 500 \times 400$ м^3 в океане с температурой 5 °C. Каковы его размеры при опрокидывании? Считайте, что тепло подводится только по воде, и скорость таяния пропорциональна разности температур льда и окружающей его воды, а температура айсбергов равна 0 °C.

5.310. На рисунке изображено цилиндрическое тело плотностью $\rho_т = 1{,}6$ г/см^3 и объемом $V = 10^3$ см^3, подвешено на нити и опущенное в жидкость, плотность которой увеличивается с глубиной h по закону $\rho(h) = \rho_0 + \beta h$, где $\rho_0 = 1$ г/см^3, $\beta = 10^{-4}$ г/см^4. Найдите силу натяжения нити, если верхняя грань тела находится на глубине $h_1 = 1$ м, а нижняя — на глубине $h_2 = 2$ м.

5.311. Цилиндр плотностью $\rho_т = 0{,}9$ г/см^3 и объемом $V = 10^3$ см^3 удерживается нитью, прикрепленной ко дну сосуда в жидкости, плотность которой ρ увеличивается с глубиной h по закону $\rho(h) = \rho_0 + \beta h$, где $\rho_0 = 1$ г/см^3 (см. рисунок). Найдите постоянный коэффициент β, если сила натяжения нити $F = 6$ Н. Верхняя грань цилиндра находится на глубине $h_1 = 2$ м, нижняя — на $h_2 = 3$ м.

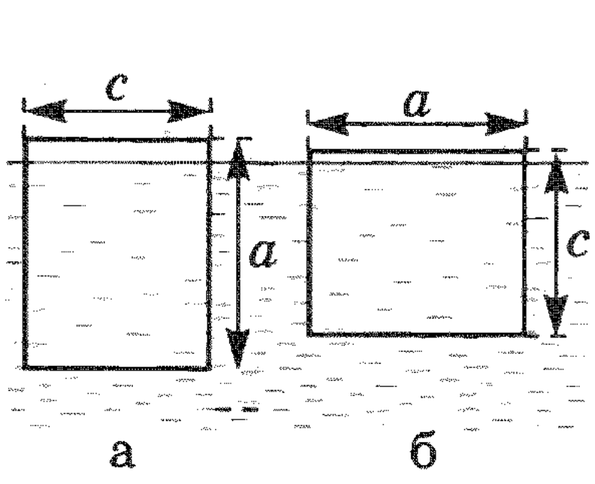


Рис. 5.309

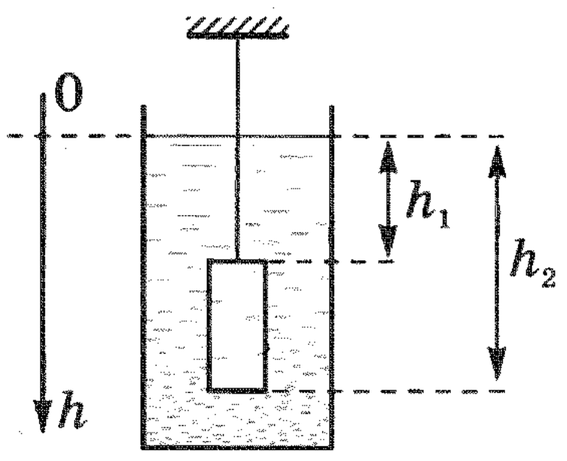


Рис. 5.310

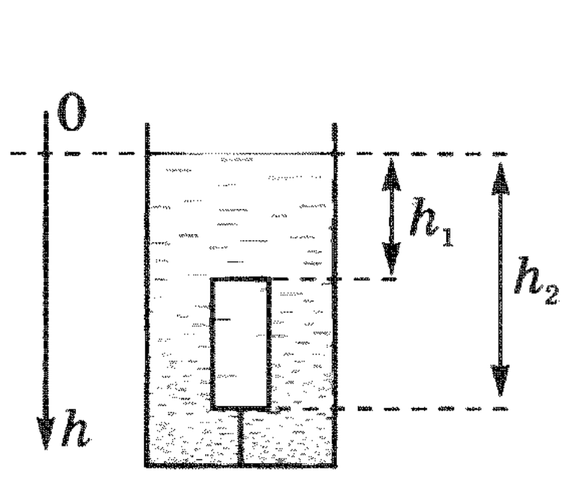


Рис. 5.311

5.312. В широкий сосуд налит слой жидкости толщиной h_2 и плотностью ρ_2, поверх него слой другой жидкости, толщиной h_1 и плот-

ностью $\rho_1 < \rho_2$. На поверхность жидкости положили плоскую шайбу толщиной h и плотностью ρ. Найдите зависимость установившейся глубины погружения H нижней плоскости шайбы от ρ и постройте ее график. Считайте $h < h_1, h_2$. Шайба всегда горизонтальна.

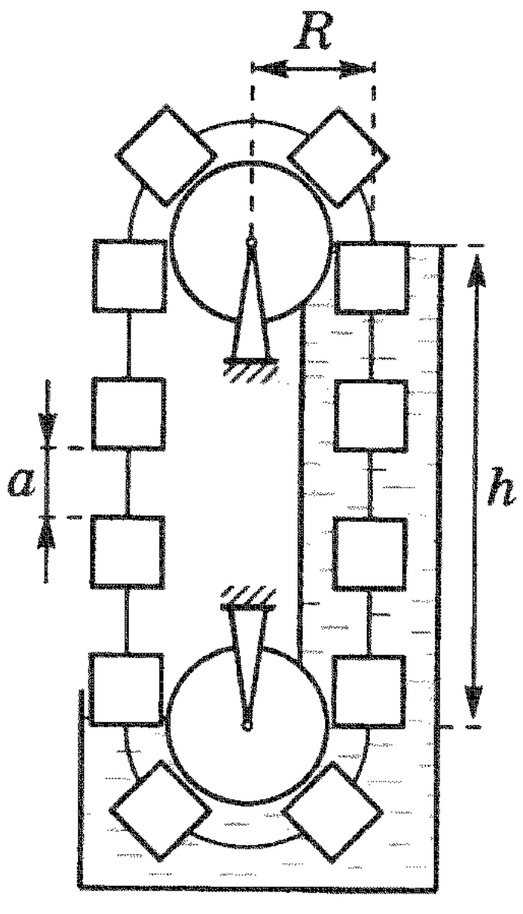


Рис. 5.313

5.313. На рисунке показана схема проекта вечного двигателя. Определите минимальный момент силы, которую нужно приложить к одному из шкивов, чтобы это устройство пришло в движение. Кубики размером $10 \times 10 \times 10$ см считайте невесомыми. Остальные размеры указаны на рисунке ($a = 10$ см, $h = 70$ см, $R = 17$ см). В башню залита вода.

5.314. Водолазный колокол в форме цилиндра без дна, частично заполненный воздухом, находится под водой (см. рисунок). Чтобы колокол не всплывал, его прикрепили тросом ко дну водоема. На веревке к колоколу привязан груз, находящийся в воде. Площадь горизонтального сечения колокола $S = 4$ м^2, объем воздуха в нем $V = 8$ м^3 при давлении $p = 1{,}5 \cdot 10^5$ Па. Когда груз в колоколе поднимают над уровнем воды, давление возрастает на $\Delta p = 250$ Па, при этом трос остается натянутым. Найдите изменение натяжения троса и веревки. Воздух в колоколе подчиняется закону Бойля-Мариотта: $pV = const$, где p – давление, V – объем воздуха в колоколе.

5.315. На озере соорудили понтонный мост в виде доски на трех плавучих опорах (см. рисунок). Опоры равноудалены друг от друга. Площади сечения опор $2S$, S и $3S$ соответственно, где $S = 1{,}0$ м^2. Без внешней нагрузки мост располагается горизонтально. На сколько «просядет» в воду правая опора $3S$, если посередине между опорами $2S$ и S на мост поместить тело массой $m = 116$ кг?

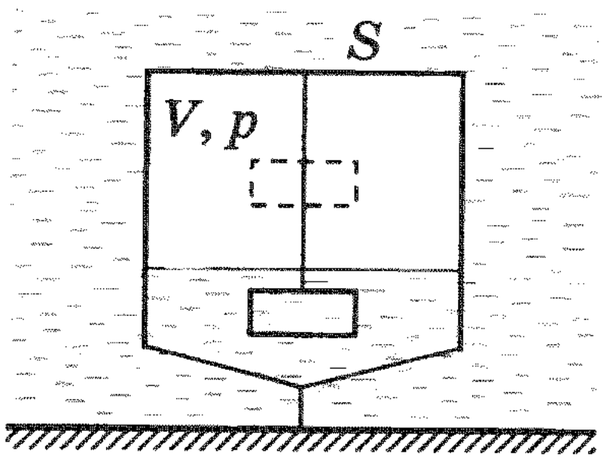


Рис. 5.314

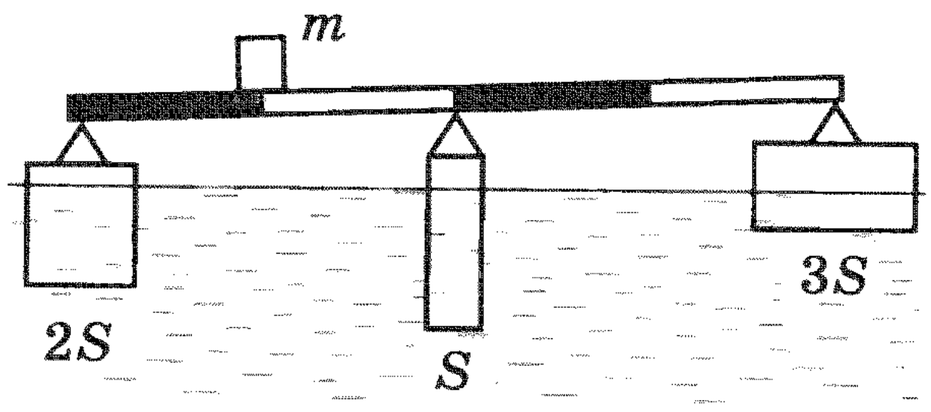


Рис. 5.315

ГЛАВА 6

МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

В задачах данной главы блоки, пружины, нити и рычаги невесомы, нити нерастяжимы, трения в осях нет, если явно не указано иное. $g = 10$ м/с^2

6.1. РАБОТА СИЛЫ. МОЩНОСТЬ

Тренировочные задания

6.1. Подъемный кран равномерно поднимает груз массой $m = 125$ кг на высоту $h = 4$ м. Определите работу силы натяжения троса и силы тяжести.

6.2. Гирю массой m поднимают за веревку силой F на высоту h. Определите работу силы F и силы тяжести.

6.3. Какую минимальную работу пришлось совершить, чтобы три кирпича, лежащие на столе, собрать стопкой? Масса кирпича $m = 5$ кг, высота кирпича $h = 10$ см.

6.4. Груз массой $m = 2$ кг медленно подняли на высоту $h = 2$ м по гладкой наклонной плоскости с углом 30°, действуя силой $F = 30$ Н. Найдите работу всех сил, действующих на тело.

6.5. Поплавок, имеющий объем $V = 10$ см^3, всплывает с глубины $h = 1$ м. Определите работу сил тяжести и Архимеда, действующих на поплавок. Плотность поплавка $\rho = 200$ кг/м^3.

6.6. Алюминиевый шарик объемом $V = 10$ см^3 равномерно движется в воде, опускаясь на глубину $h = 15$ м. Определите работу всех сил, действующих на шарик во время движения.

6.7. Мальчик разгоняет санки за веревочку, прикладывая горизонтальную силу $F = 54$ Н. Санки увеличивают свою скорость от $v_1 = 1$ км/ч до $v_2 = 4$ км/ч. Чему равна максимальная мощность, развиваемая мальчиком?

6.8. Постоянной силой тележка массой m разгоняется от скорости v_1 до скорости v_2. Чему равна работа этой силы?

6.9. Тело массы m поднимают с высоты h_1 на высоту h_2. Чему равна работа силы тяжести?

6.10. Тело массы m поднимают с высоты h_1 на высоту h_2 через высоту h_3. Чему равна работа силы тяжести?

6.11. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть недеформированную пружину жесткостью k на x? Второй конец пружины закреплен.

6.12. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть недеформированную пружину двумя силами одновременно за два конца на x? Жесткость пружины k.

6.13. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть деформированную на x пружину жесткостью k еще на x? Второй конец пружины закреплен.

6.14. Пружину жесткостью k растягивают от удлинения x_1 до удлинения x_2. Какую работу совершает при этом сила упругости?

6.15. Пружину жесткостью k растягивают от удлинения x_1 до удлинения x_2 через промежуточное удлинение x_3 ($x_3 > x_2$). Какую работу совершает при этом сила упругости?

6.16. Определите работу, которую совершает сила упругости, при растяжении пружины из недеформированного состояния на $x = 10$ см. При растяжении $L = 5$ см сила равна $F = 10$ Н.

6.17. На сани, движущиеся прямолинейно по горизонтальной поверхности вдоль оси Ox, действует постоянная по модулю сила трения F. Сани перемещаются из точки с координатой x_1 в точку с координатой x_2. Определите работу силы трения.

6.18. На сани, движущиеся прямолинейно по горизонтальной поверхности вдоль оси Ox, действует постоянная по модулю сила трения F. Сани перемещаются из точки с координатой x_1 в точку с координатой x_2 через промежуточную точку с координатой x_3 ($x_3 > x_2$). Определите работу силы трения при этом перемещении.

6.19. Определите работу силы Архимеда над всплывающим поплавком объемом V в жидкости с плотностью ρ с глубины h_1 на глубину h_2.

6.20. Деревянная доска плавает, наполовину погрузившись в воду. Длина доски $L = 1$ м, ширина $a = 20$ см, а высота $b = 10$ см. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы полностью утопить доску?

6.21. Чтобы вытащить гвоздь длиной $L = 10$ см из бревна, необходимо приложить начальную силу $F = 2$ кН. Гвоздь вытащили из бревна. Какая при этом была совершена механическая работа? Силой тяжести, действующей на гвоздь, можно пренебречь. Сила сопротивления пропорциональна длине вбитой части гвоздя.

6.22. Определите работу силы тяжести и минимальную работу внешней силы, совершенные при подъеме за один край в вертикальное положение однородного бревна массой $m = 100$ кг и длиной $L = 8$ м.

6.23. Какую минимальную работу необходимо совершить, чтобы перетащить доску длиной l с гладкой половины стола на шершавую (см. рисунок), где на доску будет действовать сила трения F?

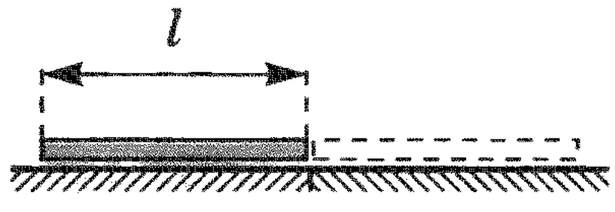


Рис. 6.23

6.24. Сила, действующая на снаряд массы m в стволе орудия, нарастает равномерно от нуля до F_0 на участке ствола длины l_1, не меняется на участке ствола длины l_2 и, наконец, равномерно уменьшается до нуля на участке ствола длины l_3 (см. рисунок). Какова скорость снаряда при вылете из ствола?

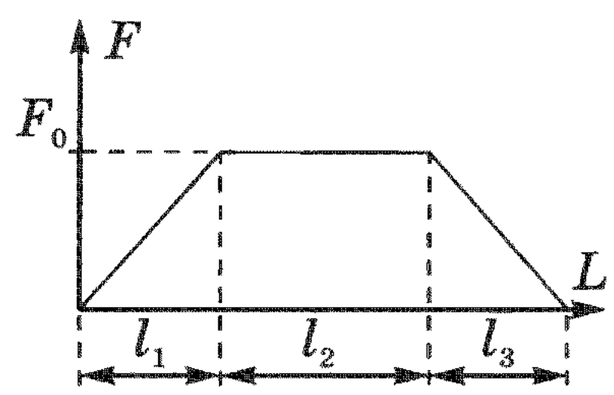


Рис. 6.24

6.25. Какую минимальную работу необходимо совершить горизонтальной силой, чтобы перетащить доску длиной L по гладкой поверхности стола через шероховатую область шириной S? В процессе движения на доску действует максимальная сила трения, равная F. Рассмотрите два случая: а) $L > S$, б) $L < S$.

6.26. На автомобиле установлен двигатель мощностью $N = 68$ лошадиных сил (л.с.). Во время движения на автомобиль действует сила сопротивления воздуха. Коэффициент сопротивления $k = 0{,}4$ кг/м. Вычислите максимальную скорость автомобиля. Считайте, что 1 л.с. = 735 Вт.

Олимпиадные задания

6.27. Какую работу надо совершить, чтобы вытащить из бутылки наполовину раскрошенную пробку, если для извлечения целой пробки надо было совершить работу A? Сила сопротивления пропорциональна длине части пробки, вставленной в бутылку.

6.28. Канат длиной $l = 5$ м и массой $m = 8$ кг, лежащий на земле, подняли за один из концов на высоту, равную двум длинам каната. Какую минимальную работу при этом пришлось совершить?

6.29. На дне стакана с жидкостью, плотность которой равномерно убывает с высотой от 4ρ до ρ, лежит тонкая спица, имеющая плотность 6ρ. Высота жидкости H. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы поднять центр тяжести спицы на высоту H над поверхностью жидкости? Объем спицы V, а ее длина меньше H.

6.30. Крокодил Гена и Чебурашка копали яму цилиндрической формы и глубиной $H = 1{,}40$ м. До какой глубины должен был докопать Чебурашка, чтобы Гене досталось совершить такую же работу?

6.31. Пружину из недеформированного состояния медленно растягивают за два конца одинаковыми силами. При деформации пружины $x = 5$ см приложенные силы равны $F_1 = 10$ Н. Определите, какую работу совершит одна из сил от начала действия до момента, когда она станет равна $F_2 = 40$ Н.

6.32. Если к пружине по очереди подвешивать грузы массами m_1 и m_2, то ее длина оказывается равной L_1 и L_2. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть пружину от L_1 до L_2?

6.33. Игрушечная машинка при движении вверх в горку с постоянным уклоном может развивать максимальную скорость $v_1 = 5$ км/ч, при движении вниз с этой же горки она разгоняется до $v_2 = 10$ км/ч. Считая силу сопротивления пропорциональной скорости игрушки, найдите, с какой максимальной скоростью машинка сможет ехать в горку, если мощность двигателя возрастет в 2 раза.

6.34. Машина при движении вверх в горку с постоянным уклоном может развивать максимальную скорость $v_1 = 100$ км/ч, при движении вниз с этой же горки она разгоняется до $v_2 = 200$ км/ч. Считая силу сопротивления пропорциональной квадрату скорости автомобиля, найдите, с какой максимальной скоростью машина сможет ехать по горизонтальному участку дороги. Мощность машины считайте постоянной.

6.35. Жил был человек, которому удавалось разгоняться на своём автомобиле «Жигули» по ровной дороге лишь до $v_1 = 200$ км/ч. Для ускорения он решил поставить на него мотор от какой-нибудь иномарки. В ближайшем автосервисе его просьбу удовлетворили и поставили мотор от «Запорожца». После этого даже на ровной дороге он не смог выжать больше $v_2 = 100$ км/ч. Это не устроило клиента, и он поехал в другой автосервис по уходящей вверх дороге, на которой ему удалось ехать со скоростью не более $v_3 = 50$ км/ч. Оставив машину наверху, хозяин не поставил машину на ручной тормоз и ушел. В результате машина тронулась и поехала с горки. До какой максимальной скорости v_4 смог разогнаться автомобиль с выключенным мотором вниз под горку? Сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости автомобиля.

6.36. Поднимаясь равномерно, как всегда из окна Малыша к себе на крышу, Карлсон в тот день, когда его угостили вареньем, затратил на подъем на $t = 4$ с больше, чем обычно. Какова масса съеденного им варенья, если мощность мотора $N = 75$ Вт, а высота подъема $h = 10$ м?

6.37. Троллейбус массой $m = 12 \cdot 10^3$ кг на горизонтальном прямолинейном участке увеличил скорость с $v_1 = 5$ м/с до $v_2 = 10$ м/с.

Двигатель троллейбуса развивал постоянную мощность $N = 60$ кВт. Пренебрегая сопротивлением движению, найдите максимальное и минимальное значения силы тяги троллейбуса на этом участке.

6.38. На катер действует сила сопротивления, пропорциональная квадрату скорости катера. Во сколько раз нужно увеличить мощность двигателя, чтобы скорость катера возросла в 2 раза?

6.39. Баба Дуся поднимает на цепи из колодца глубиной $h = 10$ м ведро с водой. Масса пустого ведра без воды равна $m_1 = 0{,}5$ кг, масса цепи длиной h равна $m_2 = 2$ кг, а масса воды, поднимаемой в ведре, равна $M = 8$ кг. Скорость ведра в конце подъема равна нулю. Снимая ведро с цепи, баба Дуся случайно проливает $k = 20$ % находящейся в нем воды обратно в колодец. Найдите КПД бабы Дуси в процессе подъема воды. Цепь однородна. Полезным эффектом считается изменение потенциальной энергии доставленной в итоге наверх воды.

6.40. Экспериментатор Глюк снял зависимость коэффициента полезного действия η нового двигателя от температур поступающего в него топлива $t_т$ и окружающего воздуха $t_в$. Проанализировав результаты эксперимента, теоретик Баг обратил внимание, что КПД пропорционален разности удвоенной температуры топлива и утроенной температуры воздуха: $\eta = \alpha(2t_т - 3t_в)$, где α – положительный коэффициент.

Публикуя результаты о сенсационном изобретении Глюка, журналист Фейк случайно поменял местами строки с численными данными в таблице измерений, и она стала выглядеть так:

η, %	60	64	66	68	69	70	71	72	95	100
$t_т$, °C	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50
$t_в$, °C	12	13	12	11	9	7	5	3	23	25

а) Восстановите первоначальный вид таблицы.

б) В предположении, что гипотеза Бага верна, определите максимально возможный КПД двигателя Глюка, работающего на любых температурах воздуха и топлива, не выходящих за диапазон температур, приведенных в исходной таблице Глюка.

6.2. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Тренировочные задания

6.41. Мальчик ныряет с обрыва с горизонтально направленной скоростью $u = 3$ м/с и входит в воду со скоростью $v = 7$ м/с. Определите высоту обрыва.

6.42. Шайба скользит по абсолютно гладкой поверхности, имея кинетическую энергию $E_{к1} = 14$ Дж, и заезжает на горку высотой $h = 0{,}5$ м. На вершине горки скорость шайбы стала равной $v_2 = 2$ м/с. Определите массу шайбы.

6.43. Тело, брошенное вертикально вверх, достигло максимально высоты h. Какой высоты достигнет тело вдвое большей массы, брошенное с той же начальной скоростью?

6.44. Тело, брошенное вертикально вверх, достигло максимально высоты h. Какой высоты достигнет это тело, брошенное с вдвое большей начальной скоростью?

6.45. Тело брошено с поверхности земли со скоростью $u = 7$ м/с вертикально вверх. На какой высоте над поверхностью земли скорость тела станет равной $v = 3$ м/с?

6.46. Грузик, подвешенный на нити, вращается в вертикальной плоскости, как показано на рисунке. В нижней точке скорость груза равна $v_2 = 10$ м/с, а в верхней точке – $v_1 = 8$ м/с. Определите длину нити, на которой вращается груз.

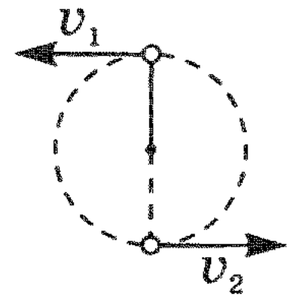


Рис. 6.46

6.47. Тело падает с высоты h. На какой высоте кинетическая энергия тела будет равна его потенциальной энергии. Потенциальная энергия на поверхности земли равна нулю.

6.48. Камень бросают вертикально вверх. Начальная кинетическая энергия камня $E = 25$ Дж. Определите кинетическую энергию камня на высоте $h = 1$ м, если его масса равна $m = 2$ кг.

6.49. Камень массой $m = 3$ кг, брошенный вверх, имеет на высоте $h = 1$ м скорость $v = 5$ м/с. Определите начальную кинетическую энергию камня.

6.50. Тело массой m брошено вертикально вверх с начальной скоростью v_0. Чему равна кинетическая энергия тела, когда оно находится на половине максимальной высоты подъема h?

6.51. С какой скоростью бросили вверх мяч с поверхности земли, если на высоте $h = 1$ м над точкой бросания его потенциальная энергия в 4 раза больше кинетической энергии? Потенциальная энергия на поверхности земли равна нулю.

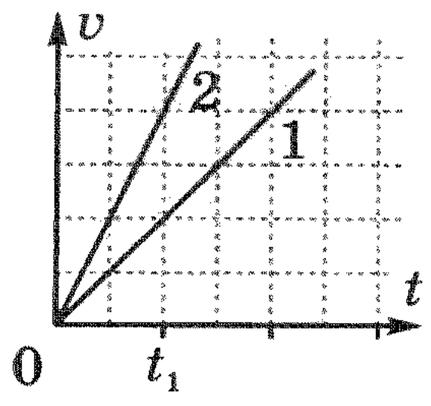


Рис. 6.52

6.52. Один автомобиль имеет массу $m_1 = 1000$ кг, а другой – $m_2 = 500$ кг. Скорости их движения меняются в соответствии с графиками, представленными на рисунке. Чему равно отношение кинетических энергий автомобилей E_2/E_1 в момент времени t_1?

6.53. Тело свободно падает без начальной скорости с высоты $h = 21$ м. На какой высоте его кинетическая энергия в 6 раз больше потенциальной? Потенциальная энергия на поверхности земли равна нулю.

6.54. Резиновый мяч массой $m = 2$ кг свободно падает на землю с высоты $h = 5$ м. Потери механической энергии при ударе о землю составляют $\Delta E = 20$ Дж. На какую максимальную высоту относительно земли поднимется мяч после удара?

6.55. Лыжник, масса которого равна $m = 60$ кг, начинает съезжать с горы высотой $h = 50$ м. Его скорость у основания горы составила $u = 20$ м/с. Определите величину полной механической энергии, потерянной на преодоление трения.

6.56. Поплавок, имеющий объем $V = 10$ см^3, всплывая с глубины $h = 1$ м, разгоняется до скорости $v = 1$ м/с. Определите работы сил, действующих на поплавок. Плотность поплавка $\rho = 200$ кг/м^3.

6.57. Горнолыжник массой M скатывается с вершины. Высота горы равна H, длина склона L, а сила трения, одинаковая на всем

пути, равна F. Какую кинетическую энергию будет иметь горнолыжник в конце горы? На каком расстоянии от края склона он остановится?

6.58. Мальчик съезжает на санках с горки высотой $h = 4{,}5$ м. При этом 60% потенциальной энергии (относительно основания горки) расходуется на преодоление трения. Какова будет скорость мальчика у основания горки?

6.59. Санки массой $m = 10$ кг съезжают с горки высотой $h = 4{,}5$ м и останавливаются, проехав некоторое расстояние по горизонтальной поверхности. Какую минимальную работу необходимо совершить, чтобы вернуть санки обратно на горку, повторив движение санок в обратную сторону?

6.60. Ящик перемещают по земле за веревку по горизонтальной окружности длиной $L = 60$ м с постоянной по модулю скоростью. Работа силы тяги за один оборот равна $A = 3$ кДж. Чему равен модуль силы трения, действующей на ящик со стороны земли?

6.61. Какую минимальную скорость должна иметь массивная цепочка у основания гладкой горки, чтобы переехать через нее (см. рисунок)? Длина цепочки равна длине склона горки. Высота горки h.

6.62. Массивная цепочка, находясь в гладкой изогнутой трубе, свешивается наполовину с края стола, как показано на рисунке. Какую скорость приобретет цепочка, когда вся окажется в вертикальной части трубы? Длина цепочки L.

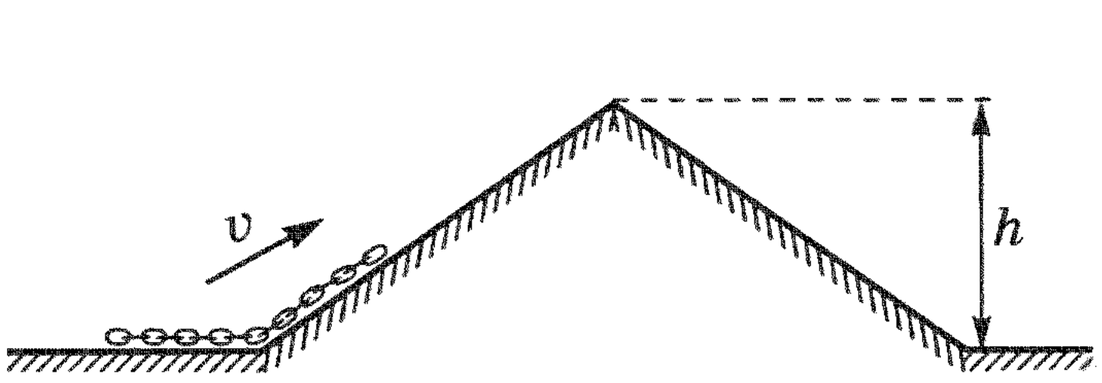


Рис. 6.61

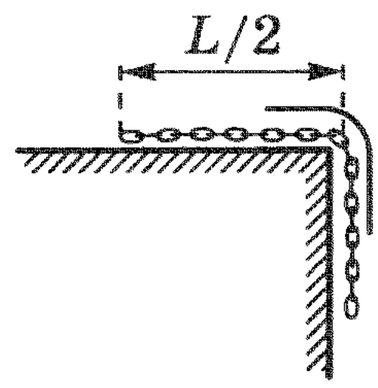


Рис. 6.62

6.63. В сообщающихся сосудах сечением S находится столб жидкости плотностью ρ длиной L. Постройте график зависимости потенциальной энергии W жидкости от высоты h ($0 < h < L$) столба жид-

кости в правом сосуде. Объемом жидкости в соединительной трубке можно пренебречь.

6.64. Тело массой $m = 2$ кг, движущееся горизонтально и прямолинейно со скоростью $u = 5$ м/с, сталкивается со свободным концом горизонтальной и закрепленной за другой конец пружиной жесткостью $k = 20$ кН/м, ось которой расположена вдоль траектории тела. На сколько сожмется пружина при ударе?

6.65. Растянутая на $x = 2$ см пружина обладает потенциальной энергией упругой деформации $E = 4$ Дж. На сколько увеличится потенциальная энергия упругой деформации этой пружины при ее растяжении еще на $x = 2$ см?

6.66. Сжатая на $x = 1$ см пружина подбрасывает стальной шарик вертикально вверх на $h = 200$ см. На сколько увеличится высота полета шарика при втрое большем сжатии, если вся энергия сжатой пружины передается шару?

6.67. На горизонтальной поверхности лежит грузик, который прикреплен к стене нерастянутой пружиной. Для того чтобы отодвинуть грузик на расстояние 2 см дальше от стены, необходимо совершить работу не меньше 20 Дж, а для того чтобы отодвинуть на расстояние 4 см от стены, необходимо совершить как минимум в 3 раза большую работу. Чему равен коэффициент жесткости пружины?

6.68. Груз висит на пружине, растягивая ее. Чтобы дополнительно растянуть пружину на величину $x = 3$ см, вертикальная внешняя сила должна совершить минимальную работу $A_1 = 90$ мДж. Какую минимальную работу A_2 должна совершить вертикальная внешняя сила, чтобы сжать пружину из положения равновесия на такую же величину x? Чему равна жесткость k пружины?

6.69. Груз висит на пружине, растягивая ее. Чтобы дополнительно растянуть пружину с подвешенным телом на величину $x = 3$ см, постоянная вертикальная внешняя сила F должна совершить работу $A_1 = 90$ мДж. Чему равно значение силы F? Чему равна жесткость k пружины?

6.70. Поплавок, имеющий объем $V = 10$ см^3, всплывает с глубины $h = 1$ м и приобретает у поверхности скорость $u = 2$ м/с. Определите работу силы сопротивления над поплавком. Плотность поплавка $\rho = 200$ кг/м^3.

6.71. Пуля массой $m = 5$ г, летевшая горизонтально со скоростью $v_1 = 800$ м/с, пробивает доску и вылетает из нее со скоростью $v_2 = 400$ м/с. Найдите величину работы, совершенной над пулей силой сопротивления доски.

6.72. При равномерном подъеме груза по наклонной плоскости динамометр показал силу $F = 40$ Н. Найдите КПД наклонной плоскости η, если масса груза $m = 15$ кг, длина плоскости $l = 1{,}8$ м, высота $h = 30$ см.

6.73. Поднимая груз при помощи подвижного блока на высоту $h = 2{,}0$ м, совершают работу $A = 3{,}0$ кДж. Определите массу груза, если КПД механизма 80 %.

6.74. Рабочий поднял с помощью подвижного блока груз массой $m = 40$ кг на высоту $h = 10$ м, прилагая силу $F = 250$ Н. Определите полезную работу, совершенную работу и КПД механизма.

6.75. Вычислите КПД рычага, с помощью которого груз массой $m = 24{,}5$ кг равномерно подняли на высоту $H = 6$ см, при этом к длинному плечу рычага была приложена сила $F = 500$ Н, точка приложения этой силы опустилась на $h = 3$ см.

6.76. Груз массой $m = 1$ кг равномерно втаскивают по шероховатой наклонной плоскости, имеющей высоту $h = 0{,}6$ м и длину $l = 1$ м, действуя на него силой F, направленной вдоль наклонной плоскости. Коэффициент полезного действия наклонной плоскости равен $\eta = 0{,}5$. Определите модуль силы F, действующей на груз.

6.77. Аквариум имеет форму куба со стороной $L = 50$ см и разделен вертикальной перегородкой на две равные половины. Одна половина полностью заполнена водой, а вторая пустая. Определите, какое количество энергии выделится, когда перегородка будет убрана.

Олимпиадные задания

6.78. Найдите изменение потенциальной энергии воды, проходящей за час через Ниагарский водопад, высота которого $h = 53$ м. Объемный расход воды $\mu = 5700$ м^3/с.

6.79. 20 куропаток в полете выстроились в одну линию, охотник выстрелил точно вдоль данной линии. Пуля, прострелив первую куропатку, потеряла ровно 5% начальной скорости. Сколько куропаток удалось сбить охотнику?

6.80. Какую наименьшую работу нужно совершить, чтобы намотать на тонкий стержень, висящий горизонтально над сценой, экран массой $m = 3$ кг и высотой $h = 2{,}5$ м?

6.81. В комнате на одинаковом расстоянии L от стенки в ряд стоит 5 небольших ящиков. Чтобы придвинуть их к стенке горизонтальной силой, преодолевая трение, надо совершить суммарную минимальную работу $A = 500$ Дж. Какую работу придется свершить, чтобы придвинуть ящики к стене, если они будут стоять в линию перпендикулярно стенке, причем расстояния между ними и между первым ящиком и стенкой равняется L? Собственные размеры ящиков не существенны.

6.82. Из пружинного пистолета выстрелили вертикально вниз в мишень, находящуюся на расстоянии $h = 2$ м от него. Совершив работу $A = 0{,}12$ Дж, пуля застряла в мишени. Какова масса пули, если пружина была сжата перед выстрелом на $x = 2$ см, а ее жесткость $k = 100$ Н/м?

6.83. Брусок покоится на горизонтальной шероховатой поверхности. К нему прикреплена пружина с коэффициентом жесткости $k = 20$ Н/м. Какую работу A нужно совершить для того, чтобы сдвинуть с места брусок, растягивая пружину в горизонтальном направлении? Сила трения скольжения, действующая на брусок, равна $F_{\text{тр}} = 2$ Н. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы передвинуть брусок на расстояние S?

6.84. Удлинение вертикально расположенной легкой пружины, удерживающей гирю, составляет $x = 4$ см (см. рисунок). Чтобы увеличить удлинение пружины на 50 %, медленно надавливая на груз

в вертикальном направлении, надо совершить работу $A = 0{,}3$ Дж. Определите коэффициент жесткости пружины k.

6.85. Груз, висящий на пружине с коэффициентом жесткости $k = 400$ Н/м, растягивает ее на величину $x = 3$ см (см. рисунок). Какую минимальную работу надо совершить, чтобы увеличить удлинение пружины в три раза, прикладывая к грузу вертикальную силу?

6.86. Начальное положение кабины лифта K и противовеса $П$ изображено на рисунке. На какую величину ΔU изменится потенциальная энергия системы при перемещении кабины вверх на расстояние $h = 10$ м, если начальная разность уровней противовеса и кабины $H = 15$ м, масса кабины $M = 1$ т, масса противовеса $m = 0{,}5$ т, а масса единицы длины троса $m = 10$ кг/м.

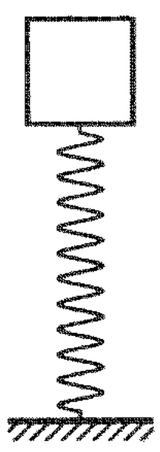


Рис. 6.84

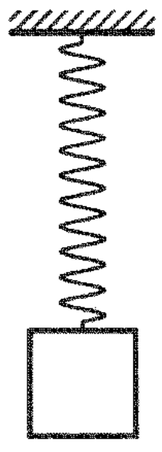


Рис. 6.85

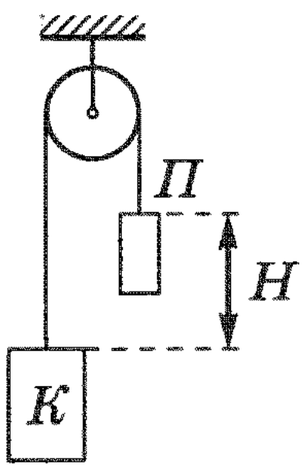


Рис. 6.86

6.87. Бассейн площадью $S = 100$ м^2 заполнен водой до уровня $h = 2$ м и разделен пополам подвижной вертикальной перегородкой. Перегородку медленно передвинули так, что она разделила площадь бассейна в отношении 1 : 3. Какую работу A пришлось при этом совершить? Вода не проникала через перегородку и не переливалась через край бассейна.

6.88. В сообщающихся сосудах сечением S находятся две несмешивающиеся жидкости плотностью ρ и 2ρ с длинами столбов L. Постройте график зависимости потенциальной энергии W жидкостей от высоты h $(0 < h < 2L)$ столба жидкостей в правом сосуде. Объемом жидкости в соединительной трубке можно пренебречь.

6.89. В сообщающихся сосудах сечением S находятся две несмешивающиеся жидкости плотностью ρ и 2ρ, имеющие одинаковые массы с общей длиной столба L. Постройте график зависимости

потенциальной энергии W жидкостей от высоты h ($0 < h < L$) столба жидкостей в правом сосуде. Объемом жидкости в соединительной трубке можно пренебречь.

6.90. В озере плавает куб с ребром $a = 1$ м. Для того, чтобы полностью погрузить его в воду, надо совершить минимальную работу $A = 2000$ Дж. Найдите плотность материала куба. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы полностью вытащить куб из воды? Считайте, что верхняя грань куба параллельна плоскости воды.

6.91. В сосуде квадратного сечения со стороной $b = 2$ м плавает куб с ребром $a = 1$ м. Для того, чтобы полностью погрузить его в воду, надо совершить минимальную работу $A = 2000$ Дж. Найдите плотность материала куба. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы вытащить куб из воды? Считайте, что верхняя грань куба параллельна плоскости воды.

6.92. В лунке размером $10 \times 10 \times 10$ см^3, целиком заполненной водой, лежит на дне металлический цилиндр (см. рисунок). Диаметр цилиндра d немного меньше 10 см. Высота цилиндра равна его диаметру. Для того чтобы вытащить цилиндр из воды, необходимо совершить работу не меньше величины $A = 185$ Дж. Чему равна плотность ρ материала цилиндра?

6.93. В цилиндрическом сосуде радиуса R, частично наполненном жидкостью плотности ρ, в боковой стенке имеется отверстие, заткнутое пробкой (см. рисунок). Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы вдвинуть пробку на длину l? Пробка имеет вид цилиндра радиуса r. Центр отверстия находится на глубине h. Сосуд достаточно высок, чтобы жидкость из него не выливалась.

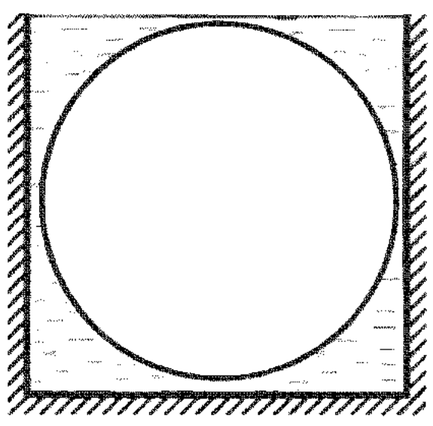


Рис. 6.92

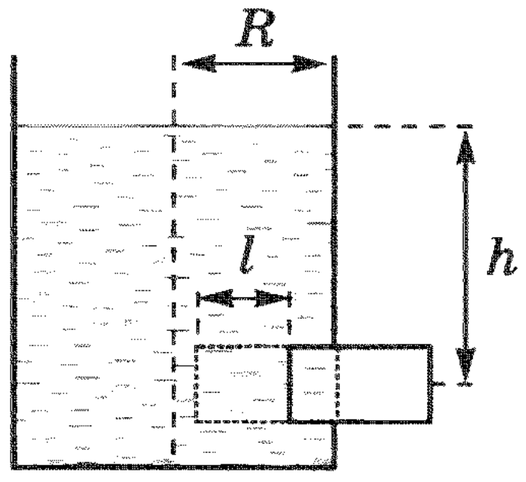


Рис. 6.93

6.94. С высоты $h = 10$ м в воду отпустили без начальной скорости деревянный шар массой $m = 2$ кг и объемом $V = 3$ л. На какую максимальную глубину H погрузился шар? Силами сопротивления воздуха и воды можно пренебречь.

6.95. На вал радиуса r прочно насажен моток нерастяжимой липкой ленты (скотча) радиусом R. На этом же валу на легкой нити висит груз массой m (см. рисунок). Если ленту тянуть с силой F, то груз будет подниматься с постоянной скоростью. С какой силой F_1 надо тянуть ленту, чтобы с такой же скоростью поднимать груз $2m$?

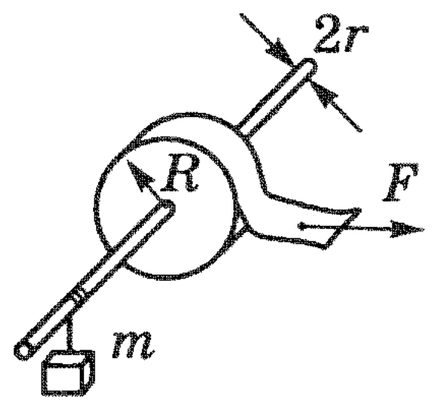


Рис. 6.95

6.96. Моторная лодка массой $m = 200$ кг въезжает из воды на песчаный берег с выключенным двигателем со скоростью $u = 18$ км/ч. Какое расстояние проедет лодка, если до момента остановки со стороны песка на нее действует сила сопротивления, равная $F = 200$ Н $+ S \cdot 2000$ Н/м, где S – расстояние, на которое лодка заехала на берег?

6.97. Тележка соединена со стеной жестким стержнем, как показано на рисунке. К ее упору прикреплена пружина, другой конец которой связан с бруском. Вначале пружина не деформирована. На брусок в течение некоторого времени действует постоянная горизонтальная сила F, направленная вдоль тележки. После прекращения действия этой силы брусок еще некоторое время смещается в сторону упора и возвращается, остановившись в исходной точке. Сила трения, действующая со стороны тележки на брусок, равна f.
а) С какой силой N тележка давила на стержень в момент прекращения действия силы F?
б) Найдите наибольшее значение $N_{\text{макс}}$ давления тележки на стержень.

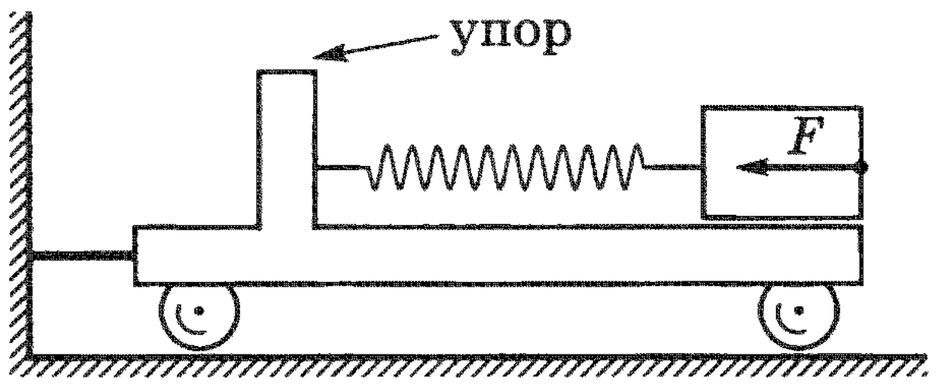


Рис. 6.97

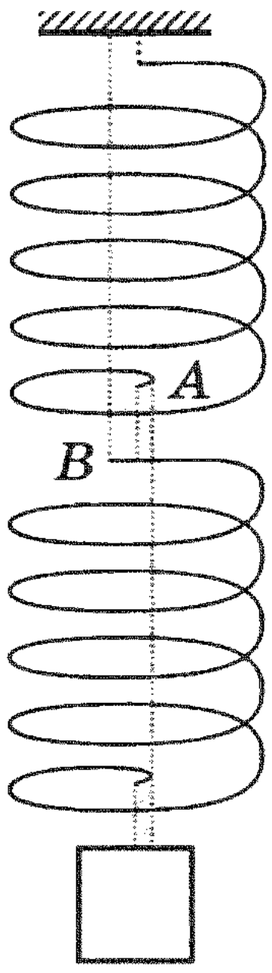


Рис. 6.98

6.98. На двух легких одинаковых пружинах, соединенных нитью AB, висит груз массы m. Жесткость каждой пружины k. Между витками пружины протянули еще две нити: одну прикрепили к потолку и к верхнему концу B нижней пружины, а вторую – к грузу и нижнему концу A верхней пружины (см. рисунок). Эти две нити не провисают, но и не натянуты. Нить AB перерезали. Через некоторое время система пришла к новому положению равновесия. Найдите изменение потенциальной энергии системы.

6.3. МЕТОД ВИРТУАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Тренировочные задания

6.99. Используя метод виртуальных перемещений, определите, какую силу F надо приложить к концу нити, чтобы удерживать систему с грузом массой m в равновесии (см. рисунок).

6.100. На гладкой плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$, с помощью нити закреплен груз массой m, как показано на рисунке. Используя метод виртуальных перемещений, определите натяжение нити.

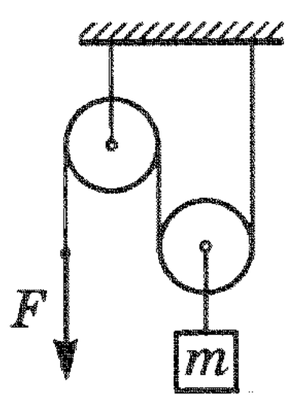


Рис. 6.99

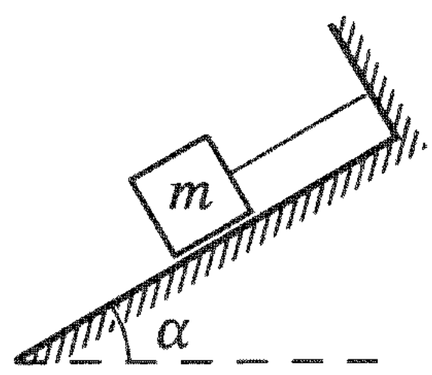


Рис. 6.100

6.101. На гладкой наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, находится тело массы $m = 50$ кг (см. рисунок). Пользуясь методом виртуальных перемещений, определите силу F, которая удерживает систему в равновесии.

6.102. На рисунке изображен невесомый стержень, ось вращения которого находится в точке O. В точке A к этому стержню прикреплен груз массой m. Пользуясь методом виртуальных перемещений, определите, какую силу надо приложить в точке B для того, чтобы удержать систему в равновесии. Длины отрезков $OA = L$, а $OB = s$.

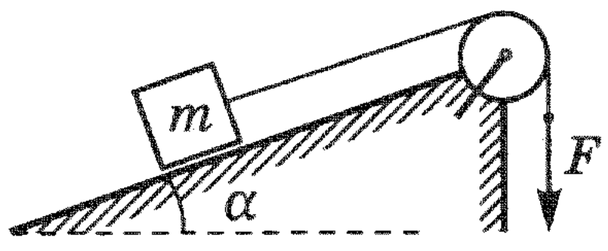


Рис. 6.101

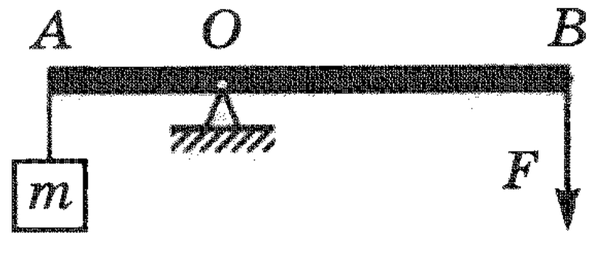


Рис. 6.102

6.103. Гиря висит на горизонтальном рычаге, закрепленном слева шарнирно, как показано на рисунке. Определите силу натяжения верхней нити в предложенной системе. Масса гири $m = 3$ кг.

6.104. В системе, изображенной на рисунке, к нижнему шарниру подвешен груз массы m. Определите, какую вертикальную силу F надо приложить к свободному концу нити, чтобы система оставалась в равновесии.

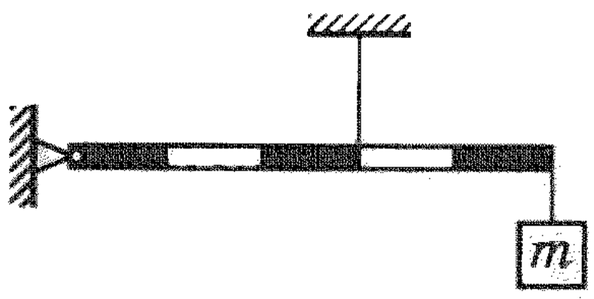


Рис. 6.103

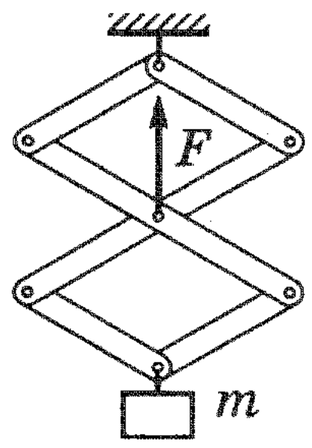


Рис. 6.104

Олимпиадные задания

6.105. Из легких жестких стержней, соединенных шарнирно и образующих три одинаковых ромба, собрана система, удерживающая груз массой m (см. рисунок). Определите массу груза, если сила натяжения нити, удерживающей систему в равновесии, равна $T = 15$ Н. Отдельно решите задачу для случая, когда суммарная масса всех стержней также равна m.

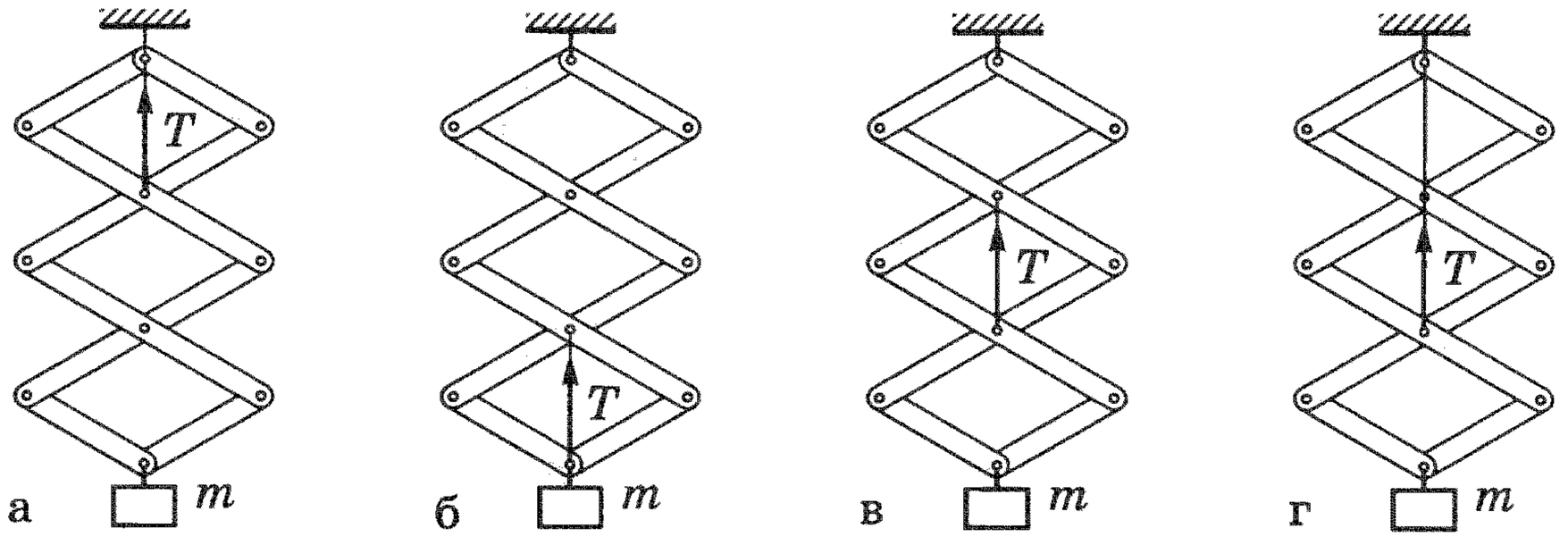


Рис. 6.105

6.106. Каково соотношение между массами грузов m_1 и m_2, если известно, что система, изображенная на рисунке, находится в рав-

новесии. Шарнирную конструкцию, рычаг и блок считайте невесомыми. Расстояния между точками крепления нитей и шарнирной конструкции возьмите из рисунка.

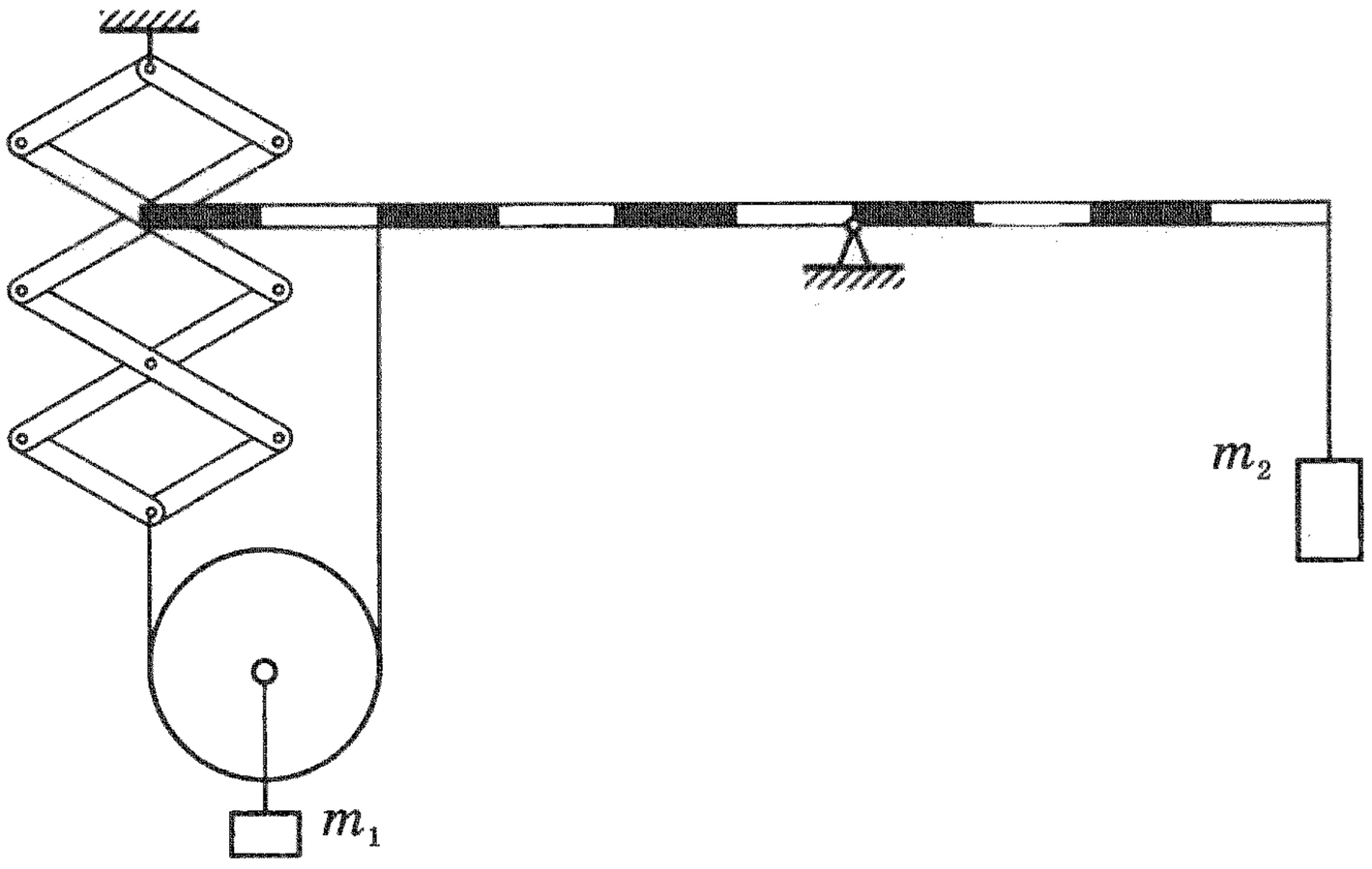


Рис. 6.106

6.107. Из легких жестких стержней, соединенных шарнирно и образующих три одинаковых ромба, и легкого рычага, собрана система, к которой подвешены два груза (см. рисунок). Определите силу натяжения нити T, удерживающей систему в равновесии, если масса $m = 1$ кг.

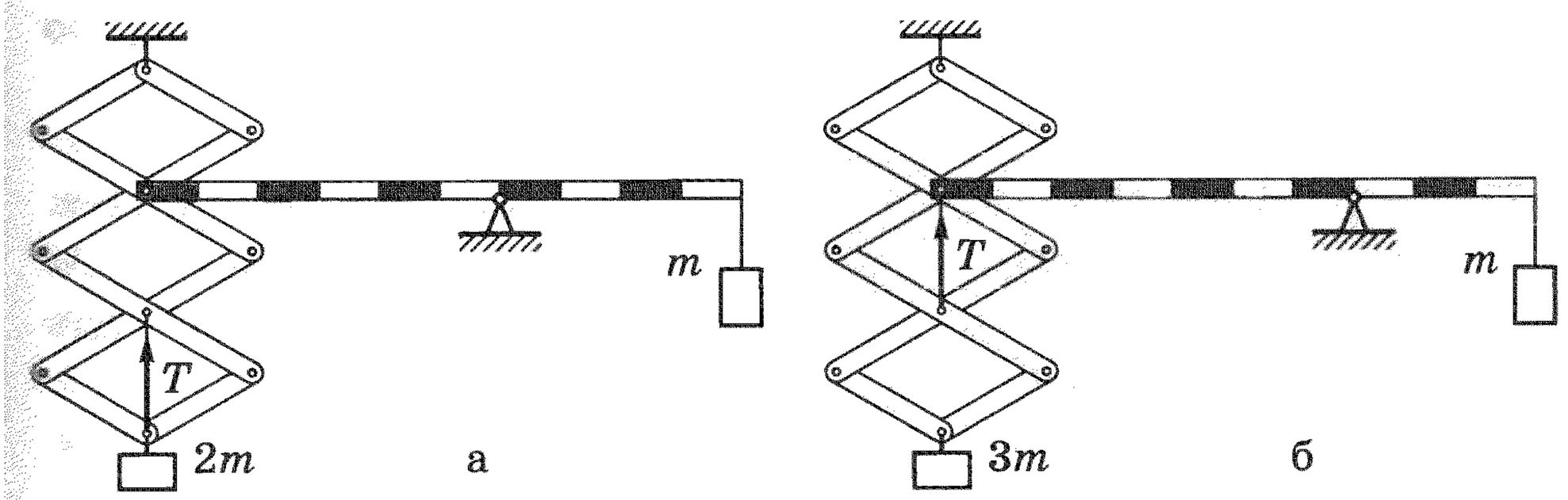


Рис. 6.107

6.108. Из легких жестких стержней, соединенных шарнирно и образующих два ромба, собрана система, удерживающая груз массой m (см. рисунок). Определите массу груза, если сила натяжения нити, удерживающей систему в равновесии равна $T = 20$ Н. Линей-

ные размеры нижнего ромба отличаются от размера верхнего в три раза.

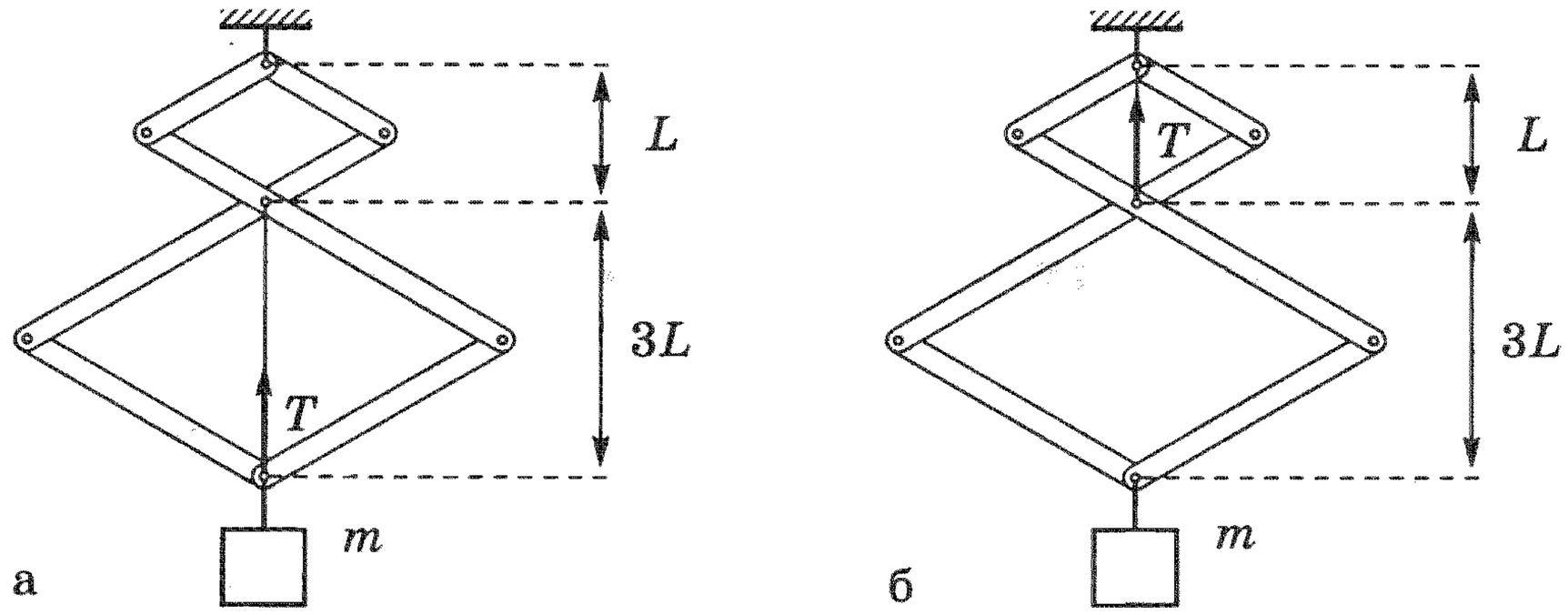


Рис. 6.108

6.109. На гладкой горке лежит цепочка (см. рисунок) длиной $L = 1$ м и массой $m = 1$ кг. Какую силу F нужно приложить к верхнему концу цепочки, чтобы она не скользила? Расстояние по высоте между концами цепочки $h = 0{,}5$ м.

6.110. Цепочка массой m и длиной L подвешена так, что расстояние между концами (по высоте) равно h (см. рисунок). Найдите разность сил натяжения на концах цепочки.

6.111. На гладком блоке радиусом R висит однородный гибкий канат массой m и длиной l (см. рисунок). Найдите максимальную силу натяжения каната.

6.112. Через блок радиусом R перекинут однородный канат массой m и длины l. На оси блока висит груз, масса которого вместе с блоком M (см. рисунок). Трение между канатом и блоком отсутствует. Найдите максимальную и минимальную силу натяжения каната.

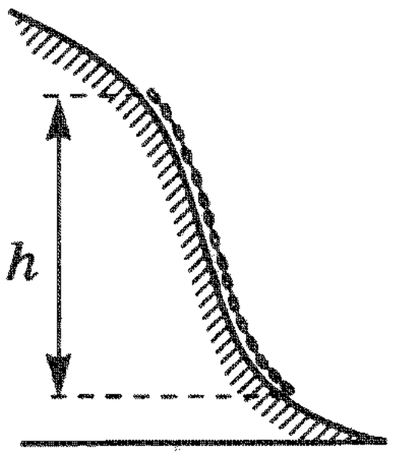


Рис. 6.109

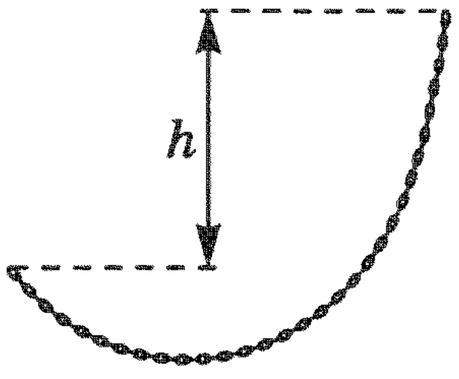


Рис. 6.110

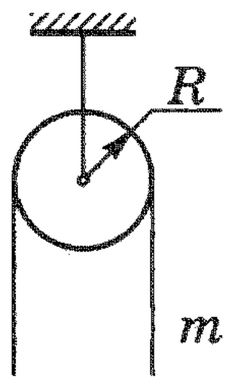


Рис. 6.111

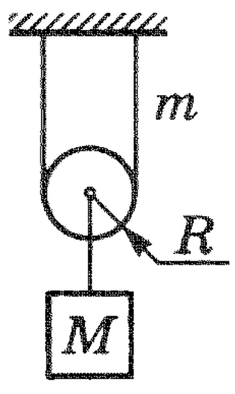


Рис. 6.112

6.113. Гибкий канат длиной l и массой m удерживают на краю горизонтального стола, при этом со стола свешивается конец каната длиной l_1. Канат начинают втаскивать на стол, действуя на лежащий на столе конец постоянной горизонтальной силой ($F > mg$). Какой будет скорость каната, когда он поднимется на стол?

6.114. На однородном стержне в точках A и B подвешены грузы массой 0,2 кг и 0,4 кг соответственно (см. рисунок). Определите, какую силу надо приложить в точке C, чтобы удержать систему в равновесии. Длины отрезков $OA = 0{,}4$ м, $OB = 0{,}1$ м, $BC = 0{,}3$ м.

6.115. На поверхности клина лежит однородный цилиндр массой m, на который намотана нить, перекинутая через блок (см. рисунок). Какую силу F следует прикладывать к нити для того, чтобы поднимать цилиндр? Длина наклонной поверхности клина равна L, а высота H. Проскальзывания между цилиндром и клином нет.

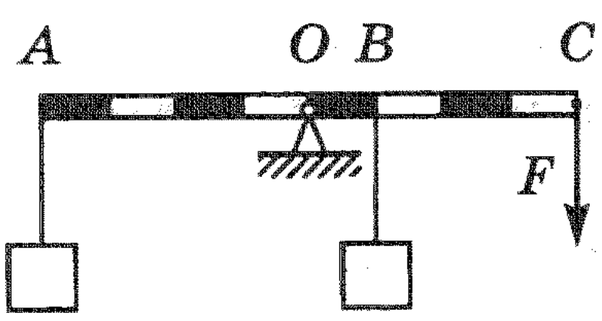


Рис. 6.114

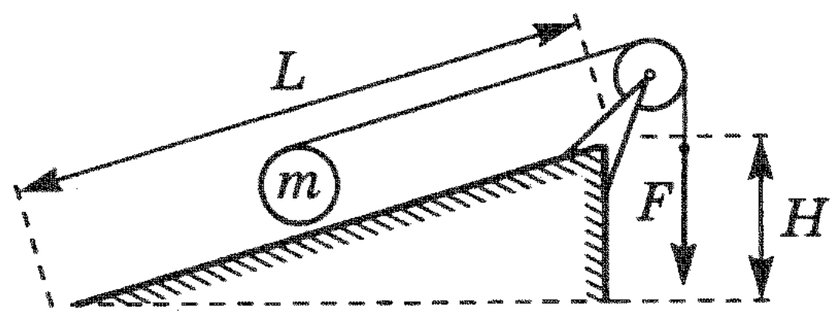


Рис. 6.115

6.116. На клин с углом наклона α давит однородный стержень массы m, который может перемещаться по вертикали в направляющих AB. Система удерживается в равновесии нитью CD (см. рисунок). Считая, что трения между клином и стержнем нет, найдите натяжение удерживающей нити.

6.117. Два зубчатых колеса связаны друг с другом (см. рисунок). Радиусы колес равны R_1 и R_2. Момент, приложенный к первому колесу, равен M_1. Определите, какой момент M_2 надо приложить ко второму колесу, чтобы колеса не вращались.

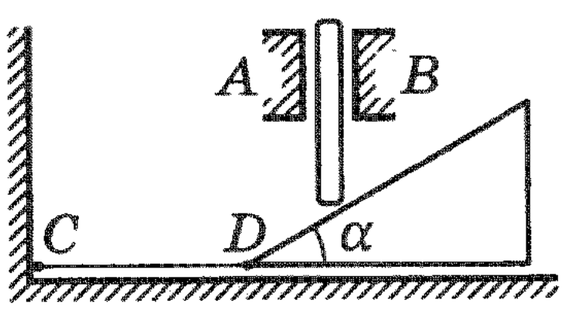


Рис. 6.116

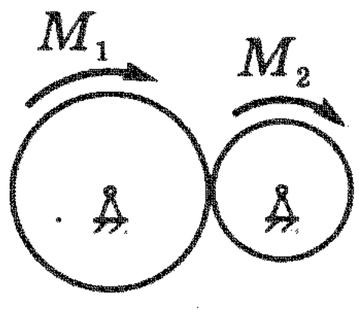


Рис. 6.117

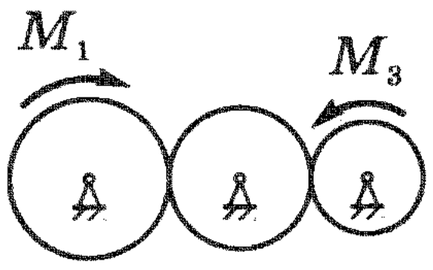


Рис. 6.118

6.118. Три зубчатых колеса радиусами R_1, R_2, R_3 связаны друг с другом (см. рисунок). К первому колесу прикладывают M_1.
а) Определите, какой момент M_3 надо приложить к третьему колесу, чтобы колеса не вращались.
б) Определите, какой момент M_3 надо приложить к третьему колесу, чтобы колеса не вращались, считая, что к первому колесу приложен момент M_1 по часовой стрелке, а ко второму – момент M_2 против часовой стрелки.

6.119. На рисунке представлен двойной блок (два блока разных радиусов на одной оси жестко скреплены между собой). Используя метод виртуальных перемещений, найдите силу F (направленную под произвольным углом), при которой груз массой m находится в равновесии (нить груза наматывается на поверхность меньшего блока). Блоки имеют радиусы R и r.

6.120. На рисунке схематично изображен коловорот радиусом r. Используя метод виртуальных перемещений, определите, какую силу нужно приложить к рукоятке, чтобы груз массой m оставался в равновесии, при условии, что длина рукоятки (от оси вращения коловорота) равна R. Массой рукоятки и коловорота можно пренебречь.

6.121. Для устройства, представленного на рисунке (дифференциальный блок), используя метод виртуальных перемещений, найдите силу F, при которой груз массой m находится в равновесии. Верхний блок имеет радиусы R и r.

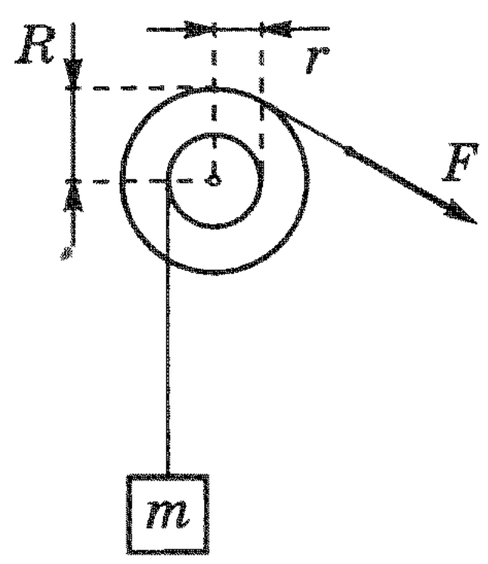


Рис. 6.119

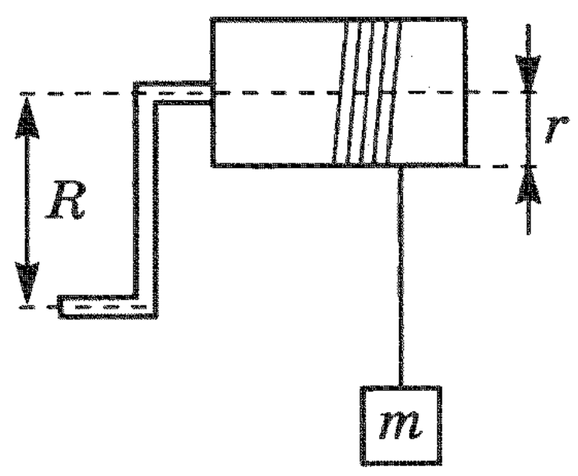


Рис. 6.120

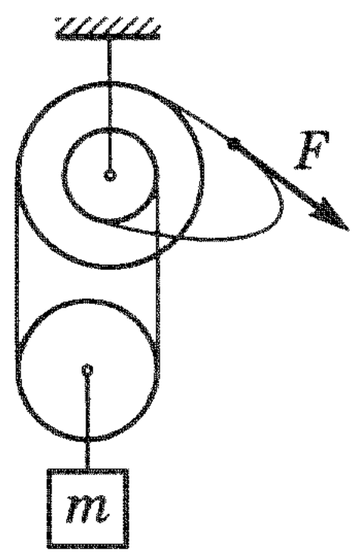
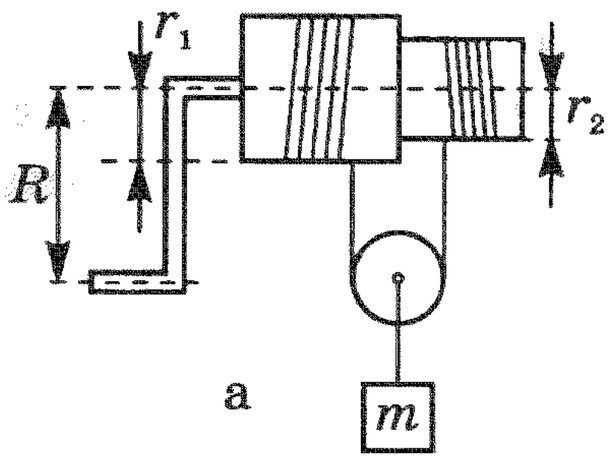


Рис. 6.121

6.122. На рисунке схематически изображен дифференциальный ворот. Определите, какую силу нужно приложить к рукоятке,

чтобы груз массой m оставался в равновесии. Вал имеет радиусы r_1 и r_2, а рукоятка – радиус R.

6.123. Определите, какую силу надо приложить к рукоятке, чтобы удержать систему в равновесии (см. рисунок). Масса груза m. Шестерня передачи имеет 12 зубьев, радиус вала, на который намотан трос и радиус рукоятки равны R и r соответственно.



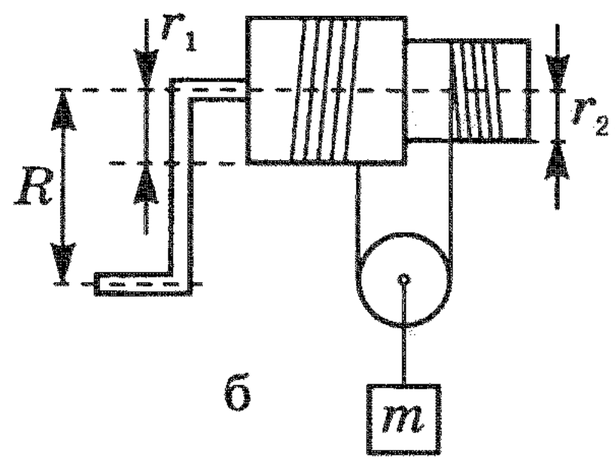


Рис. 6.122

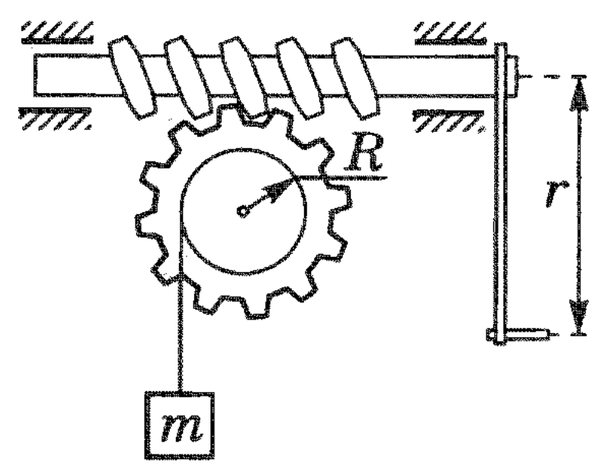


Рис. 6.123

6.124. Однородный стержень AB упирается одним концом в угол и удерживается за другой конец нитью, как показано на рисунке. Масса стержня m, а угол его наклона к горизонту $\alpha = 30^\circ$. Найдите натяжение нити T.

6.125. Конец однородного стержня длиной $L = AC$, имеющего массу m, шарнирно закреплен на доске в точке A, как показано на рисунке. К другому концу стержня привязана переброшенная через блок нить. Определите, какой должна быть сила F для того, чтобы стержень образовал с доской угол $\alpha = 30^\circ$.

6.126. Однородный стержень AB, изображенный на рисунке, массой m и длиной L, нижним концом шарнирно закреплен к стене и с помощью нити DC удерживается в наклонном положении. Причем $AD = AB/3$. Величина угла между стенкой и стержнем $\alpha = 30^\circ$. Определите натяжение нити DC.

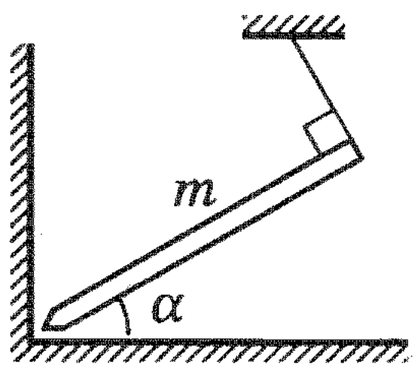


Рис. 6.124

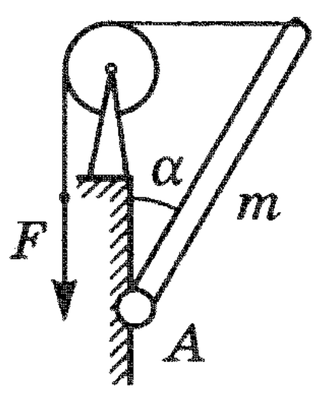


Рис. 6.125

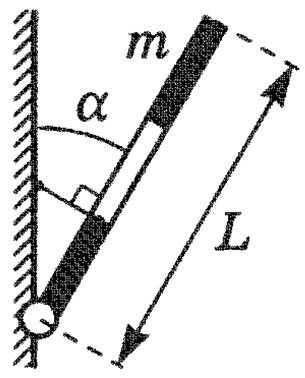


Рис. 6.126

6.127. Для строительства одного из соборов Швейцарии его архитектору понадобились блоки, позволяющие поднимать особо тяжелые грузы. Он сконструировал весьма сложное устройство, но запутался в многочисленных силах натяжения тросов и так и не смог рассчитать, сколько же человек нужно будет нанять для его обслуживания. Каково же было удивление архитектора, когда Бернулли, едва взглянув на чертеж, тут же дал ответ. Используя метод виртуальных перемещений и не вдаваясь в устройство механизма, предложенного архитектором, ответьте, какое минимальное количество человек понадобится для того, чтобы поднять груз массы $M = 1200$ кг, если известно, что средняя масса одного человека $m = 60$ кг. При условии, что рабочие, вытягивая трос на длину $L = 1$ м, поднимают груз на расстояние $l = 0{,}25$ м.

6.128. При строительстве пирамид древние египтяне использовали механизмы, состоящие из рычагов и блоков. Определите, с какой силой приходилось древним египтянам тянуть за веревку, если для подъема камня на $H = 1$ м вверх они выбирали $L = 20$ метров веревки. Масса камня $m = 1$ тонна. Считайте, что КПД египетского механизма 50 %.

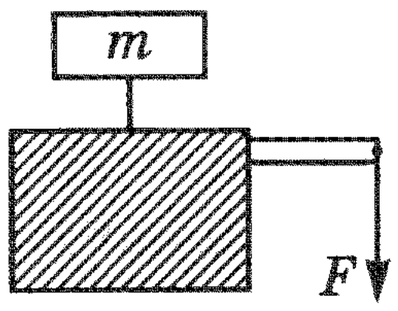
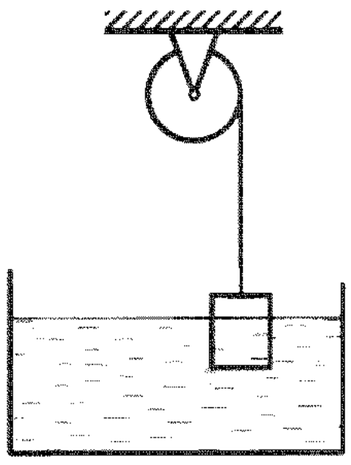


Рис. 6.129

6.129. Если к выступающему рычагу механического черного ящика, изображенного на рисунке, приложить силу $F = 40$ Н, то груз массой $m = 2$ кг поднимется на $L = 10$ см. На какое расстояние опустится точка приложения силы F, если КПД механизма черного ящика равен 50%.

6.130. Пластмассовый кубик со стороной $a = 10$ см привязан к нити, намотанной на катушку. Первоначально он безразлично плавает в толще жидкости, плотность которой меняется с высотой по закону, изображенному на графике. Постепенно наматывая нить на катушку, кубик вытаскивают из бассейна так, что нижняя его грань сохраняет контакт с жидкостью, плотность которой зависит от глубины. График этой зависимости представлен на рисунке. Постройте график зависимости силы натяжения нити от длины ее намотанной части. Плотность пластмассы, из которой сделан куб, равна $\rho = 1350$ кг/м^3. Найдите работу, совершенную лебедкой.



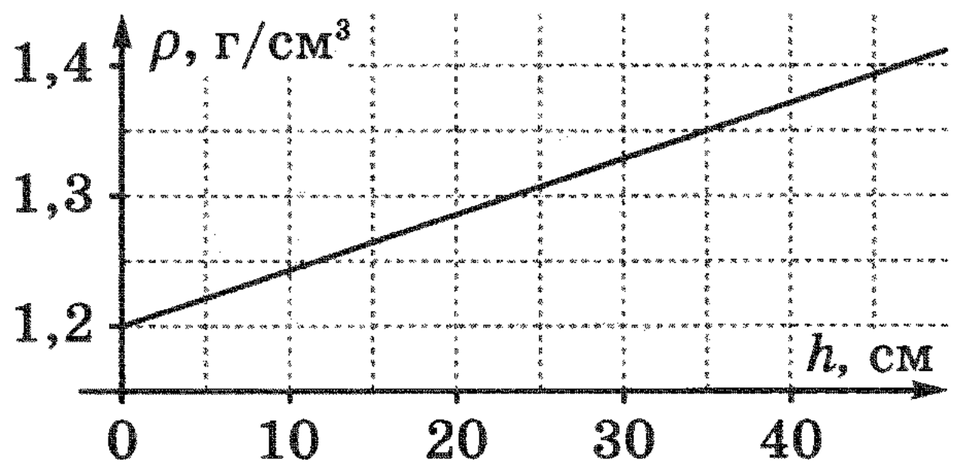


Рис. 6.130

6.131. Груз поднимают с помощью системы блоков, изображенной на рисунке. КПД каждого блока 90 %. Каков КПД системы?

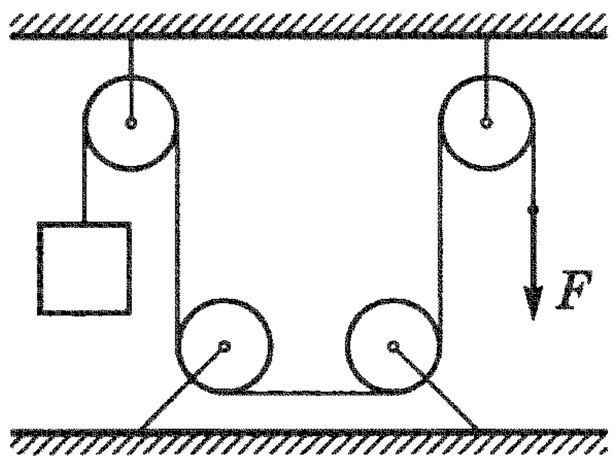


Рис. 6.131

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОЛИМПИАДА ИМ. МАКСВЕЛЛА

Олимпиада имени Дж. К. Максвелла — соревнование по физике для учеников 7-х и 8-х классов, которое проводится с 2000 года более чем в 60 субъектах Российской Федерации по инициативе Центральной предметно-методической комиссии Всероссийской олимпиады школьников.

Региональный и заключительный этапы олимпиады проходят в два тура. На теоретическом каждому из участников предлагается решить 4 задачи, на выполнение которых отводится 4 астрономических часа, на экспериментальном — два задания по 2 ч 20 мин каждое.

Задания олимпиады разрабатываются Центральной предметно-методической комиссией по принципу «накопленного итога» и могут включать как задачи, связанные с разделами школьного курса физики, которые изучаются в текущем году, так и задачи по пройденным ранее разделам.

Программа олимпиады им. Максвелла (для 7 класса) с учетом сроков прохождения тем

Тема	Месяц	Примечание
Измерение физических величин. Цена деления. Единицы измерений физических величин. Перевод единиц измерений. Погрешность измерения (общие понятия).	Сентябрь	Явный расчет погрешности потребуется только на заключительном этапе олимпиады в 8 классе!

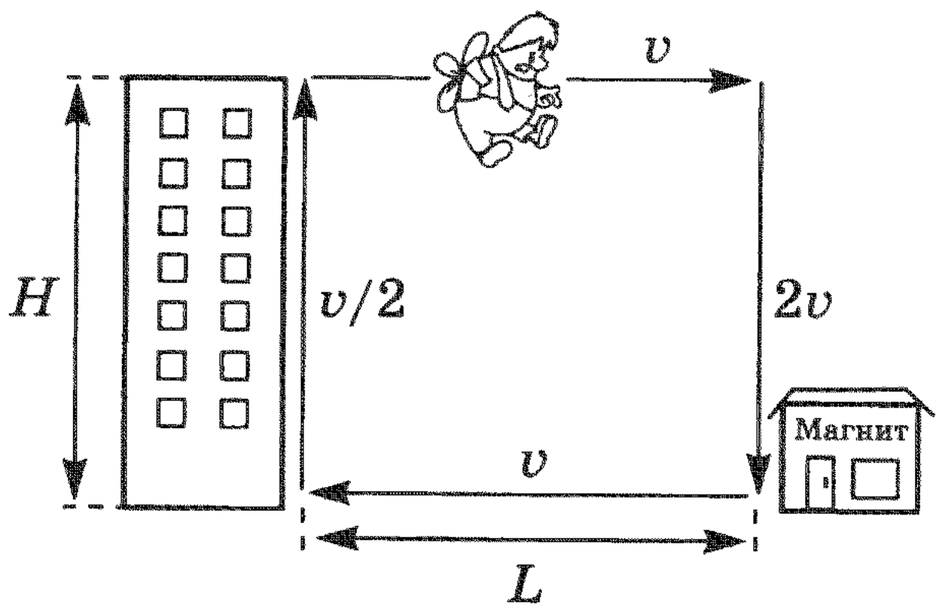
Тема	Месяц	Примечание
Механическое движение. Путь. Перемещение. Равномерное движение. Скорость. Средняя скорость. Графики зависимостей величин, описывающих движение. Работа с графиками, в т.ч. культура построения графиков. Общее понятие об относительности движения. Сложение скоростей для тел, движущихся параллельно. Кинематические связи.	Октябрь	
Объем. Масса. Плотность. Смеси и сплавы.	Ноябрь	
Инерция. Взаимодействие тел. Силы в природе (тяжести, натяжения нити, нормальной реакции опоры, трения). Закон Гука. Сложение параллельных сил. Равнодействующая.	Декабрь/ Январь	
Региональный этап олимпиады Максвелла	Январь	Измерительные приборы для экспериментального тура: линейка, часы, мерный цилиндр, весы (в том числе электронные), секундомер.

Тема	Месяц	Примечание
Механическая работа для сил, направленных вдоль перемещения, мощность, энергия. Графики зависимости силы от перемещения и мощности от времени.	Январь	Основные понятия. Вычисление работы через площадь под графиками перемещения и мощности.
Простые механизмы, блок, рычаг. Момент силы. Правило моментов (для сил, лежащих в одной плоскости, и направленных вдоль параллельных прямых). Золотое правило механики. КПД.	Март	
Давление.	Апрель	
Основы гидростатики. Закон Паскаля. Атмосферное давление. Гидравлический пресс. Сообщающиеся сосуды. Закон Архимеда. Плавание тел. Воздухоплавание.	Апрель	
Заключительный этап олимпиады Максвелла. Здесь и далее требуется умение работать с графиками. Построение, расчёт площади под графиком, проведение касательных для учёта скорости изменения величины.	Апрель	Измерительные приборы для экспериментального тура: динамометр. Оценивается культура построения графиков.

ЗАДАНИЯ ОЛИМПИАДЫ

Муниципальный этап 2015

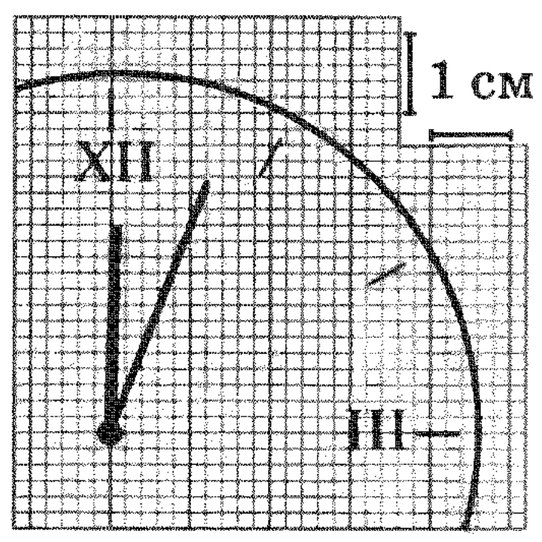
М.15.1. Карлсон купил квартиру на крыше семнадцатиэтажной новостройки на высоте $H = 55$ м над землей. За вареньем теперь ему приходится летать в соседний магазин, который находится на расстоянии $L = 100$ м от его дома. В горизонтальном полете Карлсон развивает скорость v, при вертикальном спуске $2v$, а при вертикальном подъеме $v/2$. Определите, чему равна скорость v, если на полет до магазина и обратно Карлсон тратит ровно $t = 5$ мин.



М.15.2. Экспериментатор Глюк и теоретик Баг решили зарыть свои таланты в землю. У Глюка талант был золотой, а у Бага простой, деревянный. На сколько больше килограммов земли придется выкопать из ямы обладателю большего по объему таланта? Плотность золота $\rho_з = 19{,}3$ г/см^3, плотность дерева $\rho_д = 700$ кг/м^3, плотность земли $\rho = 2{,}0$ кг/литр. *Примечание:* талант – древнегреческая единица измерения массы, равная примерно 25,9 кг.

М.15.3 В тяжелый металлический ящик помещается ровно 24 одинаковых кирпича. Если при этом закрыть крышку ящика, то в нем не остается никаких пустот. Масса полностью заполненного кирпичами ящика оказывается в $n = 2{,}5$ раза больше массы этого же ящика, полностью заполненного водой. Если в ящик положить 12 таких же кирпичей, то его масса оказывается в $m = 1{,}5$ раза больше массы ящика, полностью заполненного водой. Чему равна плотность материала, из которого сделаны кирпичи?

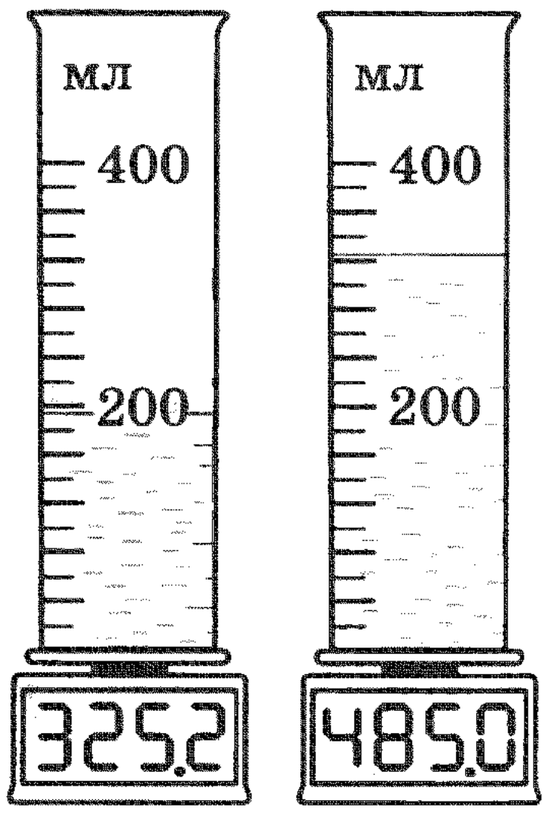
М.15.4. Экспериментатор Глюк предложил для измерения времени измерять длину пути, пройденного концом часовой стрелки его наручных часов.
Определите, чему будет равна длительность:
а) часа, выраженная в миллиметрах;
б) суток – в сантиметрах;
в) года – в метрах.
Необходимые данные возьмите из рисунка.



Муниципальный этап 2016

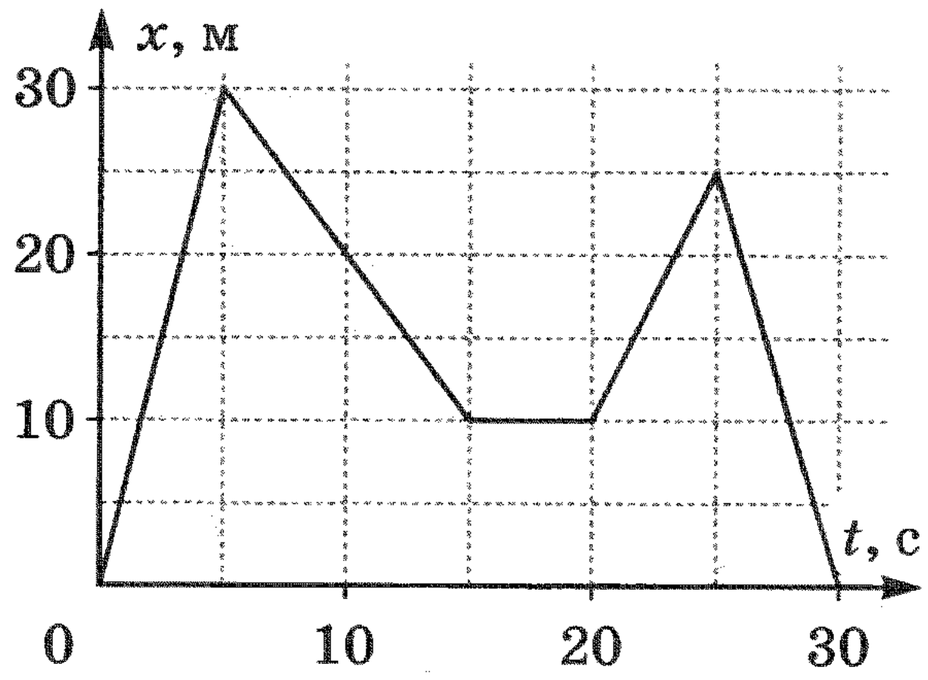
М.16.1. В телескоп наблюдаются два космических объекта. Известно, что один из них расположен на расстоянии 18,0 тысяч световых лет от Земли, а другой – на расстоянии 5,50 килопарсек. Угол между видимыми направлениями на объекты 60 градусов, а расстояние между ними 1,14 млрд астрономических единиц (а.е.). Сколько световых лет содержится в 1 парсеке? Известно, что расстояние в 1 а.е. свет проходит за 500 секунд, а 1 световой год – это расстояние, которое свет проходит за 1 год.

М.16.2. Исследуя плотность неизвестной жидкости, экспериментатор Глюк провел серию измерений. Поставив мерный стакан с жидкостью на весы, он сфотографировал установку, а затем, долив еще немного жидкости, сделал второй снимок (см. рисунок). Через несколько дней Глюк понял, что из-за поломки в день эксперимента показания весов были завышенными ровно на 10 %. Помогите экспериментатору определить плотность неизвестной жидкости и массу пустого мерного стакана.

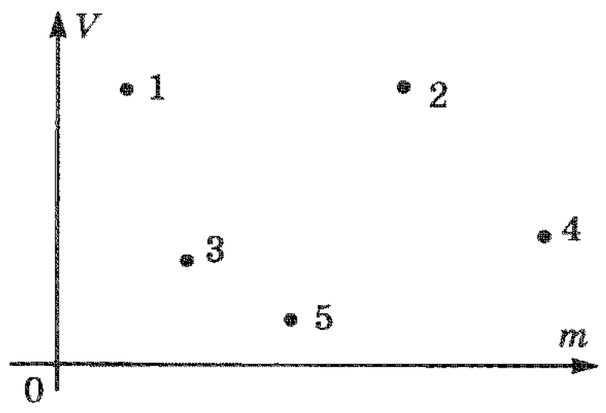


М.16.3. Поезд проехал мост длиной $l = 450$ м за $t_1 = 45$ с. Охранник, стоящий на мосту, заметил, что поезд двигался мимо него в течение $t_2 = 30$ с. Какое время ехал по мосту пассажир, сидящий в вагоне поезда? Найдите длину поезда, скорость его движения, и определите, во сколько раз длина поезда больше длины моста.

М.16.4. На графике приведена зависимость координаты тела, движущегося вдоль оси Ox, от времени. Определите:
а) максимальную скорость движения тела;
б) путь, пройденный телом за 30 секунд;
в) среднюю скорость тела в интервале времени от 5 с до 20 с.

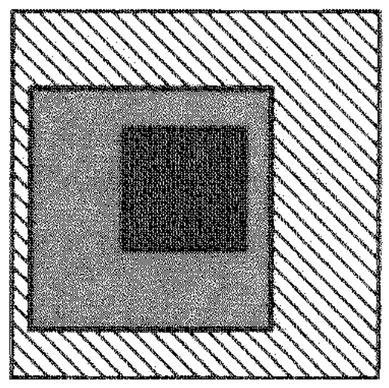


Региональный этап 2016



Р.16.1. В лаборатории провели измерения массы и объема пяти тел, изготовленных из четырех материалов: березы, $\rho_б = 0{,}7$ г/см^3, алюминия, $\rho_{ал} = 2{,}7$ г/см^3, железа, $\rho_ж = 7{,}8$ г/см^3 и свинца, $\rho_с = 11{,}3$ г/см^3. Затем результаты нанесли на график, по одной оси которого отложили объемы тел V_i, а по другой их массы m_i. Здесь индекс i может принимать значения 1, 2, 3, 4, 5 – соответственно номерам точек на графике. К сожалению, со временем масштаб по осям был утрачен, а экспериментаторы в спешке забыли записать, какому веществу какая экспериментальная точка соответствует. Определите:
а) из какого материала изготовлено тело самой большой массы?
б) у тела с каким номером была самая маленькая плотность? Чему она равна?
в) какой точке соответствует тело, изготовленное из свинца?
г) какие тела сделаны из одинакового материала? Определите из какого.
Примечание: применять свои линейки для нанесения на график масштаба нельзя.

Р.16.2. Однородный кубик со стороной a и плотностью ρ поместили внутрь куска глины с плотностью 4ρ, которому придали форму куба со стороной $2a$. Получившийся куб облепили пластилином плотностью 2ρ, в результате чего получился куб со стороной $3a$ (см. рисунок). Определите среднюю плотность получившейся системы.



Р.16.3. На трубопрокатном заводе по конвейерам с одинаковой скоростью движутся во встречных направлениях две трубы разной длины. Мимо друг друга трубы проезжают за время $t_1 = 5$ с (время измеряется от момента, когда поравняются передние торцы труб, движущиеся навстречу друг другу, до момента, когда поравняются задние торцы). В результате поломки один из конвейеров начал движение в обратном направлении с вдвое большей скоростью. За какое время t_2 трубы проедут мимо друг друга теперь? Рассмотрите возможные варианты.

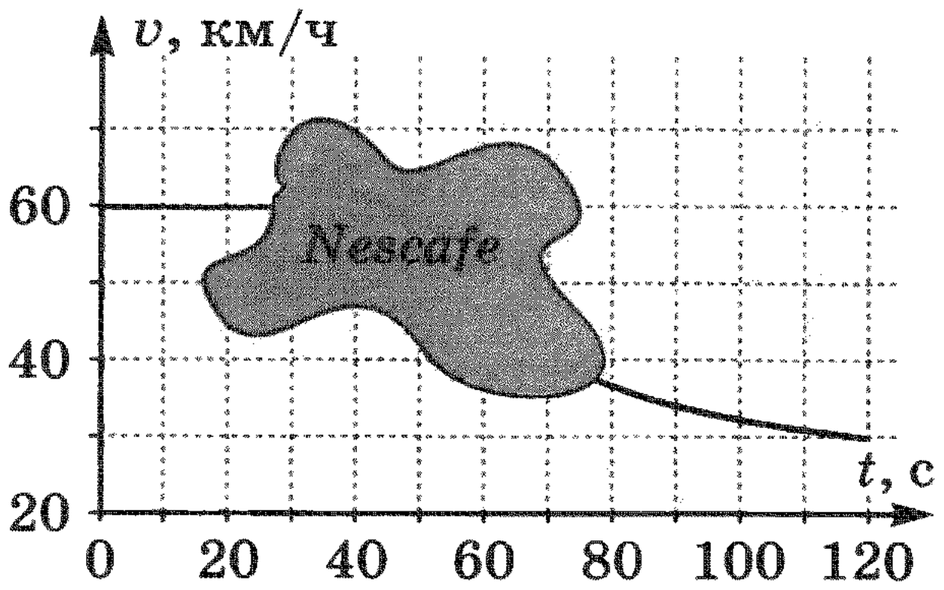
Р.16.4. Машина половину пути ехала равномерно; затем, въехав на плохой участок дороги, стала двигаться медленнее, но тоже с постоянной скоростью. На графике приведена зависимость средней скорости машины от времени движения. К сожалению, при движении по плохой дороге на график пролили кофе, и часть информации пропала. Определите:

а) путь, пройденный машиной за все время движения;

б) время движения на первой половине пути;

в) величину скорости машины на втором участке;

г) значение средней скорости через 60 с после начала движения.

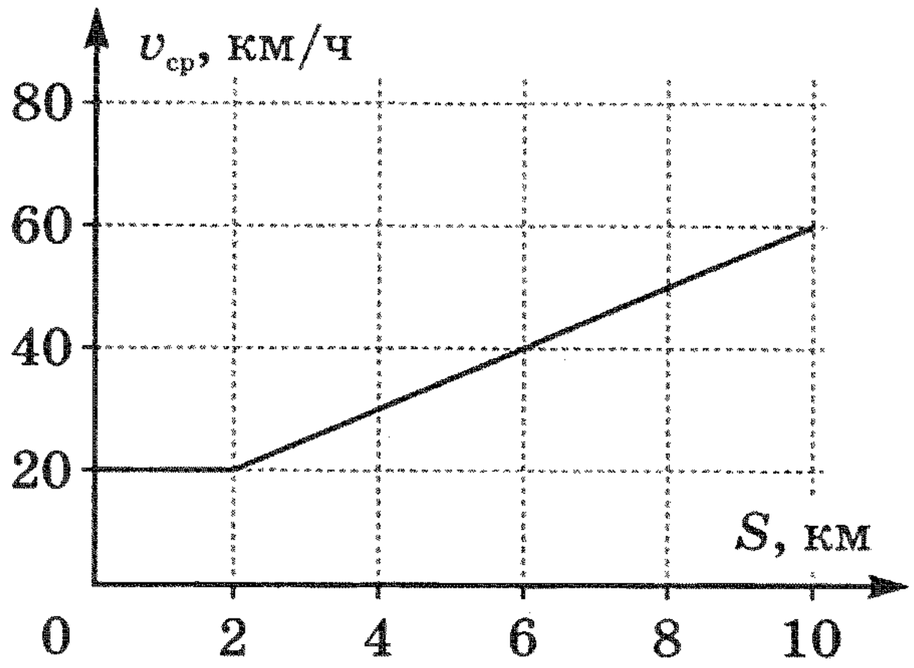


Региональный этап 2017

Р.17.1. Вдоль длинной дороги с постоянной скоростью на равных расстояниях друг от друга колонной ползут черепахи. Мимо стоящего Ахиллеса в минуту проползает $n_1 = 5$ черепах. Если Ахиллес побежит трусцой в сторону движения колонны, то он будет обгонять в минуту $n_2 = 45$ черепах, а если он поедет на велосипеде навстречу колонне, то в минуту ему будет встречаться $n_3 = 105$ черепах. Какое расстояние L успеет проползти черепаха за то время, за которое Ахиллес трусцой пробежит $S = 100$ м? Во сколько раз скорость Ахиллеса на велосипеде больше, чем при беге?

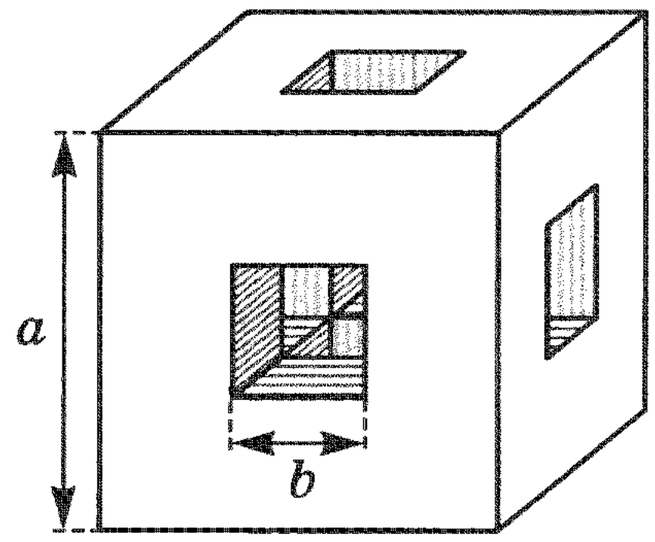
Р.17.2. Во время Великой французской революции декретом конвента было введено «Десятичное время». Сутки от полуночи до полуночи делились на 10 десятичных часов, час на 100 десятичных минут, а минута на 100 десятичных секунд. Таким образом, полночь приходилась на 0:00:00, полдень – на 5:00:00 и т. п. Однажды курьер отправился из Парижа в Версаль, между которыми расстояние 5,2 лье, когда его новые десятичные часы показывали 3:56:78. Доставив важное донесение, он вернулся в Париж в 6:79:40. Определите среднюю путевую скорость $v_{ср}$ курьера. Ответ выразите в привычных нам км/ч. *Примечание:* 1 лье равен 4 км.

Р.17.3. На графике (см. рисунок) представлена зависимость средней скорости машины от пройденного пути. Определите среднюю скорость машины на участке, где она разгонялась.



Р.17.4. Из листа жести толщиной $d = 1{,}0$ мм сварили пустой внутри герметичный поплавок в форме куба со стороной $a = 90$ см и квадратными сквозными отверстиями со стороной $b = 30$ см. Определите

массу и среднюю плотность поплавка. Плотность жести $\rho = 7800$ кг/м^3. Плотностью воздуха можно пренебречь. При вычислении средней плотности считайте, что объем поплавка равен объему вытесненной им жидкости при полном погружении в нее.



Заключительный этап 2016

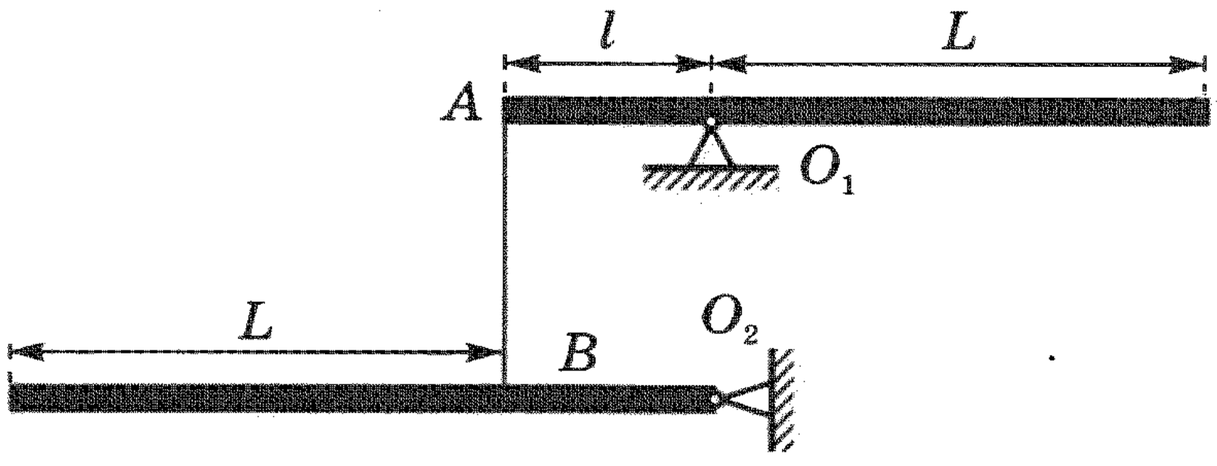
Ф.16.1. От пристани A к пристани $Б$ вниз по течению реки стартует катер, а одновременно с ним по берегу – пешеход и велосипедист, которые движутся неравномерно. Капитану катера передается информация о скоростях движения пешехода и велосипедиста, и он, моментально реагируя, поддерживает скорость катера относительно воды равной среднему арифметическому скоростей пешехода и велосипедиста. К пристани $Б$ катер прибывает одновременно с велосипедистом через время $t = 30$ мин после старта. Пешеход к этому моменту оказывается позади них на расстоянии $S = 3$ км. Определите скорость течения реки.

Ф.16.2. Два однородных стержня одинаковой длины с одинаковой площадью поперечного сечения $S = 1{,}0$ см^2 могут свободно вращаться вокруг неподвижных горизонтальных осей O_1 и O_2, расположенных на одной вертикали (см. рисунок). Длина короткого участка каждого стержня $l = 51$ см, а длинного $L = 105$ см. Стержни находятся в равновесии благодаря нити AB. Верхний стержень изготовлен из стали.

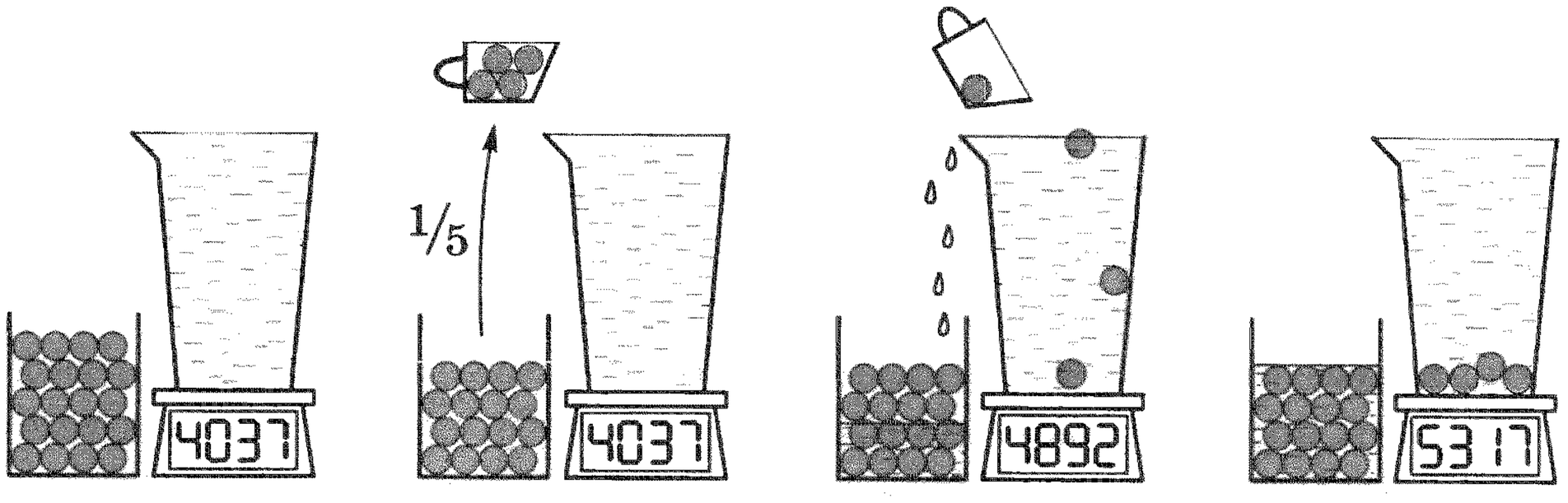
а) Какова плотность материала нижнего стержня?

б) С помощью таблицы определите, что это за материал.

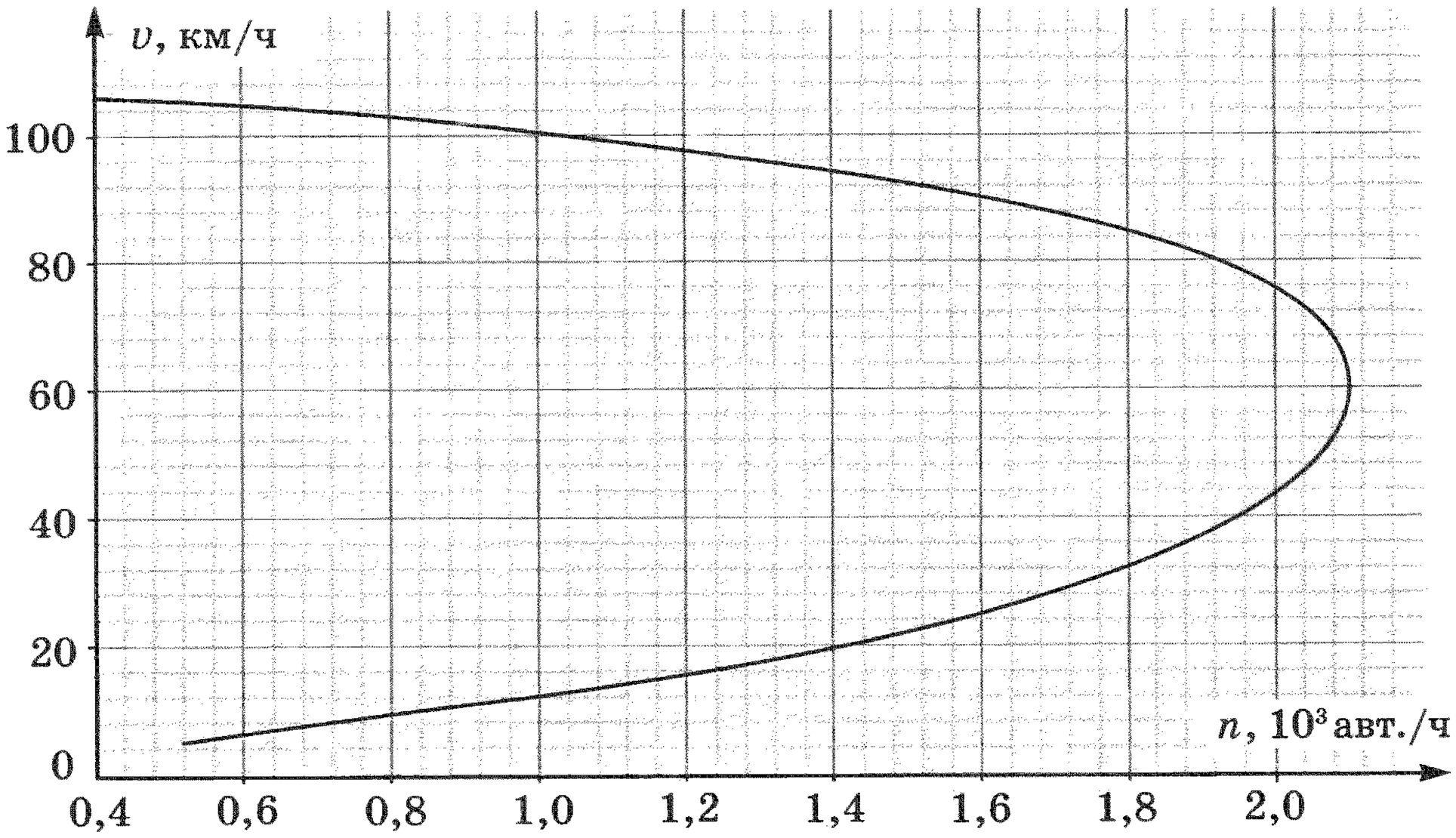
в) Найдите силу F натяжения нити AB.



Ф.16.3. Изначально банка объемом $V_0 = 1000$ мл доверху заполнена маленькими одинаковыми металлическими шариками (см. рисунок). Одну пятую часть шариков высыпали в стоящий на весах мерный цилиндрический сосуд, заполненный водой. В результате показания весов увеличились с $m_0 = 4037$ г до $m_1 = 5317$ г, а уровень вылившейся в банку воды сравнялся с уровнем оставшихся шариков. Определите плотность материала, из которого изготовлены шарики.



Ф.16.4. Исследования пропускной способности однополосной односторонней автомобильной дороги (см. рисунок) показали, что с ростом скорости потока машин пропускная способность дороги может уменьшаться (график зависимости скорости потока от интенсивности движения $v(n)$ приведен на рисунке). В предположении, что основная причина изменения пропускной способности связана с изменением дистанции между машинами (расстояния от переднего бампера задней машины до заднего бампера передней), определите среднюю дистанцию s между автомобилями при скорости потока v и постройте график зависимости $s(v)$. Для упрощения можете считать, что все машины следуют с одинаковой скоростью и имеют одинаковую длину $L = 4$ м. *Примечание:* интенсивностью движения n называется количество автомобилей, проезжающих мимо неподвижного наблюдателя в единицу времени.



Заключительный этап 2017

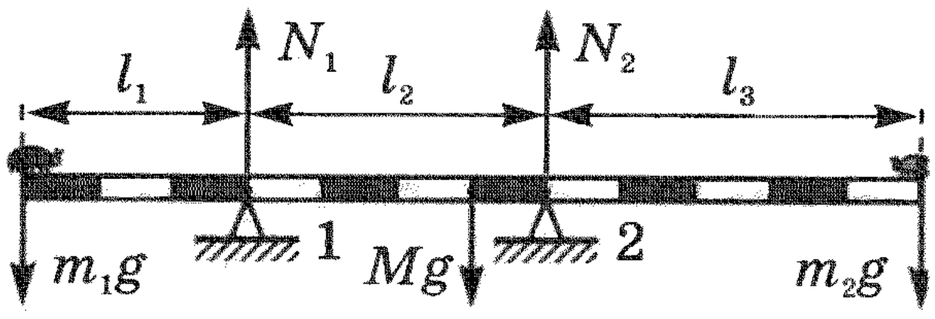
Ф.17.1. Кольцо большого адронного коллайдера имеет форму окружности длиной $L = 27$ км и четыре раза пересекает границу Франции и Швейцарии в окресности города Женева. Протоны перед столкновением летят в коллайдере со скоростью очень близкой к скорости света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Наименьшее время между влетами протона в Швейцарию $t_1 = 24$ мкс. Наименьшее время между влетами протона во Францию равно $t_2 = 20$ мкс. Наибольшее время однократного пребывания протона во Франции равно $t_3 = 56$ мкс. Какая часть длины кольца БАК находится в Швейцарии? *Примечание:* 1 мкс $= 10^{-6}$ с, что соответствует одной миллионной доле секунды.

Ф.17.2. Однородная соломинка массой $M = 1$ г лежит горизонтально на двух ветках, которые делят ее на участки длиной $l_1 = 6$ см, $l_2 = 8$ см и $l_3 = 10$ см. Два небольших жука с массами $m_1 = 5$ г и $m_2 = 2$ г, сидевших на концах соломинки, одновременно начали движение навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 1$ см/с и $v_2 = 4$ см/с (см. рисунок).

а) Найдите силы реакции веток N_1 и N_2, которые действовали на соломинку до старта жуков.

б) Через какое время $t_к$ после старта соломинка опрокинется, если скольжение между соломинкой и ветками отсутствует?

в) Какой должна быть масса соломинки M_0, чтобы жуки все-таки встретились?



Ф.17.3. В домашней лаборатории экспериментатора Глюка в двух стаканах хранились две жидкости. В одном – синяя объемом V и плотностью ρ, а в другом – красная с вдвое меньшим объемом и неизвестной плотностью ρ_x. Однажды экспериментатор смешал половину синей и половину красной жидкости в колбе, получив фиолетовую смесь с плотностью $\rho_1 = 4\rho/3$. Остатки жидкостей из стаканов он смешал во второй и третьей колбе, при этом плотность смеси во второй оказалась $\rho_2 = 5\rho/4$.

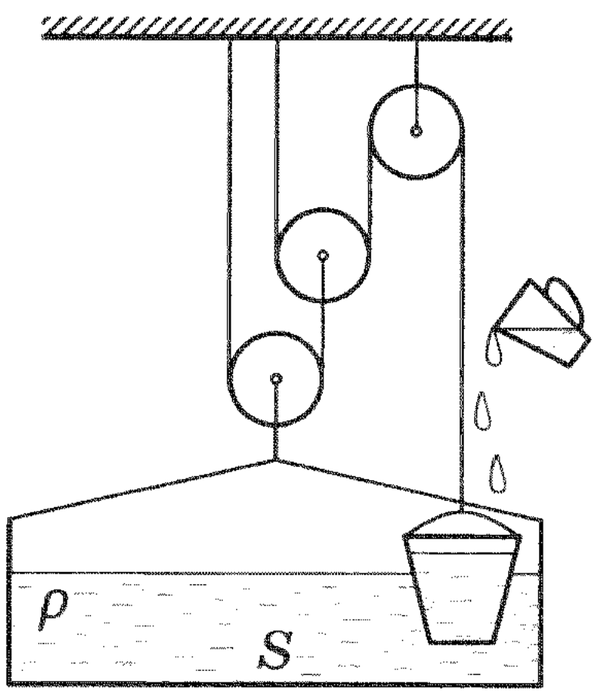
а) Определите плотность красной жидкости ρ_x.

б) Найдите зависимость плотности жидкости в третьей колбе $\rho_3(U)$ от объема U смеси в ней.

в) Определите, какие максимальные и минимальные значения может принимать плотность ρ_3.

Объем смеси равен сумме объемов жидкостей до смешивания.

Ф.17.4. Небольшое ведерко частично погружено в воду, налитую в сосуд с вертикальными стенками. Сосуд связан с ведерком с помощью легких блоков и нитей. Вся система находится в равновесии. Площадь дна сосуда S, плотность воды ρ.



а) На сколько изменится уровень жидкости в сосуде, если в ведерко добавить Δm воды?

б) На сколько изменится уровень жидкости в сосуде, если в него добавить Δm воды?

в) На сколько изменится уровень жидкости в сосуде, если добавить $\Delta m/2$ воды в ведерко и $\Delta m/2$ воды в сосуд?

г) Если суммарно добавить в сосуд и в ведерко Δm воды, то какую долю из добавленного надо налить в ведерко, чтобы глубина его погружения в воду не изменилась? Ведерко не касается дна сосуда.

РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ОЛИМПИАДЫ

Муниципальный этап 2015

М.15.1. Полное время полета: $t = \dfrac{2L}{v} + \dfrac{2H}{v} + \dfrac{H}{2v} = \dfrac{5H + 4L}{2v}$,

откуда $v = \dfrac{5H + 4L}{2t} = 1{,}125$ м/с $\approx 1{,}1$ м/с.

М.15.2. Масса золотого таланта $m = \rho_з V_з$, деревянного $m = \rho_д V_д$. Разность масс выкопанной земли:

$$\Delta m = (V_д - V_з)\rho = m\rho\left(\frac{1}{\rho_д} - \frac{1}{\rho_з}\right) = 71{,}3 \text{ кг}$$

М.15.3. Пусть масса ящика M, а его внутренний объем V. Обозначим плотность кирпича $\rho_к$, а плотность воды $\rho_в$. Тогда:

$$M + \rho_к V = n(M + \rho_в V),$$

$$M + 0{,}5\rho_к V = m(M + \rho_в V).$$

Здесь учтено, что во втором случае кирпичи занимают лишь половину внутреннего объема ящика. Решая систему уравнения, находим: $\rho_к = \dfrac{2\rho_в(n - m)}{n + 1 - 2m}$, откуда $\rho_к = 4\rho_в = 4000$ кг/м^3.

М.15.4. За искомое время t стрелка сделает N оборотов: $N = \dfrac{t}{\tau}$, где $\tau = 12$ часов $= 720$ минут и пройдет путь $s = NL = 6{,}28R\dfrac{t}{\tau}$, где $R = 2{,}6$ см – длина стрелки, которая находится из рисунка.

$s = t \cdot 1{,}36$ см/ч. Откуда:

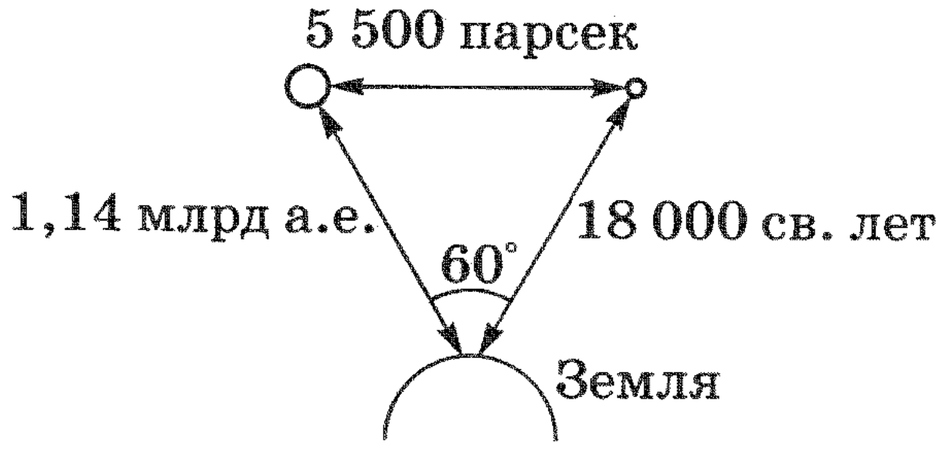
$t_1 =$ [13 мм; 14 мм]; $t_2 =$ [32 см; 33 см]; $t_3 =$ [110 м; 140 м].

Муниципальный этап 2016

М.16.1. Выразим расстояния, данные в астрономических единицах и световых годах через время в секундах, за которое свет проходит эти расстояния:

1,14 млрд · 500 с = 570 млрд с.
18000 · 365 · 24 · 3600 с = 568 млрд с.
5500 парсек = 18000 св. лет

Таким образом, два расстояния, указанные в задаче, практически равны друг другу, а отрезки, соединяющие три космических объекта, образуют равнобедренный треугольник с углами при основании равными 60°. Поскольку сумма углов в треугольнике равна 180°, то и третий угол в треугольнике равен 60°. Следовательно, треугольник равносторонний. Значит 5500 парсек = 18000 св. лет или 1 парсек приблизительно равен 3,3 световых года.



М.16.2. Пусть масса стакана m, а масса жидкости в нем m_1, тогда весы будут показывать $M_1 = 1{,}1(m + m_1)$. При втором измерении их показания станут равны $M_2 = 1{,}1(m + m_2)$. Разность этих показаний определяется только изменением массы добавленной жидкости $M_2 - M_1 = 1{,}1(m_2 - m_1)$ и не зависит от массы сосуда!
Это позволяет рассчитать плотность жидкости

$$\rho = \frac{M_2 - M_1}{1{,}1(V_2 - V_1)} \approx 1{,}21 \text{ г/см}^3$$

(объемы жидкости $V_1 = 200$ мл и $V_2 = 320$ мл определяются из рисунка). Масса пустого сосуда может быть найдена по формуле:

$$M = \frac{M_1}{1{,}1} - V_1\rho = 53 \text{ г}.$$

Из-за неточности считывания показаний по шкале мерного стакана и округления допускается 3 % отклонение от приведенных значений.

М.16.3. Пусть длина поезда L, а его скорость v. Время проезда поезда по мосту определяется от момента въезда головы поезда на мост до момента съезда хвоста поезда с моста, т.е. прохождением поездом расстояния, равного $L + l$, или $t_1 = \dfrac{L + l}{v}$ (1). Мимо охранника поезд проехал за время $t_2 = \dfrac{L}{v}$ (2), а пассажир ехал по мосту в течение времени $t_3 = \dfrac{l}{v}$. Из (1) и (2) получаем, что длина поезда $L = vt_2 = 900$ м. Поезд длиннее моста в $\dfrac{L}{l} = 2$ раза.

М.16.4. Разобьем весь путь на отдельные участки, движение на которых происходит с постоянной скоростью, и составим таблицу, в которой укажем диапазон времени движения на каждом участке, пройденный на нем путь и вычислим скорость движения:

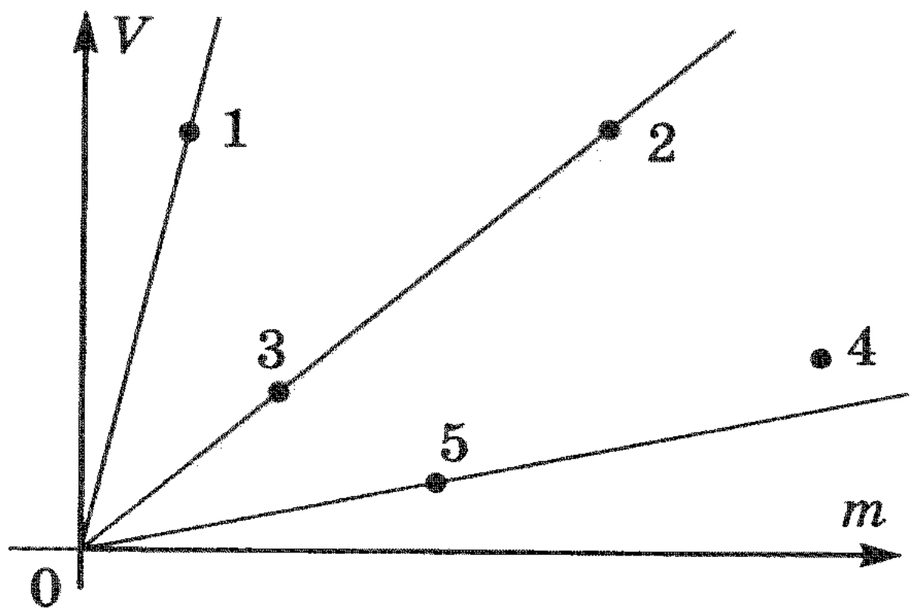
№	Время движения на данном участке, с	Путь, пройденный на данном участке, м	Скорость на данном участке, м/с
1	5 – 0 = 5	30 – 5 = 25	25 / 5 = 5
2	15 – 5 = 10	30 – 10 = 20	20 / 10 = 2
3	20 – 15 = 5	10 – 10 = 0	0 / 5 = 0
4	25 – 20 = 5	25 – 10 = 15	15 / 5 = 3
5	30 – 25 = 5	25 – 5 = 20	20 / 5 = 4

Из таблицы видно, что скорость принимает максимальное значение $v = 5$ м/с на первом участке. Пусть S_0, пройденный телом за 30 секунд, равен сумме путей, пройденных на каждом участке

$$S_0 = (25 + 20 + 0 + 15 + 20)\ \text{м} = 80\ \text{м}.$$

За пятнадцатисекундный интервал времени (от 5-ой до 20-ой секунды) тело прошло путь $S_1 = (30 - 10)\ \text{м} = 20\ \text{м}$, следовательно, его средняя скорость на этом участке: $v_{ср} = 1{,}33$ м/с.

Региональный этап 2016



Р.16.1. Самой большой массой обладает тело 4. Его координата по оси m самая большая. По определению, плотность $\rho = m/V$. На данных осях точки для всех тел, обладающих одинаковой плотностью, должны лежать на одной прямой, проходящей через начало координат, так как для них (автоматически) равно отношение m/V. Из этого следует, что плотности тел 2 и 3 одинаковы. Чем больше плотность тела, тем больше отношение m/V, а прямая, идущая из начала координат через эти точки, должна идти под меньшим углом. Из этого следует, что самая маленькая плотность у тела 1, а самая большая у тела 5. Телу 4 соответствует плотность меньшая, чем у тела 5, но большая, чем у 3 и 2, следовательно, тело 4 изготовлено из железа, 5 – из свинца, 2 и 3 — из алюминия, а 1 – из березы.

Р.16.2. Среднюю плотность системы можно рассчитать, определив объемы глины и пластилина, и выразив их через объем $V = a^3$ маленького кубика. Заметим, что эти объемы не зависят от взаимного расположения кубика, глины и пластилина, и равны соответственно $(2^3 - 1^3)V = 7V$ и $(3^3 - 2^3)V = 19V$. Тогда

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{\rho V + 4\rho \cdot 7V + 2\rho \cdot 19V}{27V} = \frac{67\rho}{27} \approx 2{,}5\rho.$$

Р.16.3. Задачу удобно решать в системе отсчета, связанной с трубой, скорость v которой не изменялась. Обозначим длину этой трубы l_1, а длину другой трубы l_2. Можно считать, что встречная труба проехала мимо неподвижной, когда она переместилась на расстояние $L = l_1 + l_2$. В первом случае труба двигалась со скоростью $2v$. Время $t_1 = L/2v$ разъезда труб не зависит от того, какая именно труба находится в движении, длинная или короткая. Во втором случае скорость подвижной трубы относительно неподвижной равна v. В результате, время обгона составляет $t_2 = L/v = 2t_1 = 10$ с. Это время тоже не зависит от длины подвижной трубы.

Р.16.4. Весь пройденный путь можно найти, умножив значения средней скорости (на всем пути) на все время движения, найденные из графика: $v_{\text{ср}} = 30\ \dfrac{\text{км}}{\text{ч}} = \dfrac{30000\ \text{м}}{3600\ \text{с}} = \dfrac{25}{3}\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

Отсюда находим путь: $S = v_{\text{ср}} t_0 = \dfrac{25}{3}\ \text{м/с} \cdot 120\ \text{с} = 1000\ \text{м}$.

Половине пути соответствует расстояние 500 м. Скорость на первом участке составляет $60\ \text{км/ч} = \dfrac{50}{3}\ \text{м/с}$, следовательно, время движения на нем

$$t_1 = \frac{500\ \text{м}}{\frac{50}{3}\ \text{м/с}} = 30\ \text{с}.$$

Время движения на втором участке $t_2 = 120\ \text{с} - 30\ \text{с} = 90\ \text{с} = 1/40\ \text{ч}$, откуда скорость движения на нем $v_2 = 0{,}5\ \text{км} : (1/40\ \text{ч}) = 20\ \text{км/ч}$.

К моменту времени 60 с машина половину времени ехала со скоростью v_1 и половину с v_2, следовательно,

$$v_{\text{ср}}(60\ \text{с}) = \frac{v_1 + v_2}{2} = 40\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Региональный этап 2017

Р.17.1. Пусть расстояние между черепахами l, тогда при движении колонны мимо неподвижного Ахиллеса

$$\frac{l}{v} = t_1 = \frac{1}{n_1}\ \text{мин},$$

при движении бегом

$$\frac{l}{u_1 - v} = t_2 = \frac{1}{n_2}\ \text{мин},$$

при езде на велосипеде

$$\frac{l}{u_2 + v} = t_3 = \frac{1}{n_3}\ \text{мин}.$$

Откуда $k = \dfrac{n_3 - n_1}{n_2 + n_1} = 2$, а $L = S\dfrac{n_1}{n_1 + n_2} = 10$ м.

Р.17.2. В десятичном времени путешествие длилось 67940 – – 35678 дес. с = 32262 дес. с. По условию 50000 дес. с. = 12 час. Следовательно, 32262 дес. с = 7,743 ч. Расстояние от Парижа до Версаля и обратно равно $2 \cdot 5{,}2 \cdot 4$ км = 41,6 км. Откуда $v_{ср} = 5{,}4$ км/ч.

Р.17.3. Из графика следует, что разгон машины происходил на участке между 2-м и 10-м километром. Движение с постоянной или уменьшающейся скоростью привело бы к уменьшению угла наклона графика средней скорости.
Время, за которое было пройдено некоторое расстояние s, равно отношению этого расстояния к средней скорости, достигнутой к данному моменту времени: $t = \dfrac{s}{v_{ср}}$.

По графику находим, что до 2-го километра машина ехала

$$\frac{2 \text{ км}}{20 \text{ км/ч}} = 0{,}1 \text{ ч} = 6 \text{ мин},$$

а 10-го километра машина достигла через

$$\frac{10 \text{ км}}{60 \text{ км/ч}} = 10 \text{ мин}$$

после начала движения.

Следовательно, время разгона составляло 4 мин $= \dfrac{1}{15}$ ч.

Средняя скорость на этапе разгона равна $v_{ср} = \dfrac{8 \text{ км}}{\frac{1}{15} \text{ ч}} = 120$ км/ч.

Р.17.4. Масса m_1 жестяного квадрата со стороной b равна $m_b = \rho b^2 d = 0{,}702$ кг. Каждая из 6 сторон куба состоит из 12 таких квадратов (8 снаружи и 4 в отверстиях). Следовательно, масса всего куба $M = 6 \cdot 12mb = 50{,}5$ кг. С учетом вырезанных полостей объем поплавка $V = 27b^3 - 7b^3 = 20b^3 = 0{,}54$ м^3. Средняя плотность поплавка:

$$\rho_{ср} = \frac{M}{V} = 93{,}6 \text{ кг/м}^3.$$

Заключительный этап 2016

Ф.16.1. Пусть скорость катера v, скорость пешехода v_1, велосипедиста v_2, а течения реки u. Тогда, с точки зрения велосипедиста скорость катера в любой момент времени равна

$$v_{\text{кв}} = \frac{v_1 + v_2}{2} + u - v_2 = \frac{v_1 - v_2}{2} + u.$$

За небольшое время Δt катер сместится относительно велосипедиста на расстояние:

$$v_{\text{кв}}\Delta t = \frac{v_1 - v_2}{2}\Delta t + u\Delta t,$$

но первое слагаемое справа – это половина расстояния, на которое пешеход отстает от велосипедиста, взятое со знаком минус, а второе – смещение воды в реке за время Δt. Если просуммировать все эти небольшие смещения, то получится:

$$0 = -\frac{S}{2} + ut,$$

откуда

$$u = \frac{S}{2t} = 3 \text{ км/ч}.$$

Ф.16.2. Масса верхнего и нижнего стержней:

$$m_{\text{в}} = (l + L)S\rho_{\text{ст}}, \tag{1}$$

$$m_{\text{н}} = (l + L)S\rho. \tag{2}$$

Рассмотрим систему стержней как единое целое. Применим правило моментов, относительно точки O_1:

$$m_{\text{в}}g\left(L - \frac{L+l}{2}\right) = m_{\text{н}}g\frac{L+l}{2}. \tag{3}$$

Решая систему уравнений (1), (2) и (3) получим:

$$\rho = \rho_{\text{ст}}\frac{L-l}{L+l} = 2{,}7 \text{ г/см}^3,$$

то есть нижний стержень изготовлен из алюминия. Еще раз воспользуемся правилом моментов для нижнего стержня, удерживаемого в равновесии нитью AB (относительно точки O_2):

$$m_{\text{н}}g = \frac{L+l}{2} = Tl,$$

откуда $T = \rho_{\text{ст}} g \left(\frac{L+l}{L-l}\right) \frac{S}{2l} = 6{,}3$ Н.

Ф.16.3. Обозначим объем всех шариков в банке $V_{\text{шар}}$, тогда объем вытесненной из сосуда воды равен $V_{\text{шар}}/5$. Так как уровень вылившейся в банку воды сравнялся с уровнем оставшихся шариков, получаем, что: $0{,}2V_{\text{шар}} + 0{,}8V_{\text{шар}} = 0{,}8V_0$, откуда $V_{\text{шар}} = 0{,}8V_0 = 800$ мл. Изменения показаний весов $\Delta m = 0{,}2V_{\text{шар}}(\rho - \rho_0)$. Окончательно:

$$\rho = \frac{25\Delta m}{4V_0} + \rho_0 = 9000 \text{ кг/м}^3.$$

Ф.16.4. Длина колонны из N машин, проходящих за время t мимо неподвижного наблюдателя на трассе, равна $(s + L)N$. Скорость этой колонны равна

$$v = \frac{s+L}{t} N.$$

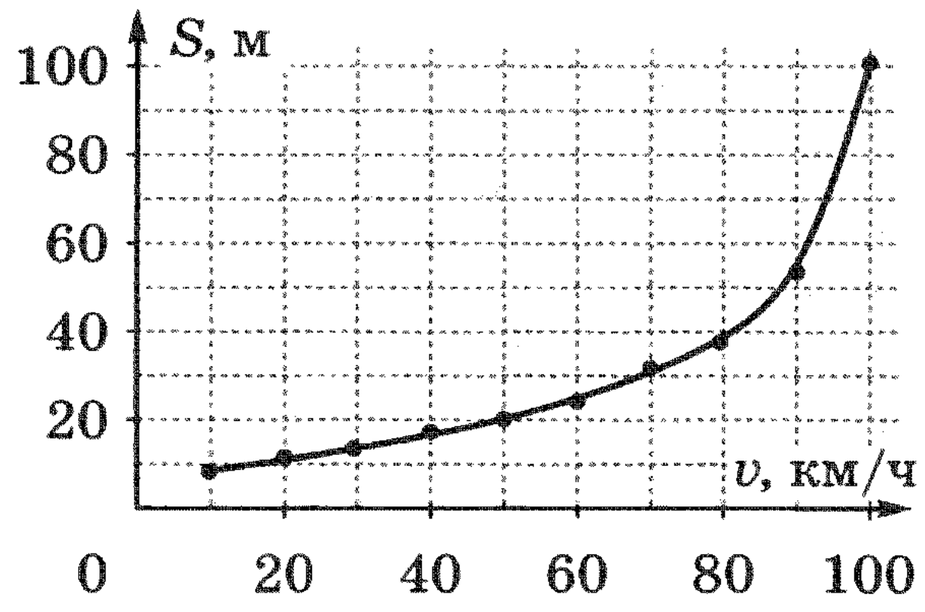
Отношение $n = N/t$ – заданная в условии интенсивность транспортного потока n. Окончательно получаем:

$$s = \frac{v}{n} - L.$$

По приведенной в условии зависимости можно составить таблицу интенсивности транспортного потока от скорости, которую с помощью полученной формулы следует пересчитать в дистанцию между машинами.

v, км/ч	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
n, авт/ч	800	1400	1720	1940	2060	2100	2060	1920	1600	1000
s, м	8,5	10,3	13,4	16,6	20,3	24,6	30,0	37,7	52,3	96,0

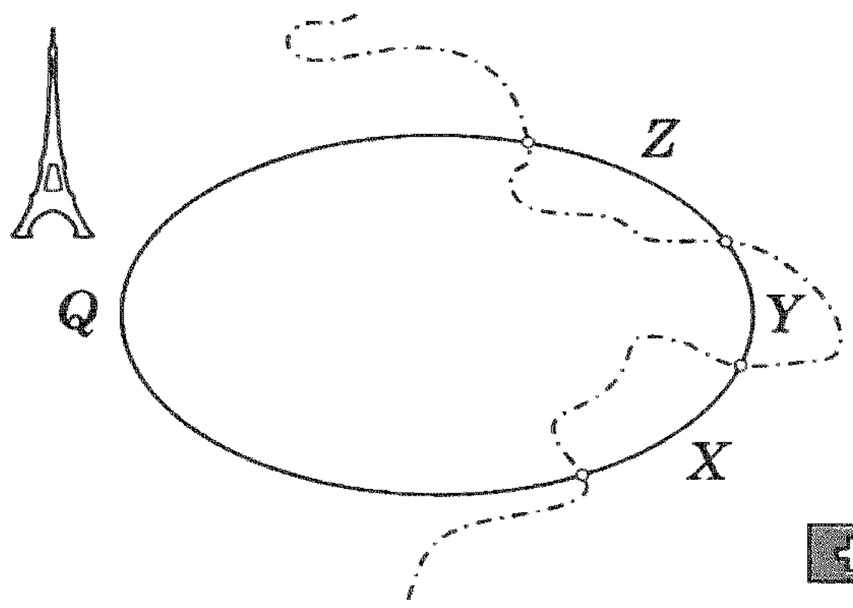
По данным таблицы строим график зависимости $s(v)$:



Заключительный этап 2017

Ф.17.1 Период вращения протонов в кольце коллайдера (время одного оборота) равен $T = \dfrac{L}{c} = 90$ мкс.

Наибольшее время однократного пребывания во Франции (56 мкс по условию) больше половины периода. Следовательно, больше половины окружности целиком находится во Франции, а все пересечения границ сосредоточены на части окружности, длина которой меньше $L/2$. Предположим, что протоны вращаются против часовой стрелки. Введем обозначения: X и Z — длины участков кольца, находящихся в Швейцарии, а Y и Q — во Франции (см. рисунок).



Тогда, согласно условию задачи:

$$X + Y = ct_1,$$
$$Y + Z = ct_2,$$
$$Q = ct_3,$$
$$X + Y + Z + Q = L.$$

Отсюда находим:

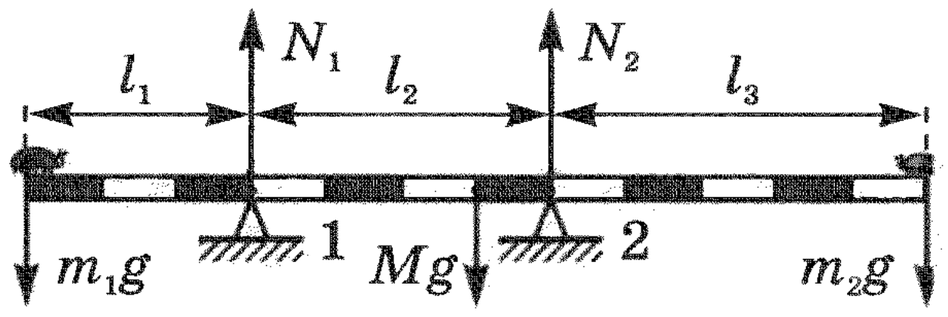
$$X = L - ct_2 - ct_3,$$
$$Z = L - ct_1 - ct_3.$$

Окончательно:

$$\frac{X+Z}{L} = 2 - \frac{2(2t_3 + t_2 + t_1)}{L} = 0{,}27.$$

Ф.17.2. На систему «соломинка + жуки» действуют сила тяжести соломинки Mg, силы реакции опор N_1 и N_2 и силы тяжести жуков m_1g и m_2g. Правило моментов для системы относительно точки 1 имеет вид:

$$m_1gl_1 + N_2l_2 = m_2g(l_2 + l_3) + Mg\left(\frac{l_1 + l_2 + l_3}{2} - l_1\right).$$



Тогда:

$$N_2 = \frac{m_2g(l_2 + l_3) + 0{,}5Mg(l_2 + l_3 - l_1) - m_1gl_1}{l_2} = 15 \text{ мН}.$$

Реакцию опоры в точке 1 в начальный момент времени можно найти из равенства нулю суммы всех сил, действующих на соломинку, или записав правило моментов относительно точки 2:

$$N_1 = \frac{m_1g(l_1 + l_2) + 0{,}5Mg(l_1 + l_2 - l_3) - m_2gl_3}{l_2} = 65 \text{ мН}.$$

Для произвольного момента времени силы реакции опор равны:

$$n_1(t) = \frac{m_1g(l_1 + l_2 - v_1t) + 0{,}5Mg(l_1 + l_2 - l_3) - m_2g(l_3 - v_2t)}{l_2},$$

$$n_2(t) = \frac{m_2g(l_2 + l_3 - v_2t) + 0{,}5Mg(l_2 + l_3 - l_1) - m_1g(l_1 - v_1t)}{l_2}.$$

Полученные уравнения удобно записать в следующем виде:

$$n_1 = N_1 + \frac{g}{l_2}(m_2 v_2 - m_1 v_1)t,$$

$$n_2 = N_2 - \frac{g}{l_2}(m_2 v_2 - m_1 v_1)t.$$

С учетом численной подстановки реакция опоры в точке 1 увеличивается со временем, а в точке 2 – уменьшается. Отрыв и опрокидывание соломинки произойдет через время $t_к$, когда сила реакции n_2 обратится в ноль:

$$n_2(t_к) = N_2 - \frac{g}{l_2}(m_2 v_2 - m_1 v_1)t_к = 0,$$

$$t_к = \frac{N_2 l_2}{g(m_2 v_2 - m_1 v_1)} = 4\text{ с}.$$

Для ответа на третий вопрос найдем время встречи жуков t_0:

$$t_0 = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{v_1 + v_2} = 4{,}8\text{ с}.$$

Можно заметить, что время встречи больше времени $t_к$. Найдем расстояние x от левого края соломинки до места встречи:

$$x = v_1 t_0 = 4{,}8\text{ см} < l_1.$$

Следовательно, место встречи находится левее точки 1. Чтобы в этот момент соломинка не опрокинулась, момент ее силы тяжести должен быть не меньше момента сил тяжести жуков:

$$M_0 g\left(\frac{l_1 + l_2 + l_3}{2} - l_1\right) \geq (m_1 + m_2)g(l_1 - x),$$

$$M_0 \geq \frac{2(m_1 + m_2)(l_1 - x)}{l_2 + l_3 - l_1} = 1{,}4\text{ г}.$$

Ф.17.3. Масса жидкости в первой колбе равна сумме масс смешанных жидкостей:

$$\rho_1\left(\frac{V}{2} + \frac{V}{4}\right) = \frac{4}{3}\rho \cdot \frac{3}{4}V = \frac{V}{2}\rho + \frac{V}{4}\rho_x,$$

откуда $\rho_x = 2\rho$.

Пусть объем синей жидкости во второй колбе равен V_2, а объем красной αV_2. Тогда:

$$\rho_2 = \frac{5}{4}\rho = \frac{V_2\rho + \alpha V_2 \cdot 2\rho}{(1+\alpha)V_2},$$

откуда следует $\alpha = 1/3$.

Найдем зависимость плотности смеси в третьей колбе от ее объема:

$$\rho_3 = \frac{\left(\frac{V}{2} - V_2\right)\rho + \left(\frac{V}{4} - \alpha V_2\right)\cdot 2\rho}{U}$$

причем:

$$\frac{V}{2} - V_2 + \frac{V}{4} - \alpha V_2 = U,$$

откуда:

$$\rho_3 = \left(\frac{5}{4} + \frac{V}{16U}\right)\rho.$$

Так как $0 < V_2 < V/2$ (раньше может закончиться синяя жидкость), $V/12 < U < 3V/4$. Окончательно

$$\frac{4}{3}\rho < \rho_3 < 2\rho.$$

Ф.17.4. Обозначим символом T силу натяжения нити, удерживающей ведерко. Тогда сила натяжения нити, прикрепленной к оси нижнего подвижного блока, равна $4T$. Значит, суммарная сила тяжести Mg подвешенной системы уравновешивается силой $5T$:

$$Mg = 5T.$$

Если масса системы изменится на Δm, то независимо от того, куда долили воду, изменение силы натяжения составит: $\Delta T = 0{,}2\Delta mg$. Добавочная сила давления воды на дно сосуда связана с изменением силы натяжения нити соотношением:

$$\rho g \Delta H S = 4\Delta T,$$

где ΔH – изменение высоты уровня воды в сосуде. Следовательно,

$$\Delta H = \frac{4}{5}\frac{\Delta m}{\rho S},$$

независимо от того, куда доливают воду (вопросы 1 – 3).

По условию (вопрос 4) глубина погружения ведерка не изменилась, поэтому не изменились объем его погруженной в воду части и действующая на него сила Архимеда. Ведерко находится в покое, то есть изменение силы натяжения нити $\Delta T = \Delta m g/5$ связано только с увеличением массы воды в ведерке, из чего следует, что в ведерко необходимо налить $\Delta m/5$ воды.

ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ

Глава 1. ПРОСТЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

1.1. $v_1 = 25$ м/с
$v_2 = 33{,}3$ м/с
$v_3 = 0{,}01$ м/с
$v_4 = 4{,}2 \cdot 10^{-8}$ м/с
$v_5 = 167$ м/с

1.2. $v = 21{,}8$ сажени/сутки

1.3. $S_1 = 2500$ см^2
$S_2 = 129$ см^2
$S_3 = 3$ см^2

1.4. $v = 12 \cdot 10^7$ мм^3/час
$v = 127$ бар/неделю

1.5. $\alpha = 54^\circ$

1.6. 58 попугаев

1.7. $l = 1724$ м

1.8. 1 дзё = 9,9 сяку

1.9. $d = 7{,}62$ мм

1.10. $v = 0{,}181$ мм/ч
$t = 492$ ч $= 20{,}5$ сут

1.11. 1 бочка = 4100 чарок

1.12. $M = 3{,}7$ т

1.13. 1 талант = 30 кг

1.14. 1 миля^2 $= 289 \cdot 10^3$ шагов^2

1.15. 2 аруры

1.16. $C = 25 \cdot 10^3$ бат

1.17. $\rho_в = 21{,}8$ пуд/аршин^3

1.18. $\rho_у = 165$ кг/м^3

1.19. $\rho_з = 424$ пуд/аршин^3

1.20. $T = 40$ сут

1.21. $t_F = 1{,}8t_C + 32$
$t_з = 32\,^\circ$F; $t_к = 212\,^\circ$F

1.22. $t = 29{,}3\,^\circ$R

1.23. $T_з = 118\,^\circ$C

1.24. 1 миля = 1,85 км

1.25. 1 час = 4,17 кэ
1 час = 250 фэ
1 неделя = 700 кэ
1 неделя = 42000 фэ
1 минута = 0,07 кэ
1 минута = 4,17 фэ
464 мин

1.26. $v = 2{,}53$ км/ч

1.27. 4 марта 18 ч 51 мин

1.28. 1 парсек $= 206 \cdot 10^3$ а.е.
$T = 3{,}26$ лет

1.29. $p = 103$ кПа

1.30. $l = 2$ мм; $S_а = 8$ см^2

1.31. а) $S = 16{,}5$ см^2

1.32. одинаково

1.33. сможет

1.34. а) 1 кг; $4{,}0 \pm 0{,}5$ кг
б) 5 см^3; 30 ± 3 см^3

1.35. а) 10 мл, 70 мл
б) 50 мл, 150 мл
в) 10 мл, 170 мл
г) 10 мл, 60 мл

1.36. а) 10 Н, 130 Н
б) 0,5 Н, 8,5 Н
в) 10 мл, 80 мл
г) 0,25 °C, 0,75 °C
д) 1 °C, 33 °C

1.37. 160 ± 10 мл

1.38. 0,56 мин

1.41. в Кембридже

1.42. $t_1 = [13 \text{ мм};\ 14 \text{ мм}]$
$t_2 = [32 \text{ см};\ 33 \text{ см}]$
$t_3 = [110 \text{ м};\ 140 \text{ м}]$

1.43. $l = 0{,}64$ см; $L = 12{,}7$ см

1.44. $l = 0{,}125$ см; $L = 2{,}6$ см

1.45. $v = 10$ мм/ч

1.46. $\alpha = 83^\circ$

1.47. 1) *б*, 0,8 мл; 2) в *г*;
3) в *а* и *в*; 4) в 5,6 раз

1.48. $V = 20$ мл

1.49. $d = 0{,}5$ мм; $h = 0{,}1$ мм

1.50. $N = \dfrac{l}{\pi(2R - d)} =$
$= 473$ слоя
$d_0 = \pi d(2R - d)/l =$
$= 40$ мкм

1.51. $\rho = 1{,}21$ г/см^3; $m = 53$ г

Глава 2. МЕХАНИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

2.1. $v = 5$ м/с

2.2. гусеница

2.3. $H = 4500$ м

2.4. $S = 360$ м

2.5. $S = 400$ м

2.6. $N = 2{,}5$ раза

2.7. $l = 86$ см

2.8. $v = 900$ м/с

2.9. $n_1 = 18$, $n_2 = 1080$

2.10. $t = 0{,}44$ с

2.11. $d = a/2 - vt/24 = 5$ м

2.12. $t = 2\pi(R - L)/v = 90$ с

2.13. такого не может быть

2.14. $l = v/n = 25$ см

2.15. $t = \dfrac{L}{4}\left(\dfrac{1}{v_1} + \dfrac{1}{v_2}\right)$

2.16. $t = t_1 - t_2 = 15$ с

$$v = \frac{l}{t_1 - t_2} = 30 \text{ м/с}$$

$$L = l\frac{t_2}{t_1 - t_2} = 900 \text{ м}$$

2.17. $\tau = 4T - 2t = 1$ ч 20 мин

2.18. $t = 2$ ч 30 мин

2.19. $L = l\dfrac{\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_3}}{\frac{1}{v_4} - \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_3}} =$
$= 2{,}3$ км

2.20. $t = \dfrac{l(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2})}{v_3(\frac{1}{v_4} - \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_3})} =$
$= 1{,}6$ мин

2.21. $N = 4$ пирожка

2.22. $t = 4$ часа

2.23. 13:25

2.24. $l = 1{,}6$ м

2.25. $v = \dfrac{5H + 4L}{2t} = 1{,}1$ м/с

2.26. $t = 65$ мин

2.27. не успеет

2.28. $l = 0{,}07vT$

2.29. $\tau = 2$ мин

2.30. $t = 50$ мин

2.31. $N = (T - L/v)/\Delta t = 7$

2.32. $\tau = T - L/v = 14{,}3$ мин

2.33. не сможет

2.34. $t = 3$ с

2.35. $v = 93$ км/ч

2.36. $N = 25$

2.37. не успеет

2.38. $u = v\dfrac{t_1 + t_0}{t_0 - (t_1 + t_2 + t_3)} =$
$= 10$ км/ч

2.39. 12:36

2.40. $L = 1$ км

2.41. $v = 12$ км/ч

2.42. $L_1 = 1{,}5$ м и $L_2 = 2{,}5$ м

2.43. $S = L\dfrac{t_D - t_M}{2(t_D - t_K)} = 2000$ м

2.44. $v = [70$ км/ч; 90 км/ч$]$

2.45. $v = \dfrac{L}{t_1 + t_2 + t_3 + \frac{2R}{c}} =$
$= 3$ км/ч

2.46. $t = 15$ с

2.48. переднюю и верхнюю грани поместить в одной плоскости и провести прямую

2.52. $v_{ср} = 9{,}7$ км/ч

2.53. $v_{ср} = 6{,}9$ км/ч

2.54. $v_{ср} = 30$ км/ч

2.55. $v = 20$ м/с

2.56. $v_{ср} = 40$ км/ч

2.57. $v_{ср} = \dfrac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = 30$ км/ч

2.58. $v_{ср} = (v_1 + 3v_2)/4 = 58$ м/с

2.59. $v_{ср} = 45$ км/ч

2.60. $v_{ср} = \dfrac{3v_1v_2}{2v_1 + v_2} = 36$ м/с

2.61. $v_{ср} = 1{,}6v$

2.62. $v_{ср} = 36$ км/ч

2.63. $v_{ср} = 700$ км/ч

2.64. $v_{ср} = 55{,}4$ км/ч

2.65. $v_{ср} = 4v_1 = 120$ км/ч

2.66. $v_{ср} = \dfrac{2v_1(v_2 + v_3)}{2v_1 + v_2 + v_3} =$
$= 60$ км/ч

2.67. $v_{ср} = 46{,}5$ км/ч

2.68. $t = 50$ мин

2.69. $v_{ср} = 7{,}1$ км/ч

2.70. $v_{ср} = \dfrac{2S}{3t} = 40$ км/ч

2.71. $v = 12$ км/ч

2.72. $v_{ср} = 30$ км/ч

2.73. $v_{ср} = \sqrt{v_1 v_2} = 60$ км/ч

2.74. $v_{ср} = 40$ км/ч

2.75. $v_{ср} = 13{,}7$ км/ч; $L = 216$ км

2.76. $v_{ср} = \Delta v = 5$ км/ч

2.77. $v_{ср} = 3{,}14v$

2.78. $v_{ср} = 3$ лиги/мин

2.79. $v_{ср} = \dfrac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$

2.80. $N = 1$

2.81. $L = 0{,}4S$

2.82. $v_1 = 0{,}6v$

2.83. $v_{ср} = 2{,}5$ м/с

2.84. $v_1 = 23$ км/ч

2.85. $v_2 = 4v_1 = 20$ км/ч

2.86. $v_{ср} = v_1 \dfrac{v_1 + v_2}{3v_1 - v_2} = 48$ км/ч

2.87. $v_{ср} = v_1 \dfrac{3v_2 - v_1}{v_1 + v_2} = 56$ км/ч

2.88. $S_1 = S/3 = 15$ км

2.89. $L = 5$ км

2.90. $s = v_{ср} t_1 \dfrac{v}{2v - v_{ср}} = 200$ м

2.91. $v_{ср} = 96$ км/ч

2.92. $t_3 = (t_1 + t_2)/2$

2.93. $t_3 = \dfrac{2t_1 t_2}{t_1 + t_2}$

2.94. $v_{ср} = 3\Delta v = 30$ км/ч

2.95. $x = \dfrac{L(v + \Delta v)}{2\Delta v} - \dfrac{T(v^2 - \Delta v^2)}{2\Delta v} = 61$ км

2.96. $v_{ср} = 2(v_{12} + v_{23}) = 120$ км/ч

2.97. $v_{ср} = \sqrt{4v_1^2 + 3v_1 v_2} - 2v_1 = 19$ км/ч

2.98. $S_3 < S_1 < S_2$; $T_1 < T_3 < T_2$

2.99. $v = (v_1 + v_2)/2 = 4{,}5$ км/ч

2.100. $v_{ср} = \dfrac{2v_1(v_2 + v_3)}{2v_1 + v_2 + v_3} = 14$ км/ч

2.101. $v_0 = 2v_1 = 4$ км/ч
$v_2 = v_1 = 2$ км/ч

2.102. $v_0 = 4v_1/3 = 4$ км/ч
$v_2 = 2v_1/3 = 2$ км/ч

2.103. $v_{ср} = 40$ км/ч

2.104. $v_{ср} = 64$ км/ч

2.105. $v_{ср} = \dfrac{2(v_1 + v_2)}{3 + \frac{1}{6} + \frac{v_1}{v_3}} = 12{,}5$ км/ч

2.106. $v_{ср} = 5$ м/с

2.107. в 6 раз быстрее

2.108. 70 см/мин

2.109. длинные

2.110. $h = 2v_{ср}^2/g = 5$ м

2.111. $v_{ср} = 23v/24 = 9{,}6$ м/с

2.112. $v = 5$ км/ч

2.113. $l = \dfrac{Sv}{u - v} = 5{,}56$ м

2.114. $t = 43{,}2$ с

2.115. $v = 80$ км/ч

2.116. $v = 36$ км/ч

2.117. $L = 200$ м

2.118. $t = 4$ с или $t = 20$ с

2.119. $t_3 = \dfrac{3t_1t_2}{4t_2 + t_1} = 1$ мин

2.120. $v = 1$ м/с

2.121. $v_1 = 0{,}5$ м/с; $v_2 = 1{,}1$ м/с

2.122. $L = 203$ мм (8 дюймов)

2.123. $L = 10$ км

2.124. $L = 6$ км

2.125. $t = 20$ мин

2.126. $N = 240$ скачков

2.127. $t = 15$ мин

2.128. $t = 9$ дней

2.129. $t = 6$ часов

2.130. $t = 15$ мин
$N_1 = 4$ круга
$N_2 = 3$ круга

2.131. $L = 1200$ м

2.132. $t = 630$ с

2.133. $N = 1$ раз

2.134. $t = 5{,}83$ мин

2.135. $t = \dfrac{S}{2(v_2 - v_1)} = 12$ мин

2.136. $v = 81$ км/ч

2.137. $N = 7$

2.138. $t = 30$ с

2.139. $v_1 = 25{,}6$ км/ч
$v_2 = 19{,}2$ км/ч

2.140. $t = 35$ дней; никогда

2.141. $v = 5{,}5$ км/ч

2.142. $u = (S_1/t_1 - S_2/t_2)/2 = 3$ км/ч

2.143. $t_а = 22{,}5$ мин; $t_б = 24$ мин

2.144. $v_к = 17{,}5$ км/ч
$v_р = 7{,}5$ км/ч

2.145. $v = (L/t_1 - L/t_2)/2 = 12$ м/с

2.146. $N = 3$

2.147. $t_2 = t_1\dfrac{n+1}{n-1} = 7{,}5$ ч

2.148. $v = 22{,}4$ м/с

2.149. $L = 8640$ м

2.150. против течения

2.151. у плота; через 2 минуты после начала

2.152. одновременно

2.153. одновременно

2.154. $t = 10$ мин; никак

2.155. $u = \dfrac{v + v\sqrt{5}}{2} = 3{,}24$ м/с

2.156. $t = H/v$; $L = Hu/v$

2.157. $t = 4a/u$

2.158. $L = 25$ м

2.159. $v = 4$ км/ч; в любую

2.160. $t = 10$ мин

2.161. $v = \dfrac{S_1 + S_2}{2t} = 20$ км/ч

2.162. $t = 6$ ч

2.163. $v_{\text{ср}} = (v + u)(v - u)/v$

2.164. $v = 0{,}5$ км/ч от B к A

2.165. $L = 5$ км

2.166. $v = 2{,}5$ км/ч

2.167. $v_{\text{р}} = 4$ км/ч; $v_{\text{л}} = 16$ км/ч

2.168. $L = 30$ км

2.169. $v_1 = \Delta v \dfrac{L - d}{2d} = 80$ км/ч;

$v_2 = \Delta v \dfrac{L + d}{2d} = 120$ км/ч

2.170. $v = 24$ км/ч

2.171. $t = 24$ мин

2.172. $w = 3v$

2.173. $w = 5v$

2.174. $w = 0$

2.175. $w = v + 2u$

2.176. $w = v - 2u$

2.177. $w = v$

2.178. $w = 20$ м/с

2.179. $v_{\max} = 28v = 84$ м/с

2.180. $t = 1{,}5$ мин

2.181. $v = 60$ км/ч

2.182. $L = 2{,}5$ км

2.183. 9:36

2.184. $L = \dfrac{v - u}{v + u} l$

2.185. $t_0 = \dfrac{2L}{v_1 + v_2}$

$x_0 = \dfrac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} L$

2.186. $t = 150$ с

2.187. $t = 6$ ч; $L = 432$ км

2.188. $L = 61{,}7$ км

2.189. $t = 5$ ч

2.190. $t = 1{,}25$ ч

2.191. $L = 3$ км

2.192. $N = \dfrac{t(v_1 - v_2)}{4L} = 24$

2.193. $t = 1{,}5$ мин

2.194. $t = 90$ с

2.195. $t = 90$ с

2.196. $l = L(1 + u/v)/2$ или

$l = L(1 - u/v)/2$

2.197. $t = 200$ с

2.198. $t = 2$ мин

2.199. $t = 2$ мин

2.200. $v_{\text{э}} = 0{,}5$ м/с; $v_{\text{ч}} = 1{,}5$ м/с

2.201. $N = 150$ ступенек

2.202. $N = 150$ ступенек

2.203. $N = \dfrac{v_2}{v_1 + v_2} N_0$

2.204. против хода

2.205. $v = 5$ км/ч

2.206. одновременно

2.207. $N = 2N_0$

2.208. $L = 21$ км; $\alpha = 0{,}75$

2.209. $L = [0\text{ м}; 12\text{ м}]$

2.210. $t = \dfrac{2S}{v_1 + v_2}$

2.211. $t = 2$ мин

2.212. $t = \dfrac{Sv_2}{v_1(v_1 + v_2)} - \tau =$
$= 10$ мин
$d = \dfrac{Sv_2^2}{v_1(v_1 + v_2)} - v_2\tau =$
$= 13{,}3$ км

2.213. $v_2 = v_1\sqrt{\dfrac{t_1}{t_1 + t_2}} =$
$= 80$ км/ч

2.214. $t = 5$ мин

2.215. $d = L(v_1 - v_2)/v_2$

2.216. $d_{\min} = 2L$; на третьем участке; $d_3 = 3L$

2.217. $N = 4$

2.218. $L = 2$ км

2.219. $t = 12$ мин

2.220. $N = 10$

2.221. на 13-й этаж

2.222. $L = 20$ км

2.223. $t = \dfrac{t_1 t_2}{2(t_1 + t_2)} = 5$ мин

2.224. $L = 200$ м или $L = 1800$ м

2.225. $L = 10$ км; 13:30

2.226. $v = l\dfrac{2t + \Delta t}{2t^2 + 2t\Delta t} = 4{,}5$ м/с

2.227. $v = v_1 + 2(v_2 - v_1) =$
$= 30$ км/ч
$v = v_1 + 3{,}5(v_2 - v_1) =$
$= 45$ км/ч
$v = v_1 + 5(v_2 - v_1) =$
$= 60$ км/ч
$v = v_1 + 6{,}5(v_2 - v_1) =$
$= 75$ км/ч

2.228. $t = \dfrac{2t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 3{,}2$ мин

2.229. $t = 2t_1 = 10$ с

2.230. $t_2 = 4t_1 = 20$ с или
$t_2 = 0{,}8t_1 = 4$ с

2.231. $v = (v_1 + v_2)/2 = 100$ км/ч
или
$v = (v_1 - v_2)/2 = 60$ км/ч

2.232. $v = 40$ км/ч; против движения поездов

2.233. $t = 1$ ч 50 мин

2.234. $t_{\min} = \dfrac{2t_1 t_2}{t_2 - t_1} = 12$ ч
$t = \left[\dfrac{2t_1 t_2}{t_1 + 3t_2}; \dfrac{2t_1 t_2}{t_2 + 3t_1}\right] =$
$= [65{,}5\text{ мин}; 80\text{ мин}]$

2.235. $L = \dfrac{v^2 - u^2}{2u}\Delta t_1 = 26{,}3$ км
$v = 18$ км/ч

2.236. $t_{\min} = 6{,}25$ ч; $t_{\max} = 11{,}5$ ч

2.237. $v = 3$ км/ч

2.238. $v = 5$ км/ч

2.239. $v = \dfrac{S}{2(t_1 + t_2)} = 4$ км/ч

2.240. $t = 20$ мин

2.241. $u = 0{,}22v = 4$ км/ч

2.242. $t = 2L/v$

2.243. одинаково

2.244. $\Delta t = 2(L - S)/u = 24$ мин

2.245. $u = S/2t = 3$ км/ч

2.246. посадка в B

$$t = (L - S)/v = 250 \text{ с}$$

2.247. 7:47; 7:44

2.248. $\tau = 9t/7 = 15$ мин

2.249. $L = \dfrac{(v_3 - v_1)S}{v_1 + v_2} = 2{,}5$ км

одинаково

2.250. а) $l = L_1 + L_2 - v_3(L_1/v_1 + L_2/v_2) = 26$ м

б) $l = L_2(v_2 - v_3)/v_2 = 4$ м

2.251. $v_{ср} = 210$ шагов/мин

2.252. $L = S\dfrac{n_1 - 1}{n_2 - n_1} = 10$ м

$$\alpha = \frac{n_3 - n_1}{n_1 + n_2 - 2} = 2 \text{ раза}$$

2.253. $v = \dfrac{v_1 l_2 - v_2 l_1}{l_1 - l_2} = 20$ км/ч

$$v = \frac{v_1 l_2 + v_2 l_1}{l_1 + l_2} = 33 \text{ км/ч}$$

2.254. $u = 1{,}5v = 30$ км/ч

$$S = 2{,}5vt = 12{,}5 \text{ км}$$

2.255. $L = 2$ км

2.256. не успеют

2.257. в 4 раза

2.258. не успеет

$$L = \frac{v(S - h)}{u + v} + 2d - \frac{Sv}{u - v} = 10 \text{ м}$$

2.259. $N = \dfrac{v_3}{L_0}\left(\dfrac{L_4}{v_4} + \dfrac{L_3}{v_3}\right) + \dfrac{v_3}{L_0}\left(\dfrac{L_2}{v_2} + \dfrac{L_1}{v_1}\right) = 15$

2.260. $t = \dfrac{\tau_г \tau_0}{\tau_г - \tau_0} = 30$ с

2.261. $t = 37{,}5$ мин

2.262. $v = 76$ км/ч

2.263. в $\dfrac{t_2}{t_1 - t_2} = 1{,}3$ раза

2.264. $v = 48$ км/ч

2.265. $t = 10t_1/9 = 10$ с

2.266. неразумно, проиграл 4 с

2.267. $\alpha = \dfrac{3(t_1 + t_2)}{2t_1 + 3t_2} = 7/6$

2.268. удав = 38 попугаев;

в 5 раз

2.269. $t = \dfrac{L}{v_0} + \dfrac{L}{v_0} \times \dfrac{(v_0 + v_1)(v_0 - v_2)}{2v_2 v_0 + v_2 v_1 + v_0 v_1} = 2{,}4$ ч

2.270. $N = \dfrac{n_0 l_0}{l_0 - t(v_2 - v_1)}$

2.271. $v = 4$ м/мин; $N = 320$

2.272. одинаково

2.273. $N = \dfrac{u - w}{v - w} n$

2.274. $N = 6$ штук

2.275. $v = 22$ м/с

2.276. $v = 37$ м/с

2.277. $v = 5$ м/с

2.278. $t = \tau_0 \left(1 - \dfrac{v}{c+u}\right)$

2.279. $\alpha = \dfrac{(c+v)(c+2v)}{(c-v)(c-2v)}$

2.280. $S = \dfrac{w^2+uv}{2vw}L$

$S = \dfrac{w^2-uv}{2vw}L$

2.281. $L = L_0 \dfrac{v_1+v_2}{2v_1} = 800$ м

2.282. $t = L_0 \dfrac{2v_6 v_г}{v(v_6+v_г)} = 50$ с

2.283. $S = L\dfrac{2c_1c_2 + v_1(c_1-c_2)}{(v_1+v_2)(c_1+c_2)}$

2.284. $t = 2$ мин

2.285. $\tau = \dfrac{T}{k-1} = 780$ суток

2.286. $t = \dfrac{2L}{v_1-v_2} = 18$ с;

$u = v - (v_1+v_2)/2 =$

$= 15$ км/ч

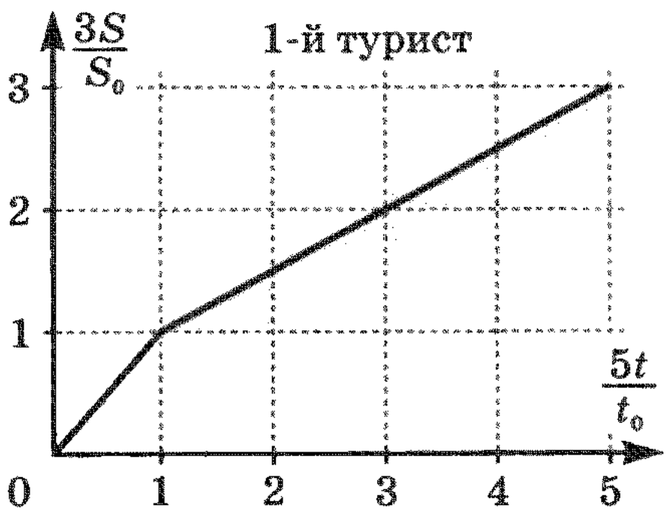
по ходу поезда

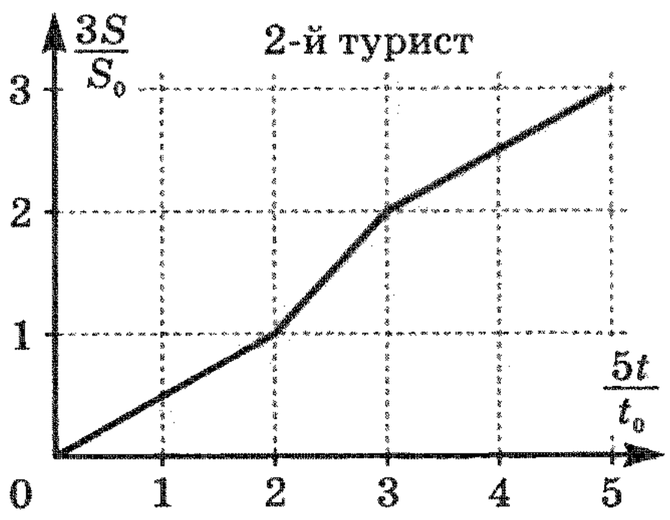
2.287. $S = ut$, $v < u$

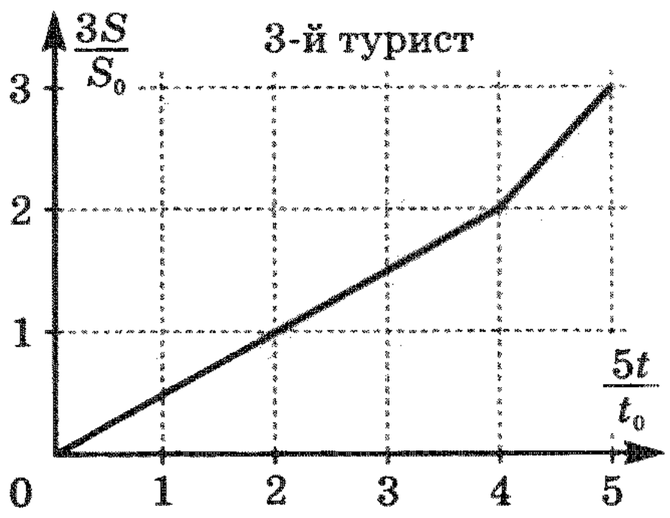
$S = vt$, $v > u$

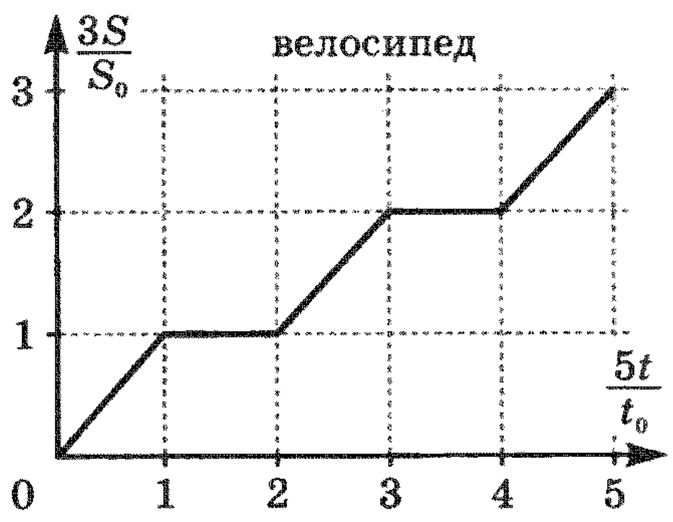
2.288. $v = 7$ м/с

2.289.

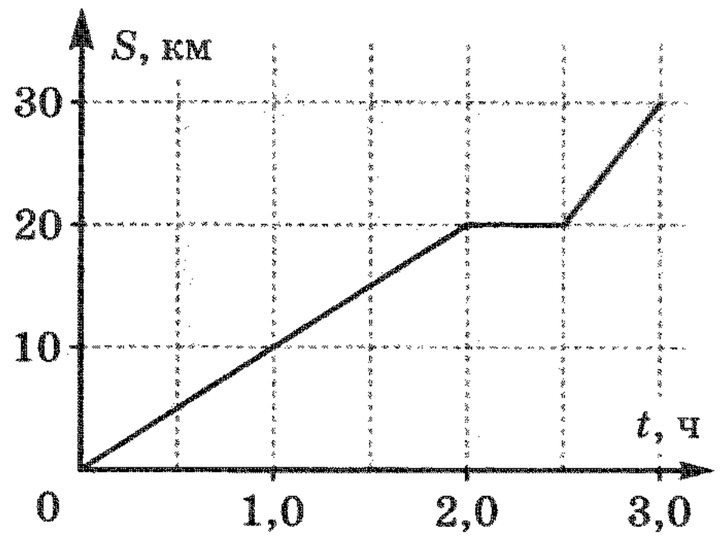


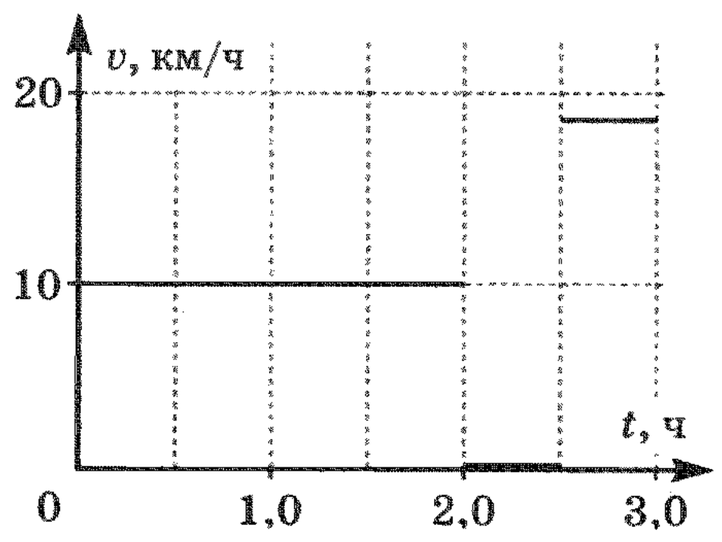




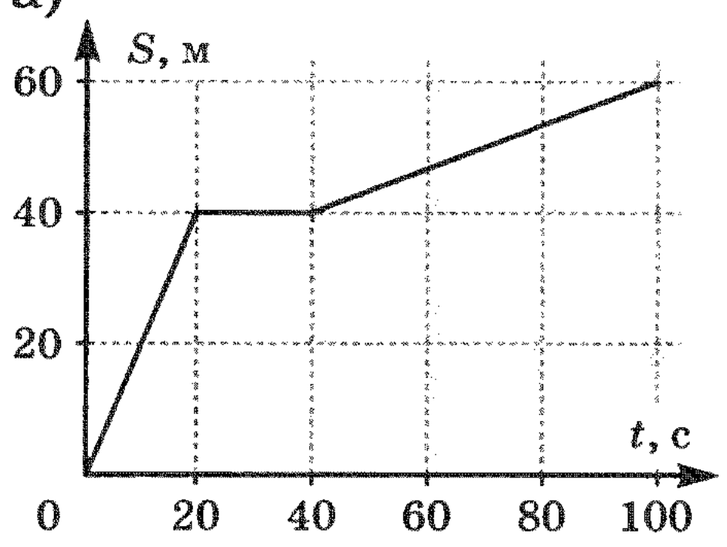


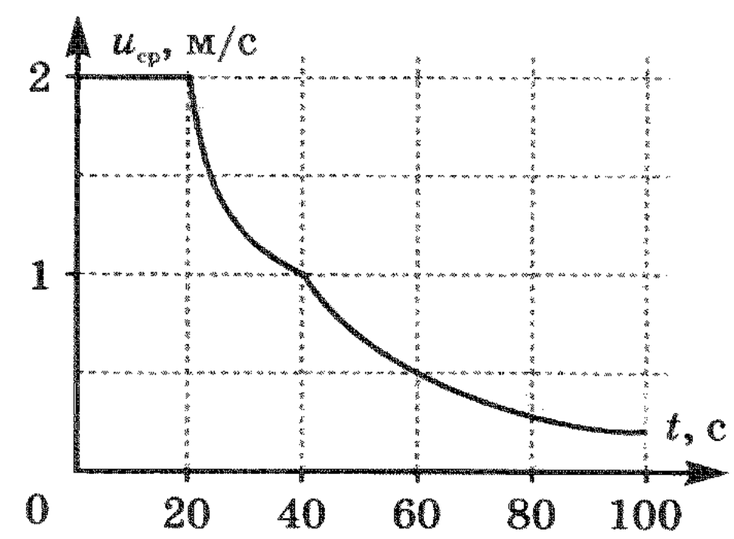
2.291. а)

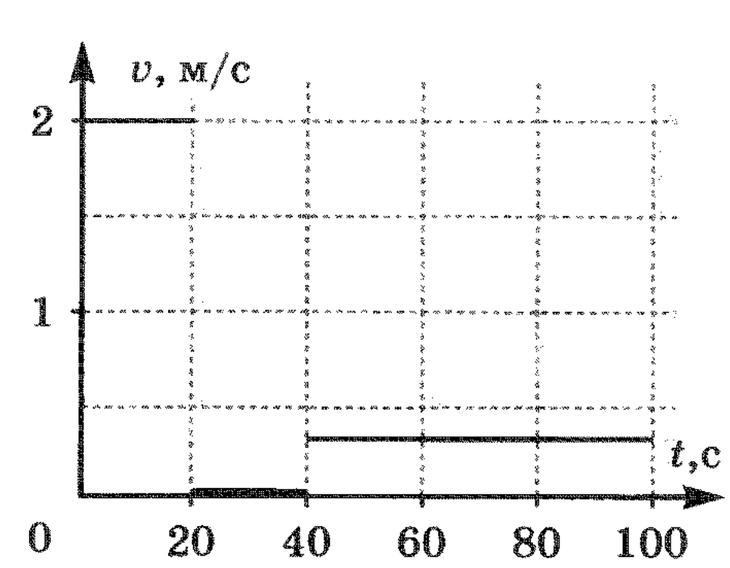

S, км
30
20
10
t, ч
0
1,0
2,0
3,0

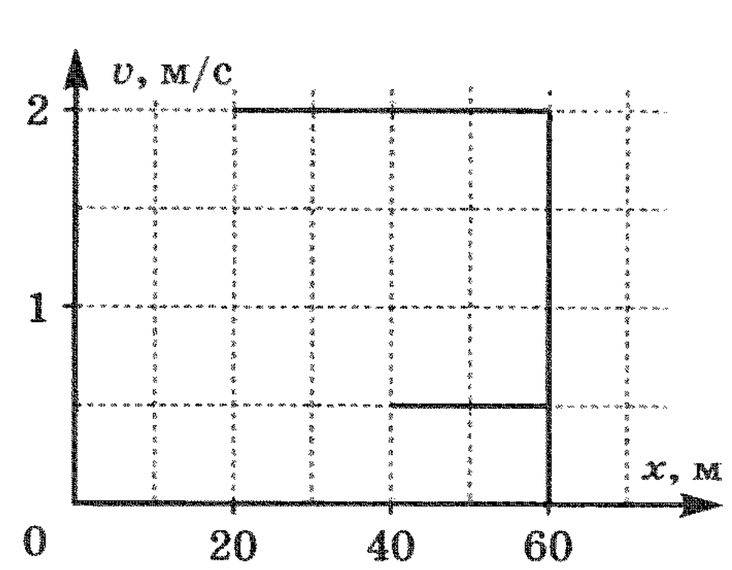

υ, км/ч
20
10
t, ч
0
1,0
2,0
3,0

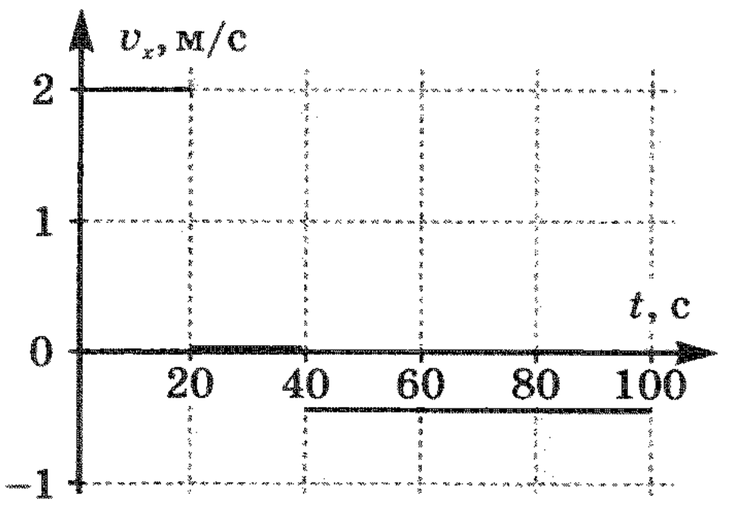
2.292. а)

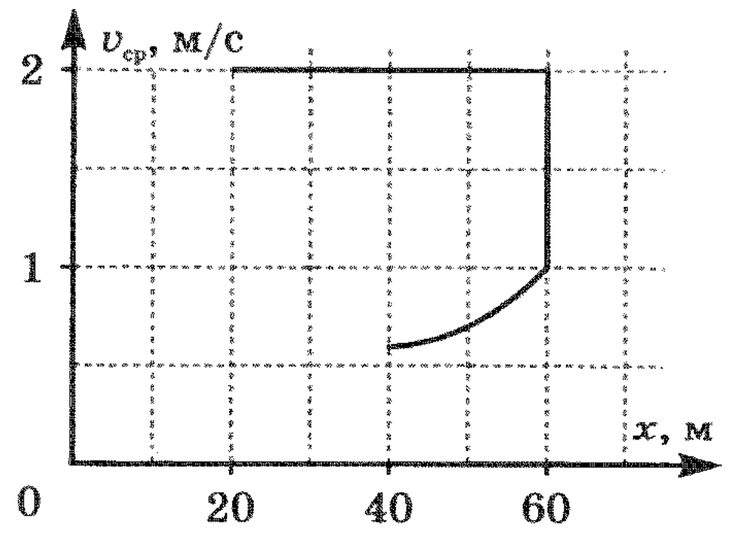

S, м
60
40
20
t, с
0
20
40
60
80
100

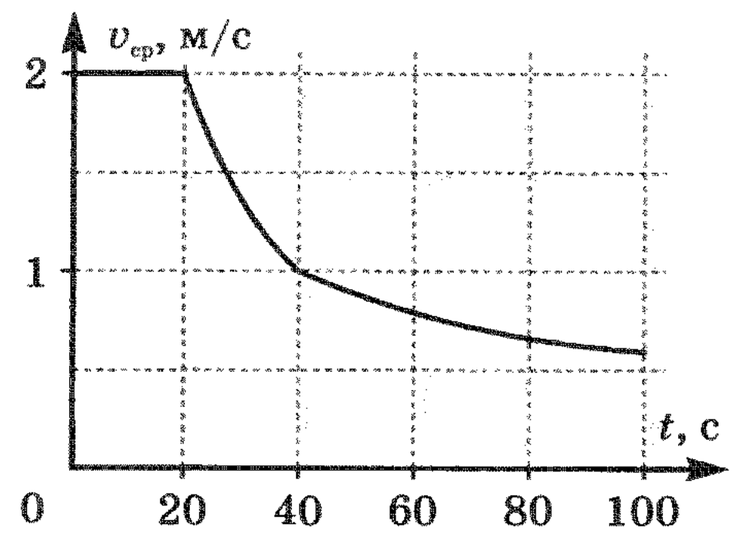

$u_{ср}$, м/с
2
1
t, с
0
20
40
60
80
100


υ, м/с
2
1
t,с
0
20
40
60
80
100

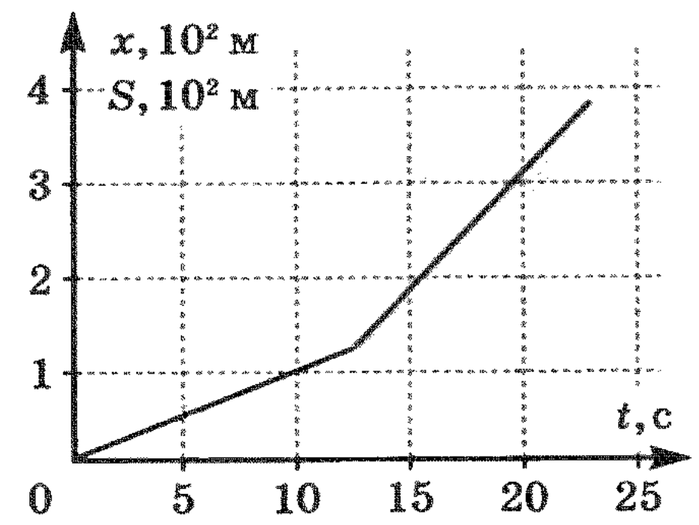

υ, м/с
2
1
x, м
0
20
40
60

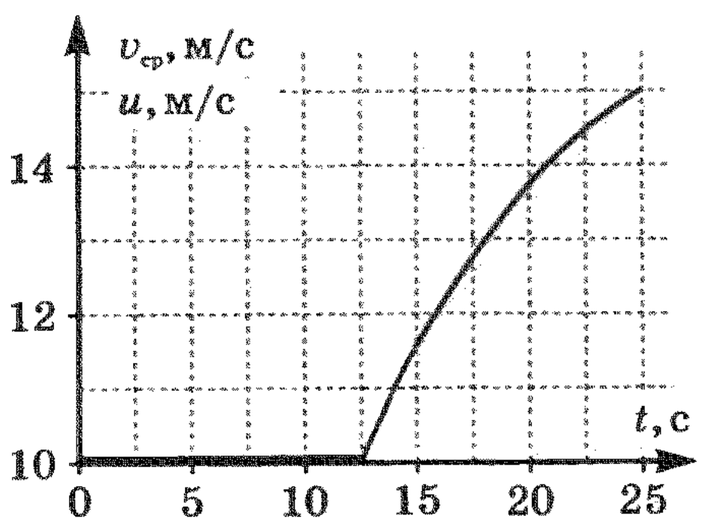

$υ_x$, м/с
2
1
0
−1
t, с
20
40
60
80
100

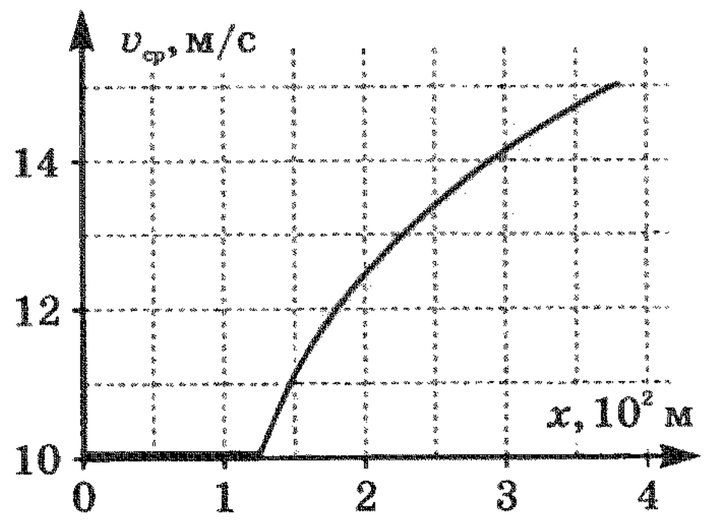

$υ_{ср}$, м/с
2
1
x, м
0
20
40
60

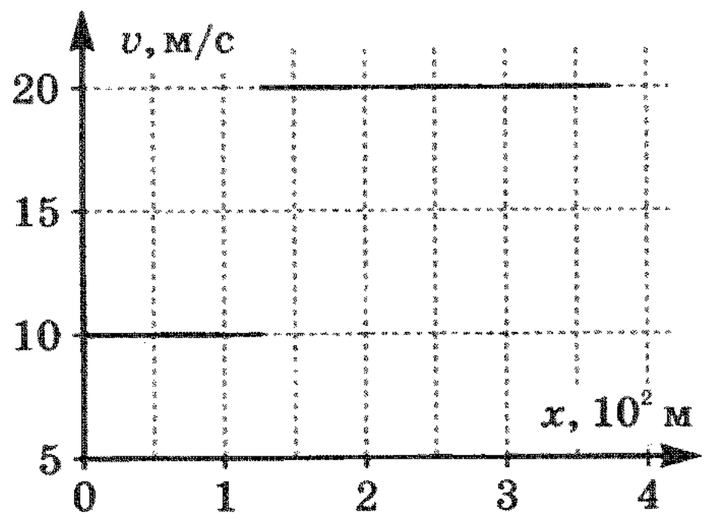

$υ_{ср}$, м/с
2
1
t, с
0
20
40
60
80
100

2.293.









2.294. у I в 1,5 раза быстрее

2.295. нижний быстрее

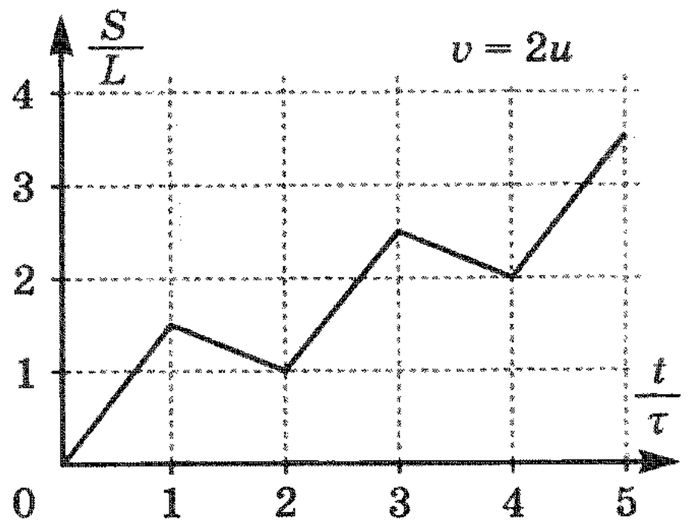
2.296. $S = 4$ м; $u = 1$ м/с

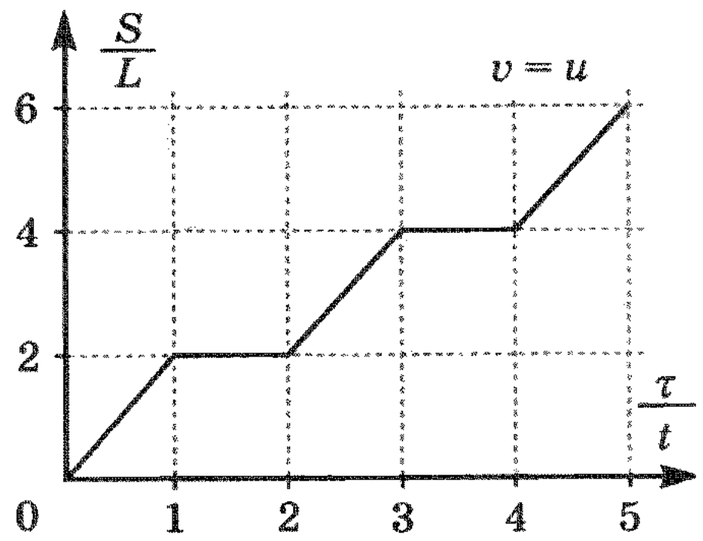
2.297. $H = 1$ км

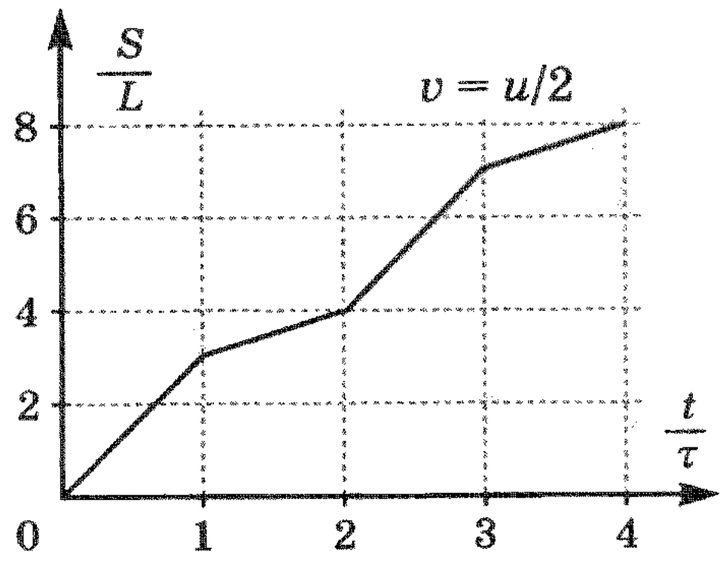
2.298. $t = 1$ ч 35 мин

2.299. $L = 2{,}1$ км

2.300. $\tau = L/\upsilon$

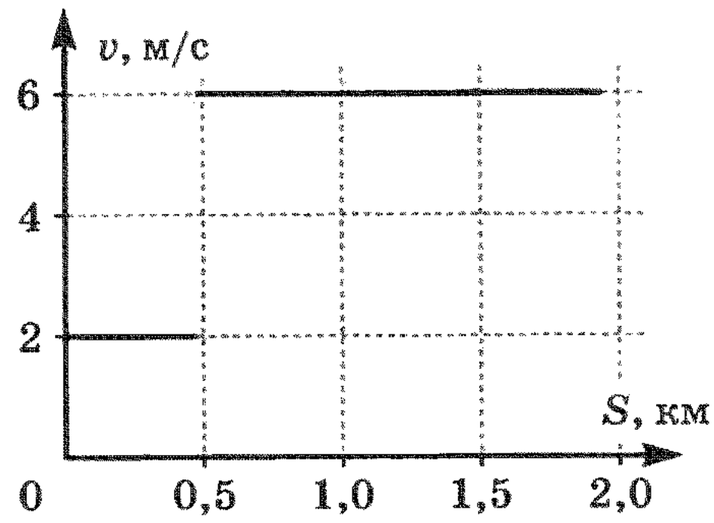






2.301. $N = 160$ штук

2.302.



2.303. $N = 4$ автобуса

$t = 40$ мин

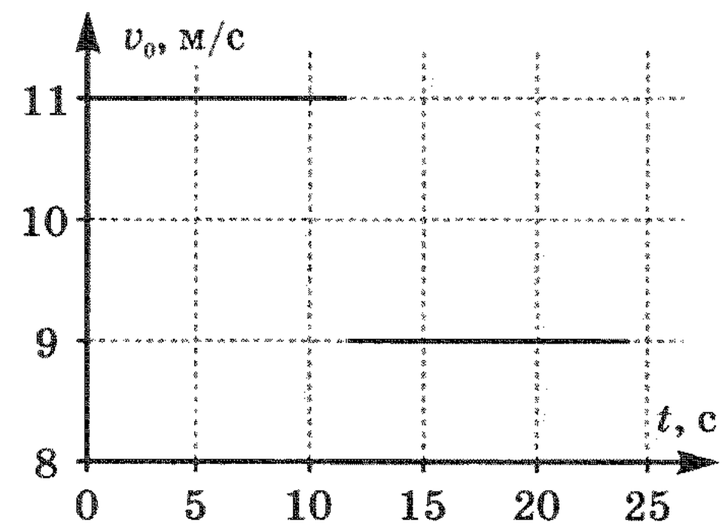
2.304. $t = 60$ с

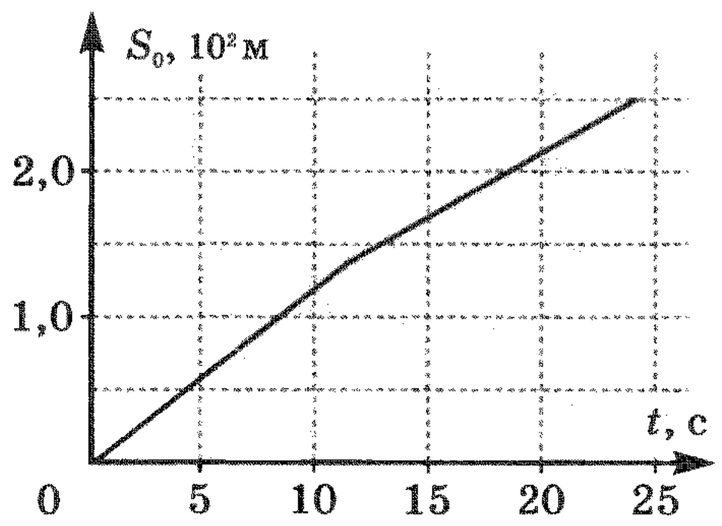
2.305. $t = 26$ мин

2.306. $v = 60$ км/ч; $t = 40$ мин

2.307. $v = 21{,}8$ м/с

2.308.





2.309. $\alpha = 1{,}5$

2.310. $\alpha = 3$

2.311. $v_{ср} = 2v/3$

2.312. $L = 22$ м

2.313. $L = 24$ м

2.314. Вася плавал 80 мин;
встреча через 40 мин;
расст. макс. на 20 мин и
с 60 по 80 мин;

2.315. $v_{ср} = 18v_0/11$

2.316. $L = 29{,}5$ км

2.317. $t = 290$ с

2.318. $v = 50$ м/мин

2.319. $L = 1$ км; $t = 30$ с;
$v_2 = 20$ км/ч;
$v_{ср} = 40$ км/ч

2.320. $v_1 = 40$ км/ч
$v_2 = 100$ км/ч
$t = 80$ мин
$v_{ср} = 55{,}6$ км/ч

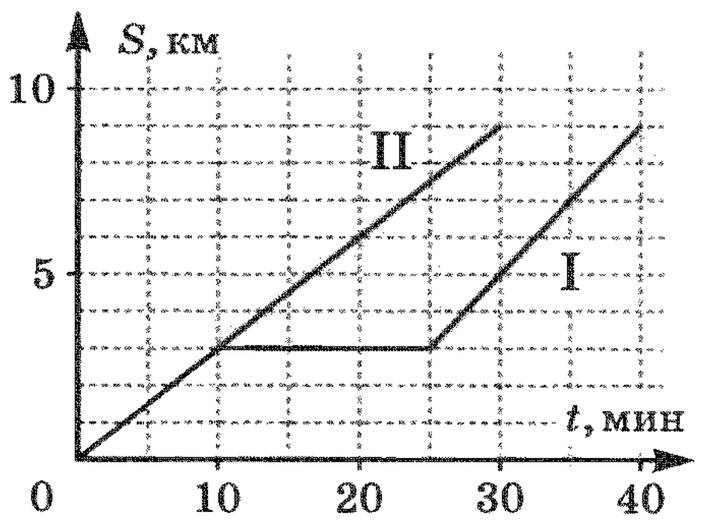
2.321. $N = 1080$ штук

2.322. $v = 10$ м/мин;
$t = 5$ мин;
$t_{start} = 2{,}3$ мин;
пропуски в таблице:
17 м; 37 м; 50 м; 50 м

2.323. $v_{ср} = 22$ м/с; $v = 40$ м/с;
$t = 100$ с

2.324. $L = 13$ км

2.325. второй



2.326. $v = 0{,}25$ м/с

2.327. $v = 2$ см/с
$l = [20$ см; 45 см$]$

2.328. $L = 32$ см

2.329. $v_1 - v_2 = -10$ м/с

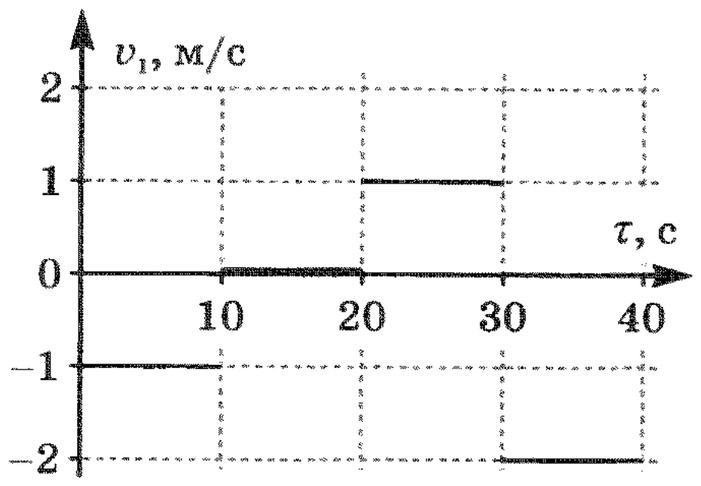
2.330. $v_1 - v_2 = 10$ м/с

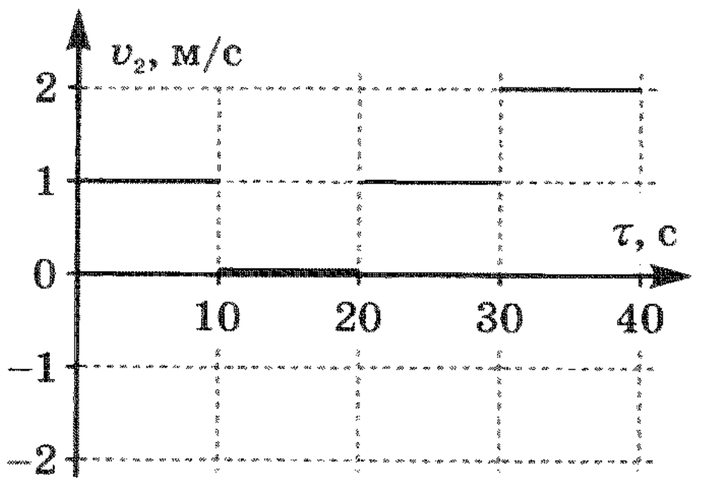
2.331. $v_{ср} = 120$ км/ч

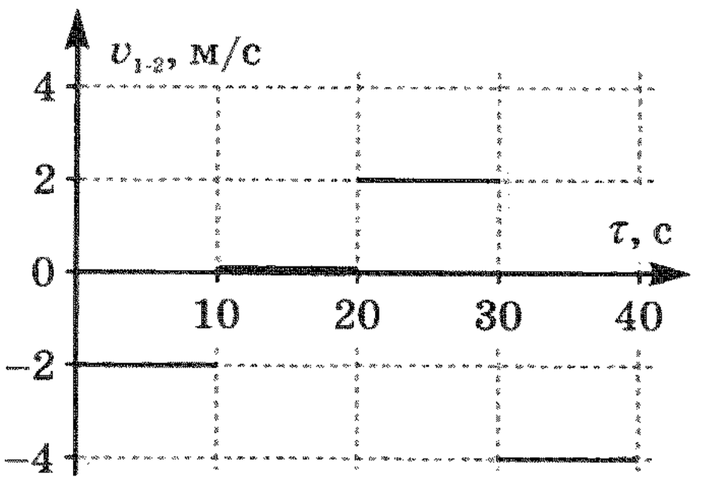
2.332. а) $l = 5{,}3$ км
б) $l = 9{,}1$ км
в) $l = 11{,}2$ км

2.333. $v = 50$ м/с

2.334.

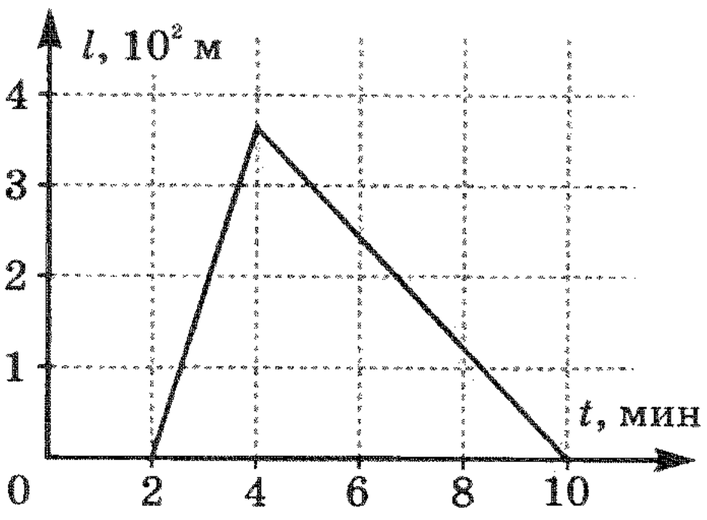






2.336. девушка

2.337.



2.338. $v_1 = 10$ м/с; $v_2 = 20$ м/с; $L = 500$ м

2.339. $L = 150$ м

2.340. $t = 55$ мин

2.341. $v = 40$ км/ч

2.342. $v = \dfrac{2S}{2t - \tau} = 11$ м/с

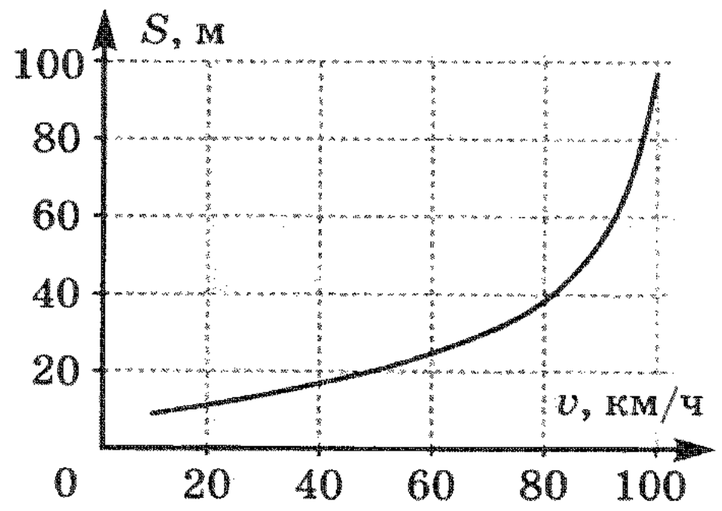
2.343. $t = 10{,}5$ с

2.344. $v = 0{,}24$ м/с

2.345. $t_{10} = 15$ ч; $t_{20} = 60$ ч

2.346. $N = 4\,000$

2.347. $s = (v/n - L)$



2.348. $v = 2u_0 = 60$ км/ч
$L = 6S = 600$ м

2.349. $u = 2v = 120$ км/ч

2.350. $S = 2l$

2.351. а) вверх $v/2$
б) вниз $2v/3$
в) вниз $7v/12$
г) вверх $14v/3$
д) вверх $6v$
е) вверх $3v/2$
ж) вниз $v/14$
з) вниз $v/24$

2.352. 1) вверх $2v$
2) вниз $v/2$
3) вверх $3v/2$
4) вверх $9v$
5) вверх $5v$
6) вверх v
7) вниз $2v$

8) вверх $9v/2$
9) вверх $4v$
10) вниз $3v$
11) вверх $11v/2$
12) вверх $3v$
13) вверх v
14) вверх $3v$
15) вверх $5v$
16) вверх v
17) вверх $4v$
18) вверх v
19) вверх v
20) вверх $8v$
21) вверх $3v$
22) вверх v
23) вверх $3v/2$
24) вверх $6v$
25) вниз $v/3$
26) вниз $5v/2$
27) вверх $v/3$
28) вниз $4v$
29) вверх $v/6$
30) вверх $2v/3$
31) вверх $3v/2$

2.353. а) $v/3$ б) $3v/2$
в) $v/3$ г) v
д) 0 е) $5v/2$

2.354. $v = 3$ см/с

2.355. $v = 15$ см/с

2.356. $v_1 = v_0/2$
$v_2 = 5v_0/6$

Глава 3. МАССА, ОБЪЕМ, ПЛОТНОСТЬ

3.1. стальной

3.2. свинцовый

3.3. олово

3.4. алюминиевый в 2,9 раза

3.5. в 30 раз

3.6. полый

3.7. цинк

3.8. $\rho = 920$ кг/м^3

3.10. $m = 216$ кг

3.11. $m = 25$ кг

3.12. $\rho = 1167$ кг/м^3

3.13. $d = 0{,}855$ см

3.14. $m = 0{,}18$ кг

3.15. $l = 1$ км

3.16. $N = 375$ платформ

3.17. $N = v\rho/m$

3.18. $V = 315 \cdot 10^4$ л

3.19. $m = 697$ г

3.20. $t = \rho abc/\mu = 216$ мин

3.21. $v = \mu/\rho S$

3.22. в 42 раза

3.23. $\rho = 0{,}1$ кг/м^3

3.24. $m = 5{,}6$ г

3.25. $m = 338$ г

3.26. $\rho = 2{,}5$ г/см^3

3.27. $m = \rho hS + 16\rho h^3 + 2\rho h^2\sqrt{6S} = 343$ г

3.28. $V = 16$ мл

3.29. $S = 1{,}2$ м^2

3.30. $L = abc/V^{2/3} = 2560$ м

3.31. $M = 5{,}3$ кг

3.32. $d = 0{,}5$ см

3.33. $N = 729$ штук

3.34. $M = m/8$

3.35. $m = 63\rho a^3/64$

3.36. $m = 3{,}4$ г

3.37. $m = 1{,}1$ кг

3.38. $m = 140$ кг

3.39. $m = 1{,}56$ т

3.40. $n = (1+\alpha)^3 = 1{,}06$ раза

3.41. $m = \dfrac{M}{Vn}$

3.44. $\rho = 2{,}0$ г/см^3

3.45. $m_в = m_1 + M - m_2$

$$\rho = \rho_в \frac{M}{m_1 + M - m_2}$$

3.46. $m_0 = m/19 = 2$ кг

$$\rho = \frac{m}{19a^3} = 2000 \text{ кг/м}^3$$

3.47. $M = 20m$

3.48. $\Delta m = 71{,}3$ кг

3.49. $M = 40$ кг

3.50. $N = 5$ штук

3.51. $\rho = 13{,}7$ г/см^3

3.52. $S = 18$ м^2

3.53. $m = 367$ г

3.54. $m = 5\sqrt{3}\sigma a^2/2 = 2{,}9$ г

3.55. $\lambda = b\sigma = 4$ кг/м

3.56. $M = 2S\lambda/a = 2$ т

3.57. $M = 3V\lambda/a^2 = 15$ т

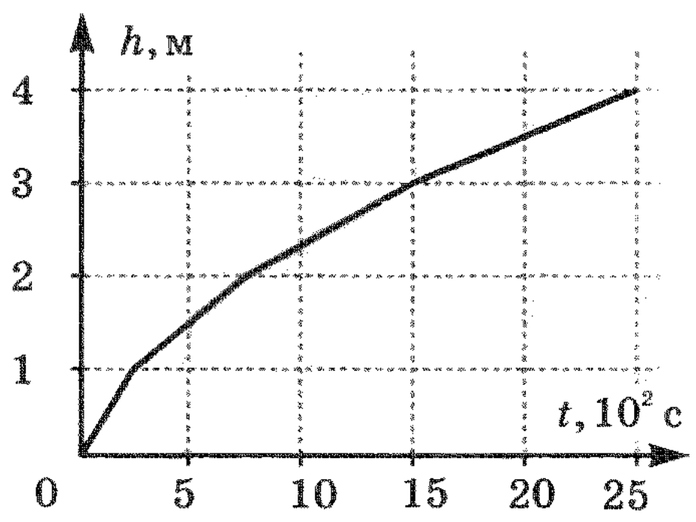
3.58. $V = 200$ л; $\Delta V = 300$ л

3.59. $v = \dfrac{\mu}{\rho a^2} = 0{,}075$ см/с

3.60. $v_1 = v_0 \dfrac{b^2}{a^2 - b^2} =$

$= 0{,}45$ см/с

3.61. $T = 125$ мин



3.62. $v = 50$ см/ч

3.63. $V = 10$ л

3.64. $T = 20$ мин

3.65. $\lambda = \dfrac{\mu}{3v} = 100$ г/м

3.66. $m_1 = m/9 = 30$ кг

$m_2 = m/4 = 67{,}5$ кг

3.67. а) 4; железо

б) 1; $\rho = 0{,}7$ г/см^3

в) 5 г) 2 и 3; алюминий

3.68. $m_к = [200 \text{ г}; 400 \text{ г}]$

$m_ш = [100 \text{ г}; 500 \text{ г}]$

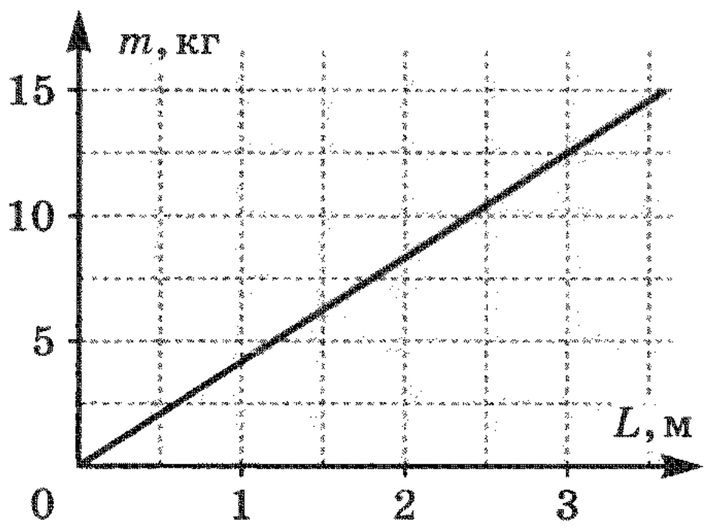
3.69. $m_0 = m_1 - V_1\rho = 10{,}5$ г

$$\rho = \frac{m_2 - m_1}{V_2 - V_1} = 1{,}5 \text{ г/см}^3$$

$$v = \frac{V_2\alpha}{S_1 t} = 0{,}1 \text{ м/с}$$

3.70. $u = v_1\alpha = 8$ см/с
$V = v_1 S_1 t = 0{,}3$ см^3

3.71. $m_1 = 4{,}2$ кг; $m_2 = 14{,}7$ кг;
$\rho = 700$ кг/м^3



3.72. $V = a^3 - m/\rho = 512$ см^3

3.73. $m = 6\rho d(a^2 + 3b^2) =$
$= 50{,}5$ кг
$$\rho = \frac{6\rho d(a^2 + 3b^2)}{a^3 - 7b^3} =$$
$= 93{,}6$ кг/м^3

3.74. объём пластилина

3.75. $h = \dfrac{m}{2\rho(ab + bc + ac)} - \dfrac{\sigma}{\rho} = 1$ мм

3.76. $m = a^3\rho_c/6 = 17$ г

3.77. $V = 0{,}25 \cdot 10^{-3}$ м^3

3.78. $N = \dfrac{H^3\rho_м}{h^3\rho_ч} = 65$

3.79. $M = \dfrac{m\rho_0 h}{4\rho H} = 101$ кг

3.80. $L = 2{,}5 \cdot 10^8$ м

3.81. $d = 2s - h = 2$ см

3.82. $\rho = 1085$ кг/м^3

3.83. $\rho = 1085$ кг/м^3

3.84. $\rho = 150$ кг/м^3; $m = 15$ кг

3.85. $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3

3.86. $V_1 = \dfrac{TV}{Nt} = 5$ мм^3

3.87. $m = 223$ г

3.88. $\rho = 8$ г/см^3

3.89. $\rho = 2{,}4$ г/см^3

3.90. а) $\rho = 9{,}9$ г/см^3
б) $\rho = 10{,}3$ г/см^3

3.91. $\rho = 8{,}1$ г/см^3

3.92. $m_1 = 19{,}5$ г; $m_2 = 6{,}75$ г

3.93. $V_1 = 0{,}024$ см^3
$V_2 = 0{,}044$ см^3

3.94. $\rho = 1{,}076$ г/см^3

3.95. в 1,005 раза

3.96. $m = 200$ г

3.97. $\rho = 12{,}45$ г/см^3

3.98. $V = 9{,}5$ см^3

3.99. а) медь 79,6 %;
золото 20,4 %
б) медь 89,4 %;
золото 10,6 %

3.100. $m = 180$ г; $\alpha = 32{,}6$ %

3.101. $m = 90$ г

3.102. $\rho = 0{,}947$ г/см^3

3.103. $m = 77{,}5$ г

3.104. $\rho_1 = 900$ кг/м^3
$\rho_2 = 450$ кг/м^3

3.105. Одинаково

3.106. $m_2 = 44$ г

3.107. $\rho_1 = 7\rho/3$

3.108. $N = \dfrac{\Delta m(\rho_c - \rho_1)}{\rho_1(\Delta V \rho_c + \Delta m)} + 1 = 1{,}26$ раза

3.109. $\alpha = 4{,}3\ \%$

3.110. $N = 1{,}8$

3.111. $M = \rho(L_1^3 - L_0^3) = 1$ кг

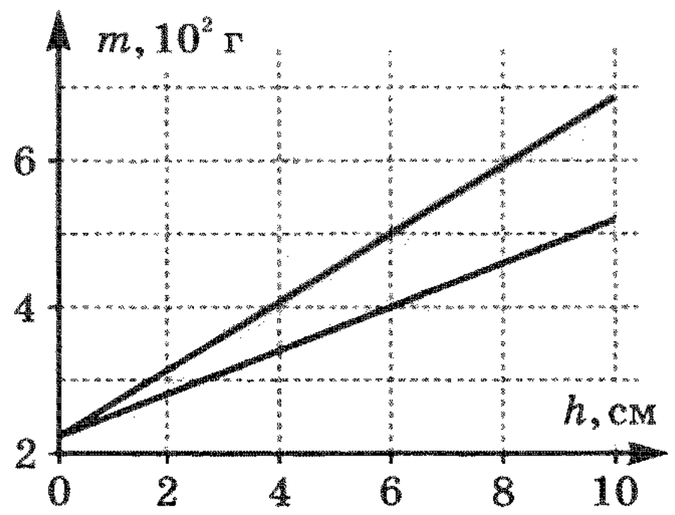
3.112. $\rho = 2\rho_0(n - m) = 2000$ кг/м^3

3.113. $M = m\dfrac{\rho_к(\rho_р - \rho_в)}{\rho_р(\rho_к - \rho_в)} = 45$ г

3.114. $\rho = \dfrac{m\rho_в}{m + M_1 - M_2} = 3$ г/см^3

3.115. $m = m_1 - \rho_в V_к \times \dfrac{m_1 - m_2}{\rho_в V_к - m_2 + m_3 - m_к} = 100$ г

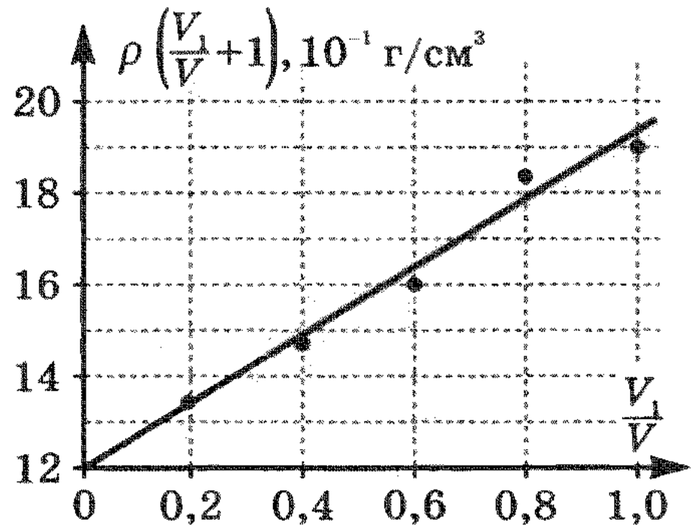
3.116. $m_0 = 225$ г
$\rho_1 = 0{,}86$ г/см^3
$\rho_2 = 1{,}95$ г/см^3



3.117. в 4 раза в пользу рынка

3.118. $h_2 = h_1\dfrac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 - \rho} = 1{,}8$ м

3.119. $\rho_1 = 1215$ кг/м^3
$\rho_2 = 705$ г/см^3



3.120. $\rho_2 = 2\rho_1/3 = 460$ кг/м^3

3.121. $V = \dfrac{a^3(\rho - \rho_1)}{\rho_2 - \rho_1} = 700$ см^3

3.122. $m = \rho_1\dfrac{M - V\rho_2}{\rho_1 - \rho_2} = 579$ г

3.123. $\rho_2 = 5\rho_1 = 2500$ кг/м^3

3.124. $\rho = 1$ г/см^3

3.125. $\rho_1 = 2{,}48\rho$

3.126. $\rho_0 = 2\rho_1 - \rho_2 = 1140$ кг/м^3

3.127. $S = 50$ см^2; $V = 50$ см^3

3.128. $\rho = \rho_0 + 5\Delta\rho = 1100$ кг/м^3
$V_1 = 5V/3 = 1{,}67$ л

3.129. $m = 30$ г

3.130. $m_1 = 12$ кг; $m_2 = 14$ кг;
$m_3 = 13$ кг; $V_0 = 13{,}3$ л;

3.131. $m_1 = 12$ кг; $m_2 = 14$ кг;
$m_3 = 13$ кг;
$\rho_{min} = 1300$ кг/м^3;
$\rho_{max} = 1500$ кг/м^3

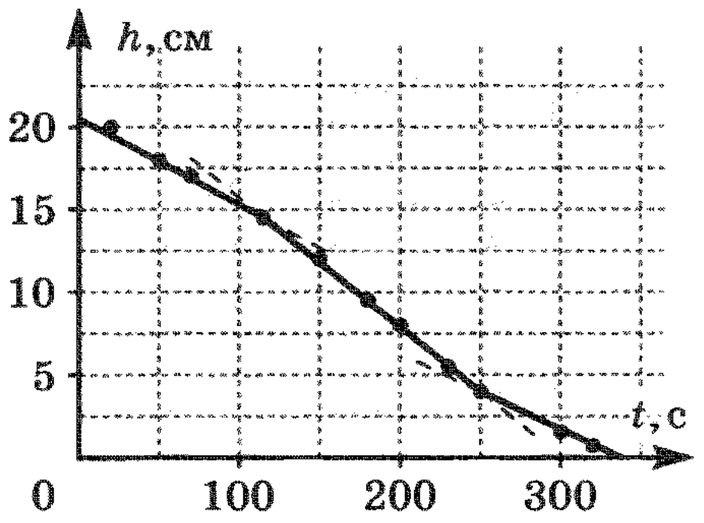
3.132. $\rho = 2{,}3$ г/см^3

3.133. $n = 4$

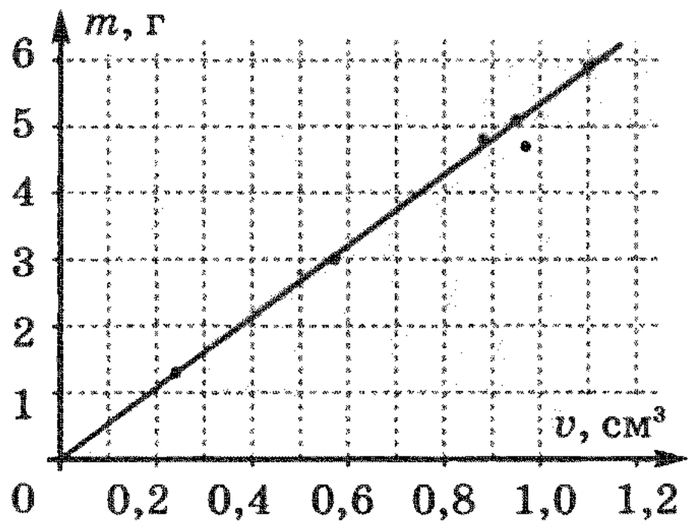
3.134. $\rho = \dfrac{25\Delta m}{4V_0} + \rho_0 = 9000$ кг/м^3

3.135. $V = 160$ мл

$S_т/S_с = 0{,}4$



3.136. $\rho = 7$ г/см^3



Глава 4. СТАТИКА

4.1. $F = mg/2$

4.2. 1) не поедет; 2) влево

4.3. а) $k = k_1 + k_2$

б) $k = \dfrac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

4.4. увеличится в k раз

4.5. $k_0 = 16k = 1600$ Н/м

4.6. $F = 2k\Delta x/5 = 0{,}4$ Н

4.7. $k_0 = k\left(\dfrac{mg}{F}\right)^2 =$

$= 104$ Н/м

4.8. $L = (L_1 + L_2)/2 = 25$ см

$k = 2F/(L_1 - L_2) = 10$ Н/см

4.9. $k = \dfrac{(m_1 - m_2)g}{l_1 - l_2}$

$l_0 = \dfrac{m_1 l_2 - m_2 l_1}{m_1 - m_2}$

4.10. $m_1/m_2 = 2$

4.11. а) $\Delta L = 4F/k$

$k_0 = k/4$

б) $\Delta L = 5F/k$

$k_0 = k/5$

в) $\Delta L = 17F/4k$

$k_0 = 4k/17$

г) $\Delta L = 5F/k$

$k_0 = k/5$

д) $\Delta L = 7F/k$

$k_0 = k/7$

е) $\Delta L = 19F/k$

$k_0 = k/19$

ж) $\Delta L = 4(2n-1)F/k$

$k_0 = \dfrac{k}{4(2n-1)}$

з) $\Delta L = (8n+1)F/k$

$k_0 = \dfrac{2k}{8n+1}$

и) $\Delta L = (8n-3)F/k$

$k_0 = \dfrac{k}{8n-3}$

к) $\Delta L = \dfrac{(12n-3)F}{2k}$

$k_0 = \dfrac{2k}{12n-3}$

4.12. а) $k_0 = k/10$

б) $k_0 = k/17$

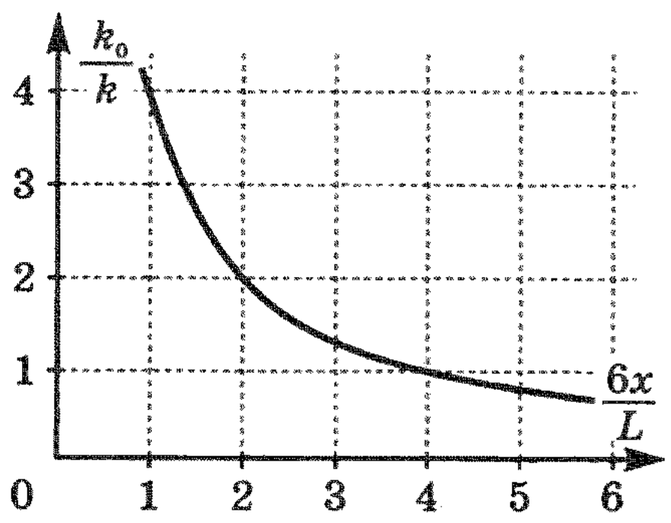
в) $k_0 = k/4$

г) $k_0 = 25k/9$

д) $k_0 = 8k/81$

е) $k_0 = 2k/51$

4.13. $k_0 = \dfrac{4}{9} k \dfrac{l^2}{x^2}$



4.14. $k_1 = \dfrac{F_1}{H - 2L} = 300$ Н/м

$k_2 = \dfrac{F_1 F_2}{(H - 2L)(F_1 - F_2)} =$

$= 600$ Н/м

4.15. $x = \dfrac{mg}{k_1 + k_2} = 0{,}5$ м

4.16. $x = \dfrac{mg}{k_1 + k_2} + l = 30$ см

4.17. $F = 2kx/3 = 0{,}33$ Н

4.18. $L = 5l/3$

4.19. $F = 10$ Н

4.20. $L_0 = 20$ см

$k = 10$ Н/м

$m_1 = 900$ г

4.21. $\Delta l = \dfrac{11mg}{(N-1)k} = 6{,}2$ см

4.22. $F_2 = (F_1 + F_3)/2 = 60$ Н

а) $M = F_3/g = 3$ кг

б) $M = (F_1 - F_3)/g = 0$

4.23. $k = S\rho g = 10$ Н/м

4.24. $k = \rho g S/6 = 80$ Н/м

4.25. $m = Lk/(4g) = 196$ г

4.26. $m_A = 4{,}1$ кг

$m_B = 1{,}33$ кг

4.27. $F = 4{,}2$ Н

4.28. $v = 2v_0 l_1/L$

4.29. $v = (v_1 - v_2 - \mu g/k)/2 =$

$= 0{,}95$ см/с

4.30. а) нет равновесия

б) нет равновесия

в) $2m_1 = m_2$

г) нет равновесия

д) $4m_1 = m_2$

е) $4m_1 = m_2$

ж) $m_1 = 2m_2 = m_3$

з) $2m_1 = m_2$

и) нет равновесия

к) $m = 0$

л) $m_1 = m_2$

4.31. а) $2m = M$

б) нет равновесия

в) $2M = m$

г) нет равновесия

4.32. $T = mg/4 = 100$ Н

4.33. $T = mg/5 = 2$ кН

4.34. $T_1 = mg/2 = 100$ Н

$T_2 = mg/4 = 50$ Н

4.35. $m = 4T/g = 8$ кг

4.36. $m = 4F/g = 40$ кг

4.37. $T = 2mg/3 = 200$ Н

4.38. а) $m_1/m_2 = 4$

б) $m_1/m_2 = 4$

в) $m_1/m_2 = 8$

4.39. 3 подвижных и 1 неподвижный

4.40. $m_1/m_2 = 2/3$

4.41. $m = T/8g = 100$ кг

4.42. $F = 3mg/2 = 30$ Н

4.45. $m_2 = (m_1 + m)/2 = 2$ кг

4.46. $F = F_2/2 = 9$ Н

4.47. $F_1 = 3F - F_0 = 29$ Н

4.48. $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 2m = 20$ кг

$m_5 = m = 10$ кг

4.49. в 10 раз

4.50. $T = (7m + M)g/8 = 11$ Н

4.51. $F = Mg$

4.52. $T = 1{,}2mg = 12$ Н

4.53. $m_1 = m_2 = m_3 = 2m_4 - m = 1{,}7$ кг

4.54. $M = 2m_1 = 100$ г

$x = (m_1 - m_2)g/k = 2$ см

4.55. а) $M = 5m = 5$ кг

б) растянута

в) $F = mg = 10$ Н

4.56. $F = (m + M)g/2 = 300$ Н

$N = (M - m)g/2 = 200$ Н

4.57. $F = 3(M + m)g/3 = 467$ Н

$N = (2M - m)g/3 = 267$ Н

4.58. $F = 1{,}2mg$

4.59. $F = Mg/10 = 500$ Н

4.60. $T_0 = (T + 2T_2 + T_1)/3 = 6$ Н

4.61. $t = (M - m/4)/(\rho_0 q) = 30$ мин

4.62. $F_А = 0{,}5F_2 = 1{,}1$ Н

$F_Б = F_1 - 0{,}5F_2 = 2{,}7$ Н

$F_В = F_1 + 0{,}5F_2 = 4{,}9$ Н

4.64. $x = \dfrac{2m_2}{m_1 + 2m_2} L = 45$ см

4.65. $L = 35$ см

4.66. $T_А = 0{,}75mg + 0{,}5Mg$

$T_В = 0{,}25mg + 0{,}5Mg$

4.67. $M > 8$ кг

4.68. $N_1 = 0{,}4mg = 400$ Н

$N_2 = 0{,}6mg = 600$ Н

$F = 0{,}25mg = 250$ Н

4.69. $m_1 = 2M/3 = 2$ кг

$m_2 = M/3 = 1$ кг

4.70. $F = mg/2 = 25$ Н

4.71. $M = 60$ кг

4.72. а) 3 б) 3

4.73. $m = 0{,}5M$

4.74. влево на 2,5 см

$L = l\dfrac{d}{l - 2d} = 7{,}5$ см

4.75. правый

4.76. $T_1 = mg/2$

$T_2 = \sqrt{3}mg/4$

4.77. $F = 2mgl/L = 80$ Н

4.78. $M = F/2g = 5$ кг

4.79. $T = 2(m_1 + 2m_2)g = 200$ Н

4.80. $T = (m_1 + 2m_2)g = 400$ Н

4.81. $M = 4F/g = 120$ кг

4.82. $M = 3T/g = 3$ кг

4.83. $m = \sqrt{m_1 m_2} = 6$ кг

4.84. $M = m/4 = 50$ г

4.85. $F = 250$ мН

4.86. $\dfrac{m_в}{m_п} = \dfrac{L-c-a}{a-c} = 3$

4.87. $F = mg(R-r)/4r = 12{,}5$ Н

4.88. $m_1/m_2 = 4$

4.89. $m_2 = 4$ кг

4.90. $M/m = 0{,}5$

4.91. $M = 2m = 4$ кг

4.92. $M = 3m = 6$ кг

4.93. $m_2 = 0{,}8m_1 = 2$ кг

4.94. $m_2 = 7m_1/12 = 2{,}1$ кг

4.95. $M = 2{,}6m = 2{,}6$ кг

4.96. $F = 19mg/3$

4.97. $m = 2$ кг

4.98. $m_x = 2m/3 = 4$ кг

4.99. $T_1 = 1{,}5mg = 45$ Н
$T_2 = 0{,}5mg = 15$ Н

4.100. $t = 20$ с

4.101. $m = 25$ г

4.102. $\dfrac{m_a}{m_b} = \dfrac{2a+4b}{3a+b}$

4.103. $AX = \dfrac{2L-a-c}{3} = 70$ см

4.104. $x/r = 3{,}5$

4.105. $T = 5mg/8 = 3{,}75$ Н

4.106. $T = (M+m)g/3 = 233$ Н
$N = (2M-m)g/3 = 367$ Н
$x = 0{,}5L = 50$ см

4.107. $M = m/3 = 2$ кг
$P = mg/3 = 20$ Н

4.108. $M = m/5 = 2$ кг
$T = 3mg/5 = 60$ Н

4.109. $m = M/6 = 2$ кг

4.110. $m = M/2 = 8$ кг

4.111. $M = 10m = 20$ кг

4.112. $m = M/10 = 1{,}6$ кг

4.113. $T_1 = 0{,}87mg$
$T_2 = 1{,}47mg$
$N_1 = 1{,}13mg$
$N_2 = 0{,}53mg$

4.114. $0{,}5m < M < 2m$

4.115. $N = mg/3$

4.116. $F = Mg/3 = 200$ Н
$v = 3u = 6$ км/ч

4.117. $3(mg-F) < M$
$M < 3(mg+F)$
3 кг $< M < 9$ кг

4.118. $m < 3F/g = 3$ кг

4.119. $m < F/g = 1$ кг;
$F_1 = m_1 g = 7$ Н
вверх

4.120. а) $m = M$
б) $m/4 < M < 7m/4$
в) $m = (M_1+M_2)/2 = 4$ кг
$F = 6{,}7$ Н

4.121. $N = 3N_1/13 = 6$ Н

4.122. $m < m_x < 4m$
2 кг $< m_x < 8$ кг

4.123. $-2{,}5L < l < 1{,}5L$

4.124. $M = 10m$

4.125. $m_x = 4m$

$T_1 = 3mg;\ T_2 = 5mg$

4.126. $m = M\dfrac{L}{L-x} = 9600$ кг

4.127. $m = \dfrac{L\Delta N}{2xg} = 30$ г

$M = \dfrac{L\Delta N}{xg} = 60$ г

4.128. $m = \dfrac{L\Delta N}{xg} = 80$ г

4.129. $m = 3\Delta N/5g = 0{,}84$ кг

4.130. а) $\rho = \rho_c\dfrac{L-l}{L+l} =$

$= 2700$ кг/м^3

б) алюминий

в) $T = \rho_0 Sg \times$

$\times\dfrac{(L+l)(L-l)}{2l} = 6{,}3$ Н

4.131. а) $M = 1000$ т; $m = 50$ т;

$v = 2{,}9$ м/с

б) $M = 1020$ т; $m > 40$ т;

$v < 5$ м/с

в) $M = 1020$ т; $m = 40$ т;

$v = 1{,}7$ м/с

4.132. а) 1000 т б) A

в) 480 т г) 67 м

д) 48 км/ч

4.133. $m_0 = 3m/4 = 150$ г

$T = 55mg/24 = 4{,}6$ Н

$N = 13mg/24 = 1{,}1$ Н

4.134. $N_1 = N_4 = 1{,}5mg$

$N_2 = N_3 = 3{,}5mg$

4.135. $d = L/3$

4.136. $x = \dfrac{\sqrt{2}-1}{2}L$

4.137. $M = 0{,}5m = 0{,}5$ кг

4.138. $F = m_1gL_1/L_2 -$

$-(m_2+m_3)g/2 = 5{,}5$ Н

4.139. $x = 0{,}25L = 25$ см

4.140. $d = l\dfrac{2mk_2 + M(k_2-k_1)}{2m(k_1+k_2)} =$

$= 80$ см

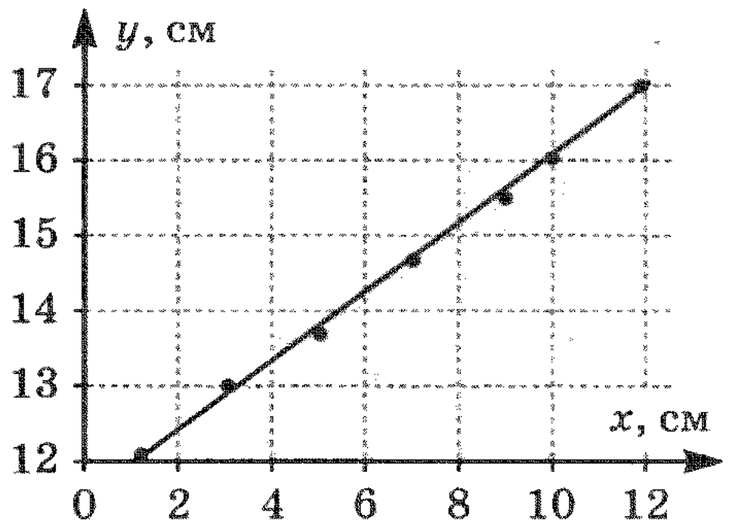
4.141. $x_2 = 0{,}8x_1 = 4$ см

4.142. $t = (4 + M/m)L/6u$

4.143. а) $k_0 = 2{,}27k$

б) $k_{max} = 3k;\ k_{min} = 0{,}5k$

4.144. $M = 12{,}5$ г; $L = 415$ мм



4.145. $x = 0{,}67L$

4.146. а) $T_1 = mg/3;\ T_2 = mg/3;$

$T_3 = mg/3$

б) $T_1 = mg/12;\ T_2 = mg/3;$

$T_3 = 7mg/12$

в) $T_1 = mg/6;\ T_2 = mg/2;$

$T_3 = mg/6$

4.147. $l = R + L/3$

4.148. $l = R + 2L/3$

4.149. $\Delta l = 20$ см

4.150. а) $x_c = 0{,}70a;\ y_c = 0{,}50a$
б) $x_c = 0{,}75a;\ y_c = 0{,}63a$
в) $x_c = 0{,}64a;\ y_c = 0{,}55a$
г) $x_c = 0{,}50a;\ y_c = 0{,}58a$

4.151. $x_c = 0{,}6a;\ y_c = 0{,}4a$

4.152. на половине высоты из 3-й вершины

4.157. у цепочки

4.158. $x = \sqrt{2}l$

4.159. $l_1/l_2 = \sqrt{2}$

4.160. $m_1/m_2 = \sqrt{3}$

4.161. $F = mg/3 = 100$ Н

4.162. $x = L/\sqrt{3}$

4.166. $L = \dfrac{4d}{4d-a}a = 220$ см

4.167. на пересечении биссектрис серединного треугольника

4.168. $l = \dfrac{\sqrt{3}}{28}L$

4.169. $x = \dfrac{Rr^2}{2(R^2-r^2)}$

4.170. $S = a^2$

4.171. $H = \dfrac{1}{\rho d}\times$
$\times\sqrt{\mu^2(4h+d)^2+4\mu h^2\rho d}-$
$-\dfrac{\mu(4h+d)}{\rho d}$,
где $\mu = \dfrac{m}{\frac{\pi d^2}{4}+\pi hd}$

4.172. $t = \dfrac{M-m}{4\mu} = 125$ с
$v = \dfrac{\mu H}{2m} = 8$ мм/с

4.173. $p = \dfrac{mg}{10S} = 6{,}8$ МПа

4.174. $p = \dfrac{mg}{2dl} = 60$ кПа

4.175. $p = 10$ кПа

4.176. а) $\dfrac{3}{16}\dfrac{mg}{a^2}$ б) $\dfrac{3}{4}\dfrac{mg}{a^2}$
в) $\dfrac{3}{2}\dfrac{mg}{a^2}$ г) $\dfrac{3}{4}\dfrac{mg}{a^2}$
д) $\dfrac{3}{8}\dfrac{mg}{a^2}$

4.177. $p = 6\rho gh = 1$ кПа

4.178. $M = 81$ кг

4.179. $p = 1$ Па

4.180. $p_1/p_2 = 0{,}7$

4.181. $m = abp/g = 14$ г

4.182. $p = 321\rho ga/160 = 1$ кПа

4.183. давление пирамиды в 1000 раз больше

4.184. $p = \rho gd\times$
$\times\dfrac{(a-2d)^2+4h(a-d)}{a^2} =$
$= 840$ Па

4.185. $\rho = \dfrac{p_1}{Lg} = 2$ г/см^3

4.186. $m = M - \rho\sqrt{\dfrac{(Mg)^3}{p_1p_2p_3}}$

$$a = \sqrt{\frac{Mgp_1}{p_2p_3}}$$

$$b = \sqrt{\frac{Mgp_2}{p_1p_3}}$$

$$c = \sqrt{\frac{Mgp_3}{p_1p_2}}$$

4.187. $p = 630$ Па

4.188. $m_2 = \dfrac{m_1(S_2 - a^2)}{S_1 - S_2} = 70$ г

$$m_3 = \frac{m_1a^2}{S_1 - S_2} = 90\,\text{г}$$

4.189. $H = 25$ см

4.190. $p_1 = 4{,}4$ кПа; $\beta_1 = 2{,}28$

Глава 5. ГИДРОСТАТИКА

5.1. а) $p_1 = p_0$

$p_2 = p_0 + \rho g h_2$

$p_3 = p_0 + \rho g(h_2 - h_1)$

$p_4 = p_0 + \rho g(h_2 - h_1)$

$p_5 = p_0 + \rho g h_2$

5.2. а) $p_1 = p_0 + \rho_2 g(h_2 - h_1) + \rho_1 g h_1$

$p_2 = p_0$

$p_3 = p_0 + \rho_2 g(h_2 - h_1)$

$p_4 = p_0 + \rho_2 g(h_2 - h_1)$

$p_5 = p_0 + \rho_2 g(h_2 - h_1) + \rho_1 g h_1$

5.3. $p_A = p_0 - \rho g h = 99{,}4$ кПа

5.4. $\Delta p = \rho g H = 41$ кПа

5.5. $p_A = 3$ кПа

5.6. $H = \dfrac{2p_0}{\rho g} + 4h = 40$ м

5.7. $p = \dfrac{p_A S_A + p_B S_B}{S_A + S_B} = 2$ кПа

5.8. $H = 29{,}9$ м

$p_{10} = 179$ кПа

$p_6 = 219$ кПа

5.9. а) никуда

б) из 2 в 1

в) возникает циркуляция: внизу из 1 в 2, вверху из 2 в 1

5.10. в конической колбе

5.11. а) да; б) нет; в) да

5.12. а) увеличится

б) уменьшится

в) не изменится

5.13. вправо

5.14. в B

5.15. $p_A = p_0 + 2\rho g h = 104$ кПа

5.16. а) $p_1 = 360$ мм рт. ст.

$p_2 = 210$ мм рт. ст.

$p_3 = 660$ мм рт. ст.

5.17. $p = 3{,}2$ кПа

5.18. $h = 30$ см

5.19. $p = 2400$ Па

5.20. $p = m^{\frac{1}{3}} g \rho^{\frac{2}{3}} = 400$ Па

5.21. $F = 225$ Н

5.22. $F = 1250$ кН

5.23. $F_2 = 2F_1 = 400$ Н

5.24. $p = 504$ Па; $n = 80\ \%$

5.25. $F_д = 100$ Н

5.26. $F = \rho g h S = 4{,}8$ Н

5.27. $F = (0{,}2p_0 + \rho g h)S = 10$ Н

5.28. $F = 2\pi p r^2$

5.29. $F = \pi p(R^2 - r^2)$

5.30. $H = 30$ см

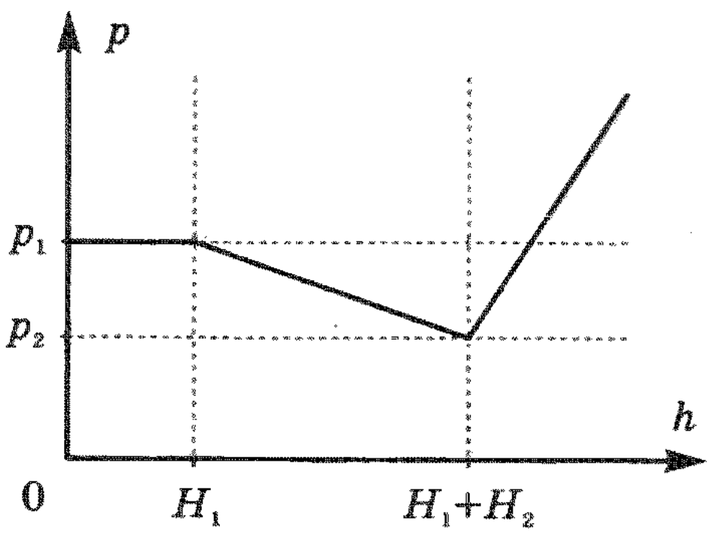
5.31. $\Delta h = \dfrac{M}{\rho S}$; $\Delta m = M$

5.32. $F_{\min} = F - p_0(L^2 - H^2)$

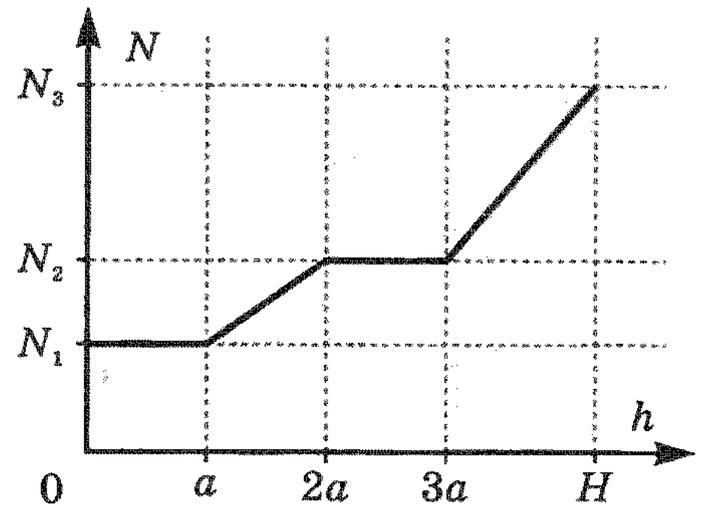
5.33. $H = a\dfrac{\rho}{\rho_0}$

5.34. $p = \dfrac{mg}{S} = 100$ кПа

при $h > H_1$ давление падает;
при $h > H_1 + H_2$ давление увеличивается



5.35. $N = N_1 = mg$,
при $0 < h < a$;
$N = mg + \rho g(h - a)a^2$,
при $a < h < 2a$;
$N = N_2 = mg + \rho g a^3$,
при $2a < h < 3a$;
$N = mg + 3\rho g h a^2 - 8\rho g a^3$,
при $3a < h < H$;
$N = N_3 = mg + 3\rho g(H - 3a)a^2 + \rho g a^3$,
при $h = H$;
(m – масса детали, ρ – плотность воды)



5.36. $h = \dfrac{F}{\rho g a^2} + 0{,}5a = 14$ см

$h = 0{,}5a - \dfrac{F}{\rho g a^2} = 6$ см

5.37. $l = \dfrac{d_1^2 - d_3^2}{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2}a$

5.38. объем уменьшится, давление увеличится

5.39. объем и давление не меняются, пока вода не достигает верхнего края, затем давление растет, объем – уменьшаться

5.40. объем уменьшится, давление увеличится

5.41. $F_1 = F\dfrac{S_2}{S_1 - S_2}$

5.42. $h = \dfrac{1}{\rho g}\left(\dfrac{F_1}{S_1} - \dfrac{F_2}{S_2}\right) =$
$= 14{,}5$ м

5.43. $T = \dfrac{\rho g L S_1 S_2}{S_1 - S_2}$

5.44. $p = \dfrac{mg}{S_2 - S_1}$

5.45. $p = p_0 - \rho g(H - h)$

5.46. $\Delta p = 12\rho g h = 9$ кПа

5.47. $L = 3h = 45$ см

5.48. $p_A = p_0 + 8\rho g h =$
$= 1160$ мм рт. ст.
$L = 7h = 35$ см

5.49. $p = \dfrac{FS_1}{S_0 S_2} = 4000$ Па

5.50. $h = \dfrac{m}{\rho(S_1 + S_2)} = 7{,}3$ м

5.51. $\Delta h_1 = \Delta h/16$

5.52. от стены; $F_3 = F_2 - F_1$

5.53. $F = \sqrt{F_1 F_2}$

5.54. $h = \dfrac{m}{\rho(S_1 + S_2)} = 10$ см

5.55. $h = 7d = 14$ см

5.56. $\Delta h = \dfrac{mg + \rho g h_0 S_2}{k\frac{S_2}{S_1} + \rho g(S_2 - S_1)}$

5.57. $m = \rho L(S_2 - S_1) + \dfrac{kLS_1}{gS_2} =$
$= 12$ кг

5.58. а) $S_1/S_2 = 3$;
б) $L_1/L_2 = 3/5$

5.59. а) $p_1 = p_0 + \rho_0 g(h_1 + h_2) \times$
$\times (1 + 0{,}5\alpha(h_1 + h_2))$;
$p_2 = p_0$;
$p_3 = p_0 + \rho_0 g h_1(1 + 0{,}5\alpha h_1)$
б) $p_1 = p_0 + \rho_0 g h_1(1 +$
$+ 0{,}5\alpha(h_1 + 2h_2))$;
$p_2 = p_0 - \rho_0 g h_2(1 + 0{,}5\alpha h_2)$

5.60. $\Delta h = h\rho/2\rho_0 = 12$ см

5.61. $H = h\dfrac{\rho_0}{\rho_0 - \rho} = 50$ см

5.62. опустится на
$H_1 = 4h\rho/5\rho_0 = 12{,}8$ см;
повысится на
$H_2 = h\rho/5\rho_0 = 3{,}2$ см;

5.63. $\Delta H = (\rho_к h_2 - \rho_м h_1)/\rho_р =$
$= 1{,}65$ см

5.64. $\Delta H = \dfrac{m(\rho_0 - \rho)}{S\rho\rho_0} = 9$ см

5.65. $H = 25$ см

5.66. $\Delta h = (H_1 + H_2)\rho/3\rho_0 = 12$ см

5.67. $h = \dfrac{2\rho_0 L}{3\rho - \rho_0}$

5.68. $S_1/S_2 = 4$

5.69. столб воды
$h = \Delta H\dfrac{\rho_р - \rho_0}{\rho_0 - \rho_м} = 504$ мм

5.70. $\Delta h = 0{,}2h = 1{,}6$ см

5.71. $H = 1{,}67h$

5.72. $V = 4{,}25Sh = 68$ см^3

5.73. $V = 7{,}2Sh = 108$ см^3

5.74. $V = 2Sh(2 + \rho_0/\rho)$

5.75. $V = Sh(3 + \rho_0/\rho)$

5.76. $h = 2{,}5x = 12$ см

5.77. $\Delta h = 1{,}2H = 78$ мм

5.78. $\Delta h = 0$ мм

5.79. $h_1 = 7{,}74$ Н; $h_2 = 10{,}26$ Н

5.80. $\Delta h = 11h/10$

5.81. $h_1 = H(\rho_1 + \rho_2)/2\rho_1 = 0{,}9$ Н
$h_2 = H(3\rho_1 - \rho_2)/2\rho_1 = 1{,}1$ Н

5.82. $H = 12$ см

5.83. $H = h\dfrac{2k}{2k-1}$

5.84. $\Delta h = \beta \Delta t h = 0{,}44$ см
$\Delta V = 0$ см^3

5.85. $h_1 = (h_2 + x)\cdot \rho_2/\rho_1 + x =$
$= 48$ см

5.86. $\Delta h = h = 4$ см

5.87. $\Delta h = 4h$

5.88. повысится,
$$\Delta h = \frac{m}{S\rho_c} = 0{,}44 \text{ см}$$

5.89. повысится,
$$\Delta h = \frac{m}{S\rho_в} = 5 \text{ см}$$

5.90. $S = m/2\rho_в h = 50$ см^2

5.91. $h = \dfrac{m + \rho_0 V}{2\rho S}$

5.92. не изменится

5.93. повысится

5.94. понизится

5.95. не изменится

5.96. не изменится

5.97. понизится

5.98. понизится
$$\Delta h = \frac{V(\rho - \rho_в)}{S\rho_в}$$

5.99. понизится

5.100. понизится

5.101. повысится

5.102. $\Delta h = \dfrac{F}{\rho_в g S} = 10$ см

5.103. $V = \Delta h S(2 - \rho_0/\rho) =$
$= 1067$ см^3

5.104. $\Delta h = 0{,}5$ м

5.105. $\Delta h = 3{,}1$ см

5.106. опустится на 1,7 см

5.107. не изменился

5.108. не изменится

5.109. в бассейне; не изменился

5.110. в 2,1 раза

5.111. $\Delta h = -\dfrac{m - \rho V}{\rho S}$

5.112. $\Delta h = \dfrac{m}{3\rho S} = 0{,}01$ м

5.113. понизится, $h = \dfrac{2T}{\rho g S}$

5.114. $F = \rho_в g \Delta h S = 0{,}48$ Н

5.115. увеличится,
$$\Delta h = (2m - \rho_0 V)/(\rho_0 S)$$

5.116. $h = \dfrac{3m}{2\rho S} = 6$ см

5.117. уровень жидкости не изменится
$$\Delta V = \frac{T}{\rho g} = 100 \text{ мл}$$

5.118. повысится на
$$\Delta h = \frac{T_1 - T_2}{\rho g S} = 1 \text{ см}$$

5.119. понизится на $\Delta h = \dfrac{T}{\rho g S}$

5.120. понизится на $\Delta h = \dfrac{3T}{\rho g S}$

5.121. понизится на $\Delta h = \dfrac{3T}{\rho g S}$

5.122. $V_{\text{п}} = V - \dfrac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}}(V - Sh)$

$T = \rho_{\text{в}} g S h$

5.123. а) $V_{\text{п}} = Sh(1 - \rho_{\text{в}}/2\rho_{\text{л}})$

б) понизится

в) $\Delta h = h(1 - \rho_{\text{в}}/\rho_{\text{ш}})/2$

5.124. повысится на

$$\Delta h = \frac{M - m}{\rho S} = 10 \text{ см}$$

5.125. уровень воды понизится

на $\Delta h = \dfrac{V\rho_{\text{ж}}}{S\rho_{\text{в}}}$;

общий уровень повысится

на $\Delta h = V(1 - \rho_{\text{ж}}/\rho_{\text{в}})/S$

5.126. $V_1 = h^3 \dfrac{\rho_0^2 \rho}{(\rho_0 - \rho)^3} =$

$= 800 \text{ см}^3$; $V_2 = 0 \text{ см}^3$

5.127. $\Delta V = \dfrac{S\Delta h \rho_{\text{л}}(\rho_{\text{в}} - \rho)}{0,6\rho_{\text{в}}(\rho - 2\rho_{\text{в}})} =$

$= 900 \text{ см}^3$

5.128. $\rho = \dfrac{\rho_{\text{в}}}{1 + V_{\text{в}} \frac{\rho_{\text{л}} - 2\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}} S \Delta h}} =$

$= 0,5 \text{ г/см}^3$

5.129. $m_1 = \rho_{\text{в}} V/4 = 25 \text{ г}$

$m_2 = \rho_{\text{в}} V/5 = 20 \text{ г}$

5.130. в маленьком поднимется,

в большом понизится;

не изменится в большом сосуде, маленький погрузится так, что объем воздуха сохранится

5.131. $\Delta h = 1 \text{ см}$

5.132. в 1,78 раз увеличится

5.133. поднимется на

$\Delta H = \Delta h \rho_{\text{в}}/\rho_{\text{с}}$

5.134. $\Delta h = 1 \text{ мм}$

5.135. $V = \dfrac{k}{k-1} \cdot \dfrac{\rho_{\text{в}}}{\rho - \rho_{\text{в}}} S \Delta H$

5.136. $V = \dfrac{1}{k-1} \cdot \dfrac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}} - \rho} SH$

5.137. $\Delta h_1 = \Delta h_2 = \Delta h_3 = \dfrac{m}{\rho S_3}$

5.138. $F = N_1 V_1 g(\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{в}}) +$

$+ \rho_{\text{в}} g H S = 16,8 \text{ Н}$

5.139. пробковый шарик

плавает на поверхности керосина;

парафиновый – на границе вода – керосин;

стеклянный – на границе вода – ртуть

5.140. в воде утонет; в ртути не утонет

5.141. да, уменьшится

5.142. не изменится

5.143. не изменится

5.144. уменьшится

5.145. $L = 0,8 \text{ м}$

5.146. $\rho = 0,67 \text{ г/см}^3$

5.147. $\rho_1/\rho_2 = 1,5$

5.148. не изменится

5.149. $m = 720 \text{ кг}$

5.150. $h = 9 \text{ м}$

5.151. $S = 2{,}3$ м^2

5.152. нет

5.153. $h = 9$ см

5.154. $m = 144$ т

5.155. $m = Sh\rho_0 = 10$ г

5.156. $m = 23{,}5$ г

5.157. $m = \dfrac{\rho_м \rho_в L^2 h}{\rho_в - \rho_м}$

5.158. $\rho = 0{,}625\rho_0$

5.159. $\rho = 0{,}75\rho_0$

5.160. $F = 1{,}32$ Н

5.161. $M = 1350$ г

5.162. $V = 2(M/\rho_0 - M/\rho_ч) = 9300$ см^3

5.163. $V = 18{,}7$ л

5.164. $\rho = 2{,}7$ г/см^3
алюминий/мрамор

5.165. Имеет

5.166. $\rho = 800$ кг/м^3

5.167. $V = 10{,}65$ см^3

5.168. $m_м = 82$ г; $m_с = 212$ г

5.169. $m = \dfrac{\alpha V_п \rho_0 \rho}{\rho - \alpha\rho_0} = 2$ кг

5.170. нет

5.171. $M = 5{,}7$ кг

5.172. $F = 132$ Н

5.173. $T = 24$ Н

5.174. $F = 2{,}25$ Н

5.175. $T = 0{,}17$ Н

5.176. $V = 4$ л; $m = 2{,}4$ кг

5.177. $\rho = 4$ г/см^3; $\rho > 8$ г/см^3

5.178. $T_{max} = 9$ кН

5.179. $M = 157{,}5$ кг

5.180. $h = 10{,}5$ см

5.181. $\rho = \rho_р/3 + 2\rho_0/3 = 5280$ кг/м^3

5.182. $n = \dfrac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2}$

5.183. $\rho_2 = 4080$ кг/м^3

5.184. $n = 4/21$

5.185. $n = \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\rho_1 - \rho}{\rho_1 - \rho_2}$

5.186. $\rho = \dfrac{\rho_1 n + \rho_2}{1 + n}$

5.187. *а)* $h_3 = \dfrac{2h_1 h_2}{h_1 + h_2} = 48$ мм

б) $h_3 = \sqrt{h_1 h_2} = 49$ мм

5.188. а) $h_3 = (h_1 + h_2)/2 = 50$ мм

б) $h_3 = \sqrt{h_1 h_2} = 49$ мм

5.189. $T = 21{,}7$ Н

5.190. $m = 3$ кг

5.191. общий уровень жидкости (вода + масло) после таяния льда понизится, граница раздела масла и воды сместится вверх

5.192. $m = 2060$ т

5.193. $h = 12$ см

5.194. $h = 30$ см

5.195. $\Delta h = \dfrac{\rho S_1 h}{S(\rho_0 - \rho)} = 15$ мм

5.196. $\Delta h = h/3$

5.197. $\Delta h = 7h/30$

5.198. $m_1 = m\dfrac{\rho_{сп}(\rho_0 - \rho_л)}{\rho_0(\rho_л - \rho_{сп})} = 1{,}6$ кг

5.199. $m_д/m_ж = 1/17$

$V_д/V_ж = 13/17$

5.200. $\rho = 800$ кг/м^3

5.201. одинаково

5.202. $M = m(h - H)/H = 0{,}32$ кг

5.203. $F = 3mg = 30$ Н

5.204. $\rho = \dfrac{F_1\rho_в}{F_1 + F_2} = 333$ кг/м^3

5.205. $V = V_0(\rho - \rho_0)/\rho = 14$ см^3

5.206. $h_2 = h_1 - \dfrac{Vh_1}{V + m(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0})} = 0{,}6$ см

5.207. $m = \rho_б SH\dfrac{\rho_0 - \rho_п}{\rho_0 - \rho_б} = 367$ г

5.208. $V = \dfrac{F_2}{g(\rho_т - \rho_0)} = 500$ см^3

$\rho_1 = \rho_0 + (\rho_т - \rho_0) \times F_1/F_2 = 1{,}2$ г/см^3;

$\rho_2 = \rho_0 - (\rho_т - \rho_0) \times F_1/F_2 = 0{,}8$ г/см^3;

$\rho_3 = 2\rho_0 - \rho_т = 0{,}6$ г/см^3

5.209. $V_1 = h^3\dfrac{\rho_л\rho_0^2}{(\rho_0 - \rho_л)^3} = 800$ см^3; $V_2 = 0$ см^3

5.210. $m_{min} = \dfrac{S_1S_2h\rho}{S_1 - S_2} = 3$ кг

5.211. $n = 40$ %

5.212. если $h < 0{,}5a$, то $4h$

если $h > 0{,}5a$, то утонет

5.213. $\rho = 600$ кг/м^3

5.214. $h_1/h_2 = 1{,}6$

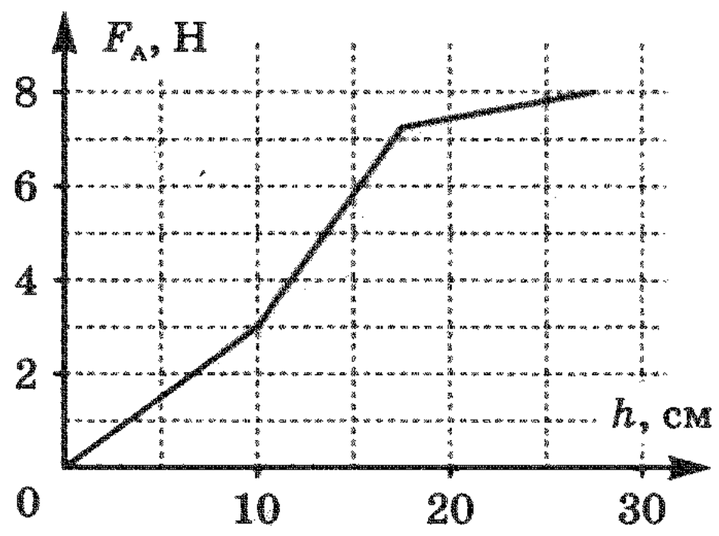
5.215. $l = h - D - \dfrac{\rho_с h - \rho_м D}{\rho_в} = 1$ см, где $D = \dfrac{d}{1 - \frac{md}{\rho_с Vh}}$

5.216. $l_1 = 10$ см; $l_2 = 7$ см;

$l_3 = 7$ см;

$S_1 = 30$ см^2; $S_2 = 60$ см^2;

$\rho = 1000$ кг/м^3



5.217. $a = 6$ см; $b = 25$ см;

$c = 10$ см; $\rho = 2{,}3$ г/см^3

5.218. $\rho = \rho_0(1 - (H/a)^2) = 0{,}64$ г/см^3

5.219. $H = 3700$ м

5.220. $H = \dfrac{m}{\rho a^2} + \dfrac{\pi R^2 h}{a^2} = 4{,}3$ см

5.221. $R_m = a\dfrac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} = 23{,}4$ см

5.222. $\rho_0 = \dfrac{\rho}{4\left(1 - \frac{S}{S_0}\right)}$,

при $\rho_0 \leqslant 3\rho/4$

5.223. $F = 10$ кН

5.224. $F = 30$ кН

5.225. $T = gSh(\rho - \rho_0)$,
при $h < L/2$;
$T = \rho ghS - (\rho_0 - \rho)gLS/2$,
при $h > L/2$

5.226. $M = 161$ г;
$\rho = 750$ кг/м^3

5.227. $M = 268$ г; $\rho = 840$ кг/м^3

5.228. $x = \dfrac{\rho g \pi R^2 \left(h + \frac{R}{3}\right)}{k}$

5.229. $V_{\max} = 8$ л

5.230. $V = 2m/\rho - S\Delta h = 450$ мл
$V = 2m/\rho + S\Delta h = 750$ мл

5.231. $\rho_1 = 11\rho/8$

5.232. $\rho_1 = 0{,}8$ г/см^3

5.233. $x = H(1 - s/S)\rho/\rho_0 = 32$ мм

5.234. $\Delta h = h\dfrac{\rho_2 + \rho_1 - \rho_0}{\rho_0 + \rho_2 - \rho_1} =$
$= 12$ см

5.235. $\rho_2 = \rho_0 = 1000$ кг/м^3
$h_1 = h_0(\dfrac{\rho_0}{\rho_0 - \rho_1}) =$
$= 40$ мм

5.236. $H = \dfrac{m - \rho_1 hS}{(\rho_1 - \rho_2)S}$

5.237. а) $h = a/2$
б) $h = a\dfrac{\sqrt{\rho_1\rho_2} - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1}$

5.238. $h = 5$ см

5.239. $\rho = 1960$ кг/м^3

5.240. $h = 29{,}3$ см

5.241. $\beta_2 = \dfrac{1}{t_2 - t_1}\left(\dfrac{F_1}{F_2} - 1\right) + \dfrac{F_1}{F_2}\beta_1$

5.242. $H = 2L(1 - 2\rho_0/\rho)/3$,
если $\rho_0 < \rho/2$;
любое, если $\rho_0 > \rho/2$;
$F = \rho_0 gSL/3 -$
$- \rho gS(L/6 - H/4)$

5.243. $\rho = \rho_0 + 2\rho_0\left(\dfrac{S_0}{S}\right)^{\frac{3}{2}} -$
$- 3\rho_0\dfrac{S_0}{S}$

5.244. а) не нарушится
б) нарушится

5.245. $\rho = \dfrac{m}{HS}$

5.246. $T = 0{,}125V\rho g = 0{,}012$ Н

5.247. $F = \pi R^2\rho g(H - 2R/3)$

5.248. $M = \pi R^3\rho/3$

5.249. $T = 0{,}01$ Н

5.250. $n = \dfrac{T}{\rho_0 SLg} - \dfrac{\rho}{\rho_0 - 1}$
$x_c = \dfrac{\rho_0(L - x)^2}{2\rho L}$

5.251. $\rho/\rho_0 = 15/16$

5.252. $\dfrac{l_1}{l_2} = 1 + \dfrac{4\pi r^3(2\rho - \rho_0)}{3m} =$
$= 1{,}6$

5.253. левая

5.254. $m_1/m_2 = 3$

5.255. $F = \pi R^3\rho g/3 = 40$ Н

5.256. $\rho_1 = 200$ кг/м^3

5.257. $\rho_1 = 10\rho_0/3 = 3{,}3$ г/см^3
$\rho_2 = 10\rho_0 = 10$ г/см^3

5.258. $\rho = 19\rho_0/30 = 633$ кг/м^3
$T = \rho_0 g a^3/30 = 72$ Н

5.259. 700 кг/м^3 $< \rho <$ 750 кг/м^3

5.260. $\dfrac{(14a-h)\rho_0 g - p_0}{5ag} < \rho <$
$< 0{,}75\rho_0$;
400 кг/м^3 $< \rho <$ 750 кг/м^3

5.261. $\dfrac{\rho_0}{\rho} = 3\dfrac{T_1+T_2}{T_1+2T_2} = 2{,}1$

5.262. $T = Vg(\rho_2 - \rho_1 -$
$-(\rho-\rho_0)l/2H)/2$;
если $l > (\rho_2-\rho_1)H/(\rho-\rho_0)$,
то нить не натянута

5.263. $h_1 = \dfrac{m_1+m_2}{2AV} + \dfrac{\rho_0}{A} - \dfrac{L}{2} =$
$= 27{,}5$ см
$h_2 = \dfrac{m_1+m_2}{2AV} + \dfrac{\rho_0}{A} + \dfrac{L}{2} =$
$= 32{,}5$ см

5.264. $\rho = 0{,}5\rho_0 = 500$ кг/м^3

5.265. $\rho_0 = 4\rho_1 - 2\rho_2$
$\rho = 8\rho_1 - 6\rho_2$

5.266. $M(1-\rho_1/\rho_2) < m < M$,
при $\rho_2 < \rho_1$
$0 < m < M$, при $\rho_2 > \rho_1$

5.267. $\Delta h = 2ma/5M$
$\Delta T = T_2 - T_1 = mg/5$
$\Delta F = 2mg/5$
$m < 5M/16$

5.268. $h = 35{,}7$ см

5.269. $m = 0{,}5$ кг

5.270. $\rho = 2200$ кг/м^3
$\rho_0 = 1210$ кг/м^3

5.271. $\rho = 2200$ кг/м^3
$\rho_0 = 1210$ кг/м^3

5.272. $S = \dfrac{kx}{\rho g(h+x-y)} =$
$= 20$ см^2

5.273. $\Delta x = 2\rho V g/k$
$\Delta h = 2V/S$

5.274. $\delta_1 = 0{,}2$; $\delta_2 = 0{,}8$;
$\delta_3 = 0$; $\delta_4 = 1$

5.275. $M\dfrac{H}{R} < m < \dfrac{\pi}{2}\rho R^2 L - M$

5.276. $p_л/p_п = 6/5$;
если воду из аквариума вылить, то отношение давлений не изменится

5.277. $p_л/p_п = 14/11$

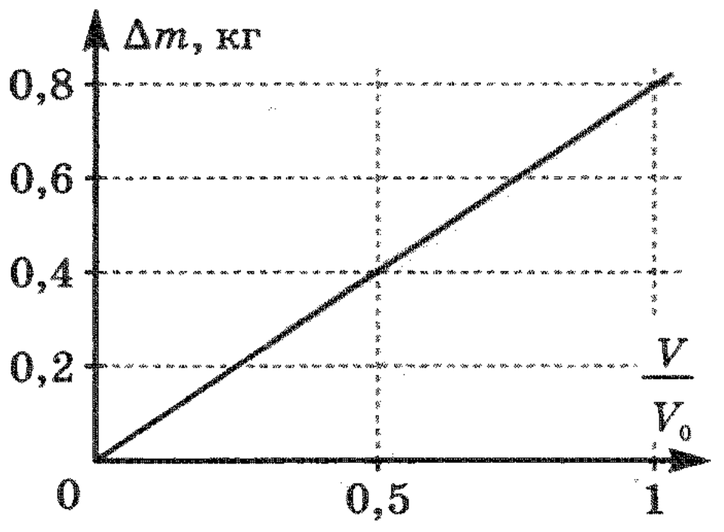
5.278. $p_л/p_п = 14/5$

5.279. $p_л/p_п = 17/15$

5.280. $\Delta h = \dfrac{4m}{\rho S} = 10$ см

5.281. $M = 8m = 6{,}4$ кг

5.282. $\Delta m = 2m/5 = 0{,}4$ кг



5.283. $N = \rho g S(h_2 - h_1)/2$

5.284. правая

5.285. если $\rho_1 < \rho_2$, то весы отклонятся влево; в обратном случае вправо

5.286. необходимо положить груз на чашу, на которой стоит штатив и масса которого равна удвоенной массе воды, вытесненной погруженным телом

5.287. груз массой 40 г на левую чашу

5.288. $N'_1 = N_1\left(1 + \dfrac{\rho V g}{N_1 + N_2}\right)$

5.289. $N_1 - N_2 = (\rho_0 - \rho)Vg = 70$ мН

5.290. $N_1 - N_2 = (\rho_0 - \rho)Vg = 70$ мН

5.291. $N_1 - N_2 = 2\rho V g = 0{,}1$ Н

5.292. $\rho = 3(2\rho_2 - \rho_1) = 1{,}2$ г/см^3

5.293. $\rho_1 = 5\rho/3$; $\rho_2 = \rho$

5.294. $\rho = 1{,}5(3\rho_2 - \rho_1) = 1{,}56$ г/см^3

5.295. $\rho = 2\rho_0/3 = 667$ кг/м^3

5.296. $M/2 + 4\rho a^3 < m < M/2 + 6\rho a^3$;
$5{,}3$ кг $< m < 7{,}7$ кг

5.297. $\rho = 2\rho_0 = 2000$ кг/м^3

5.298. $m_1 = 1{,}5$ кг; $m_2 = 2$ кг

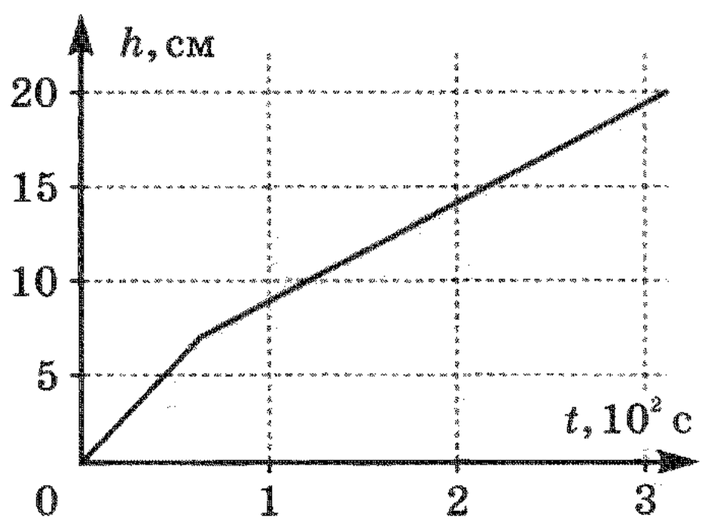
5.299. $V_{\text{п}} = \dfrac{P}{\rho g} - \dfrac{m_{\text{в}}}{\rho}\dfrac{\rho_{\text{с}}}{\rho_{\text{в}}}\dfrac{\rho - \rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{с}} - \rho}$

5.300. а) $h = 0{,}5H = 0{,}5$ м
б) $h = 2H = 8$ м
в) $h = 0{,}75H = 14$ м

5.301. $x = \dfrac{a}{6}\dfrac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2 - 2\rho_0} = 4$ мм

$y = \dfrac{b}{6}\dfrac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2 - 2\rho_0} = 8$ мм

5.302.



5.303. $h_0 = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{m}{S\rho} - \dfrac{p_0}{\rho g} + (4h - 2H)\right) = 4$ м

5.304. $n = (M + m)/3m = 7/9$
$T = (M + m)g/3 = 700$Н

5.305. $m = M/4$

5.306. положение II устойчиво

5.307. $h = 5l$

5.308. $l_2 < 3l_1 = 30$ см

5.309. 1) 4 см × 4 см × 5 см;
2) 104 ч

5.310. $T = Vg(\rho - \rho_0) + 0{,}5\beta(h_1 + h_2) = 10$ Н

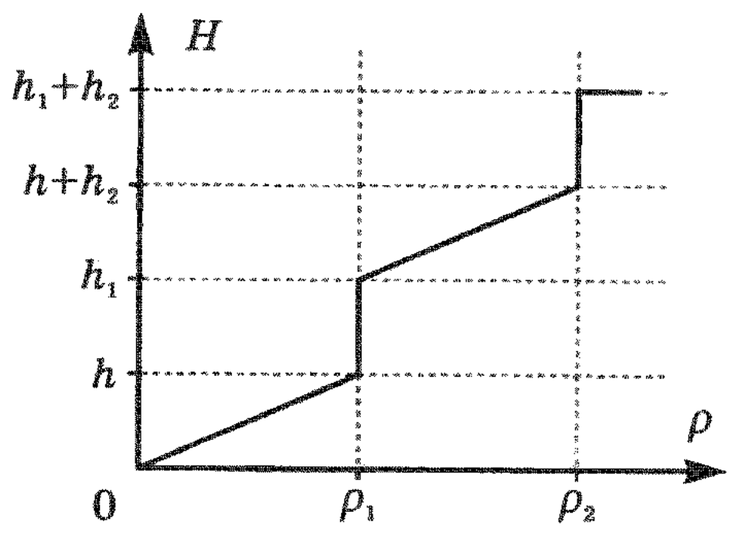
5.311. $\beta = \dfrac{2V\rho_T g + 2F}{V(h_1 + h_2)g} - \dfrac{2\rho_0}{h_1 + h_2} = 200$ кг/м^4

5.312. $H = h\rho/\rho_1$,

при $0 < \rho < \rho_1$;

$H = h_1 + \dfrac{\rho - \rho_2}{\rho_2 - \rho_1}h$,

при $\rho_1 < \rho < \rho_2$



5.313. $M = 5{,}1$ Н·м

5.314. $\Delta T = \Delta pS + \dfrac{\Delta p}{p + \Delta p}\rho gV = 1133$ Н

5.315. $\Delta h = \dfrac{3m}{58\rho S} = 6$ мм

Глава 6. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

6.1. $A_т = mgh = 5$ кДж

$A_т = -mgh = -5$ кДж

6.2. $A_F = Fh$; $A_т = -mgh$

6.3. $A_{min} = 3mgh = 15$ Дж

6.4. $A_N = 0$ Дж

$A_{mg} = -mgh = -40$ Дж

$A_{арх} = 2Fh = 120$ Дж

6.5. $A_{mg} = -V\rho gh = -0{,}02$ Дж

$A_{арх} = V\rho_0 gh = 0{,}1$ Дж

6.6. $A_{mg} = V\rho_{ал}gh = 4{,}05$ Дж

$A_{арх} = -V\rho_в gh = -1{,}5$ Дж

6.7. $N_{max} = FV_2 = 60$ Вт

6.8. $A_F = mv_2^2/2 - mv_1^2/2$

6.9. $A = -mg(h_2 - h_1)$

6.10. $A = -mg(h_2 - h_1)$

6.11. $A = kx^2/2$

6.12. $A = kx^2/2$

6.13. $A = 3kx^2/2$

6.14. $A = -k(x_2^2 - x_1^2)/2$

6.15. $A = -k(x_2^2 - x_1^2)/2$

6.16. $A = -Fx^2/2L$

6.17. $A = F(x_2 - x_1)$

6.18. $A = F(2x_3 - x_2 - x_1)$

6.19. $A = V\rho g(h_2 - h_1)$

6.20. $A = \rho gaLb^2/8 = 2{,}5$ Дж

6.21. $A = FL/2 = 100$ Дж

6.22. $A_т = mgl/2 = 4$ кДж

$A_F = -mgl/2 = -4$ кДж

6.23. $A = Fl/2$

6.24. $v = \sqrt{F_0(l_1 + 2l_2 + l_3)/m}$

6.25. а) $A = FL$; б) $A = FS$

6.26. $V_{\max} = (N/k)^{1/3}$

6.27. $A_0 = 0{,}25A$

6.28. $A_{\min} = 1{,}5mgl = 600$ Дж

6.29. $A = 9{,}5\rho gVH$

6.30. $h = \dfrac{H}{\sqrt{3}} = 0{,}8$ м

6.31. $A = \dfrac{F_2^2 x}{4F_1} = 2$ Дж

6.32. $A = (m_2 - m_1)(L_1 + L_2)g/2$

6.33. $v_3 = \dfrac{v_1 - v_2}{2} + \dfrac{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 6v_1v_2}}{2} =$
$= 7{,}8$ км/ч

6.34. $v_3 = \left(\dfrac{(v_1^2 + v_2^2)v_1v_2}{v_1 + v_2}\right)^{\frac{1}{3}} =$
$= 149$ км/ч

6.35. $v_4 = \sqrt{\dfrac{v_2^3 - v_3^3}{v_3}} =$
$= 132$ км/ч

6.36. $m = \dfrac{N\Delta t}{gh} = 3$ кг

6.37. $F_{\min} = N/V_2 = 6$ кН
$F_{\max} = N/V_1 = 12$ кН

6.38. $k = 8$

6.39. $\eta = \dfrac{(1-k)M}{2m_1 + 2M + m_2} =$
$= 67{,}4\ \%$

6.40. $\eta = 52\ \%$

6.41. $h = \dfrac{v^2 - u^2}{2g} = 2$ м

6.42. $m = \dfrac{2E_{K1}}{2gh - v_2^2} = 2$ кг

6.43. $h_1 = h$

6.44. $h_1 = 4h$

6.45. $h = (u^2 - v^2)/2g = 2$ м

6.46. $l = (v_2^2 - v_1^2)/4g = 0{,}9$ м

6.47. $h_1 = h/2$

6.48. $E_K = E - mgh = 5$ Дж

6.49. $E_K = mgh + mv^2/2 =$
$= 67{,}5$ Дж

6.50. $E_K = mv_0^2/4$

6.51. $V = \sqrt{5gh/2} = 5$ м/с

6.52. $n = E_2/E_1 = 4$

6.53. $h_0 = h/7 = 3$ м

6.54. $h_{\max} = h - \dfrac{\Delta E}{gh} = 4$ м

6.55. $E = mgh - 0{,}5mu^2 =$
$= 18$ кДж

6.56. $A_{mg} = -V\rho gh = -0{,}07$ Дж
$A_{арх} = V\rho_0 gh = 0{,}10$ Дж
$A_{сопр} = Vgh(\rho - \rho_0) +$
$+ V\rho v^2/2 = 0{,}08$ Дж

6.57. $E = MgH - FL$
$h = (MgH - FL)/F$

6.58. $v = 6$ м/с

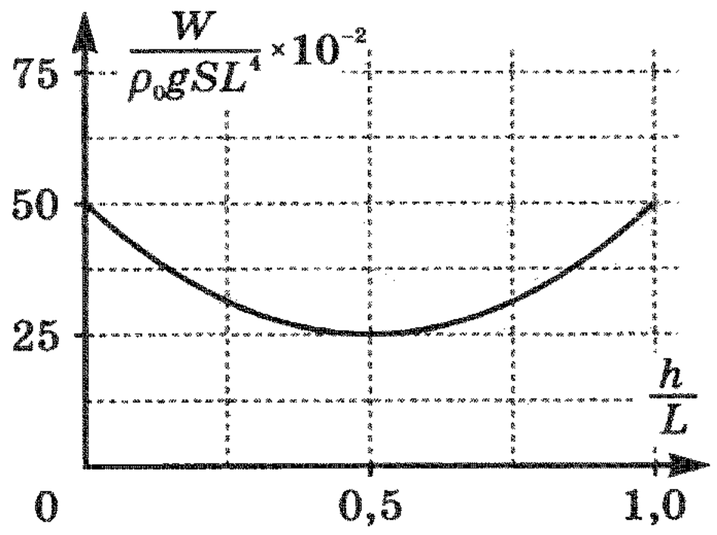
6.59. $A_{\min} = 2mgh = 900$ Дж

6.60. $|F| = \dfrac{A}{L} = 8$ Н

6.61. $v = \sqrt{2gh}$

6.62. $v = \sqrt{3gh/4}$

6.63.



6.64. $x = u\sqrt{m/k} = 5$ см

6.65. $\Delta E = 3E = 12$ Дж

6.66. $\Delta h = 8h = 1{,}6$ м

6.67. $k = 50$ Н/м

6.68. $A_1 = A_2 = 90$ мДж

$k = 2A_1/x^2 = 200$ Н/м

6.69. $F = A_1/x = 3$ Н

$k = 2A_1/x^2 = 200$ Н/м

6.70. $A = V\rho_0 g - V\rho g -$

$- V\rho u^2/h = 76$ мДж

6.71. $E = 0{,}5m(V_2^2 - V_1^2) =$

$= 1200$ Дж

6.72. $\eta = \dfrac{mgh}{Fl} = 62{,}5\,\%$

6.73. $m = \dfrac{\eta A}{gh} = 120$ кг

6.74. $A_{\text{п}} = mgh = 4000$ Дж

$A_{\text{с}} = 2Fh = 5000$ Дж

$\eta = mg/2F = 0{,}8$

6.75. $\eta = \dfrac{mgH}{Fh} = 0{,}98$

6.76. $F = \dfrac{mgH}{\eta l} = 12$ Н

6.77. $Q = L^4\rho g/4 = 156$ Дж

6.78. $W = \mu hg\tau\rho = 11$ ТДж

6.79. $N = 11$ куропаток

6.80. $A = mgh/2 = 37{,}5$ Дж

6.81. $A_0 = 3A = 1500$ Дж

6.82. $m = \dfrac{2A - kx^2}{2gh} = 5$ г

6.83. $A_1 = F_2/2k = 0{,}1$ Дж

$A_2 = F_2/2k + FS$

6.84. $k = A/x^2 = 1{,}5$ кН/м

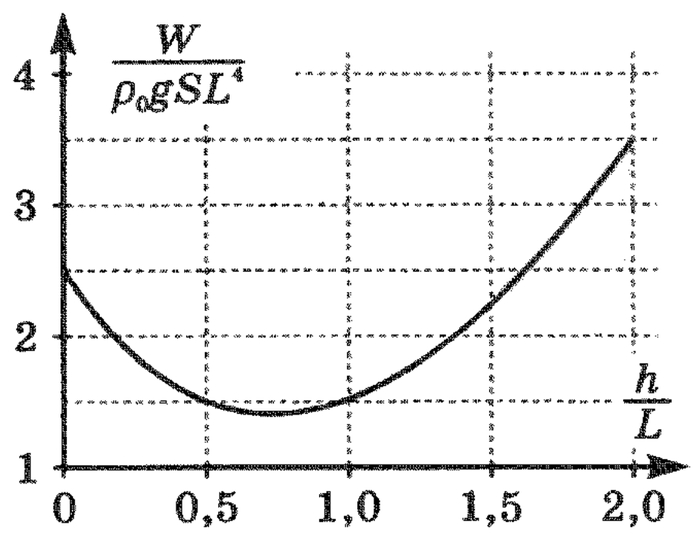
6.85. $A = 4{,}5kx^2 = 1{,}62$ Дж

6.86. $\Delta U = gh(M - m) +$

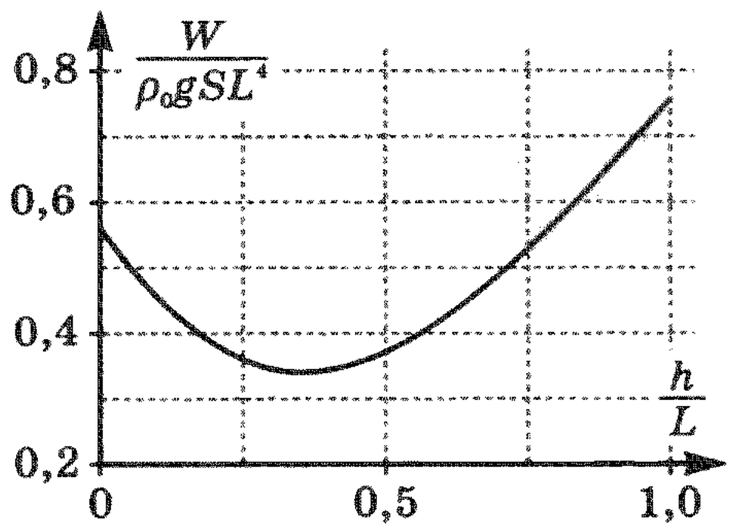
$+ \mu gh(H - h) = 55$ кДж

6.87. $A = 650$ кДж

6.88.



6.89.



6.90. $\rho = \rho_0 - \sqrt{\dfrac{2A\rho_0}{a^4 g}} =$

$= 367{,}5$ кг/м^3

$A = a^4 g\rho^2/\rho_0 = 675$ Дж

6.91. $\rho = \rho_0 - \sqrt{\dfrac{5A\rho_0}{2a^4 g}} =$

$= 293$ кг/м^3

$A = 2a^4 g\rho^2/5\rho_0 = 343$ Дж

6.92. $\rho = 2500$ кг/м^3

6.93. $A_{\min} = \rho g l \pi r^2 (h + lr^2/2R^2)$

6.94. $k = 8A/x^2$

6.95. $F_1 = \sqrt{F^2 + 3m^2 g^2 \dfrac{r^2}{R^2}}$

6.96. 1,5 м

6.97. $N = \dfrac{4f^2}{F} + f;$

$N_{\max} = 3f$

6.98. $\Delta E = -\dfrac{(mg)^2}{4k}$

6.99. $F = 0{,}5mg$

6.100. $T = 0{,}5mg$

6.101. $F = 0{,}5mg = 250$ Н

6.102. $F = mg\dfrac{L}{S}$

6.103. $T = \dfrac{5}{3}mg = 50$ Н

6.104. $F = 2mg$

6.105. а–в) $m = T/3g = 0{,}50$ кг

г) $m = 2T/3g = 1{,}0$ кг;

а–в) $m = 2T/5g = 0{,}60$ кг

г) $m = 4T/9g = 0{,}67$ кг

6.106. $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{2}{7}$

6.107. а) $T = \dfrac{4}{3}mg = 13$ Н

б) $T = \dfrac{15}{7}mg = 21$ Н

6.108. а) $m = T/g = 2$ кг

б) $m = T/4g = 0{,}5$ кг

6.109. $F = \dfrac{mgh}{L} = 5$ Н

6.110. $\Delta T = \dfrac{mgh}{L}$

6.111. $T_{\max} = mg\left(0{,}5 + \dfrac{\pi R}{2l}\right) +$

$+ mg\dfrac{R}{l}$

6.112. $F_{\max} = (M + m)g/2$

$F_{\min} = Mg/2 + \pi mgR/l$

6.113. $v = \sqrt{\dfrac{2Fl_1}{m} - \dfrac{gl_1^2}{l}}$

6.114. $F = 1$ Н

6.115. $F = mg\dfrac{H}{L}$

6.116. $T = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha$

6.117. $M_2 = M_1\dfrac{R_2}{R_1}$

6.118. а) $M_3 = M_1\dfrac{R_3}{R_1}$

б) $M_3 = \left(\dfrac{M_1}{R_1} + \dfrac{M_2}{R_1}\right)R_3$

6.119. $F = mg\dfrac{r}{R}$

6.120. $F = mg\dfrac{r}{R}$

6.121. $F = 0,5mg\dfrac{R-r}{R}$

6.122. $F = 0,5mg\dfrac{r_1-r_2}{R}$

6.123. $F = mg\dfrac{R}{12r}$

6.124. $T = mg\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

6.125. $F = mg\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$

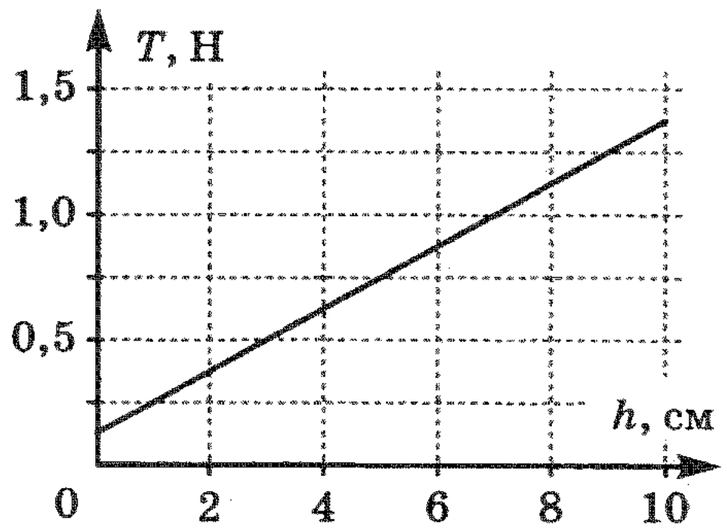
6.126. $T = 0,75mg$

6.127. $N = \dfrac{ML}{ml} = 80$ чел

6.128. $F = \dfrac{mgH}{2l} = 1$ кН

6.129. $x = L\dfrac{mg}{F} = 5$ см

6.130. $A = 0,85$ Дж



6.131. $\eta = 66\ \%$

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 3

Глава 1. **Простые измерения** 5

1.1. Единицы измерений 5

1.2. Приборы и шкалы 11

Глава 2. **Механическое движение** 19

2.1. Равномерное движение 19

2.2. Средняя скорость 30

2.3. Движение нескольких тел. Относительность движения 40

2.4. Графические задачи 72

2.5. Кинематические связи 94

Глава 3. **Масса, объем, плотность** 99

3.1. Однородные тела 99

3.2. Сплавы и смеси 114

Глава 4. **Статика** 125

4.1. Сила упругости. Системы пружин 125

4.2. Равновесие при отсутствии вращения. Системы блоков 133

4.3. Момент силы. Правило моментов 142

4.4. Центр тяжести 165

4.5. Давление 170

Глава 5. **Гидростатика** 175

5.1. Давление жидкости. Сила давления 175

5.2. Сообщающиеся сосуды 191

5.3. Изменение уровня жидкости 198

5.4. Сила Архимеда. Плавание тел 207

5.5. Статика с элементами гидростатики 225

Глава 6. **Механическая работа и энергия** 245

6.1. Работа силы. Мощность 245

6.2. Закон сохранения механической энергии 251

6.3. Метод виртуальных перемещений 261

Приложение. **Олимпиада им. Максвелла** 271

Задания олимпиады 274

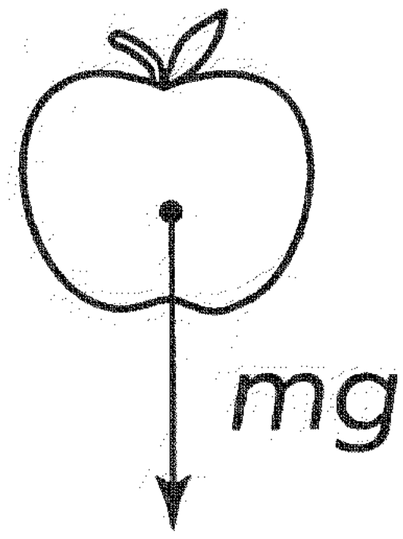
Решения заданий олимпиады 283

Ответы к задачам 297

ЗНАЧЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ КОНСТАНТ

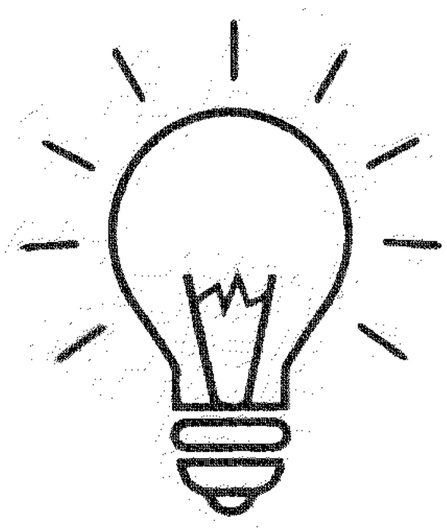
Ускорение свободного падения

$g = 10$ Н/кг $= 10$ м/с^2



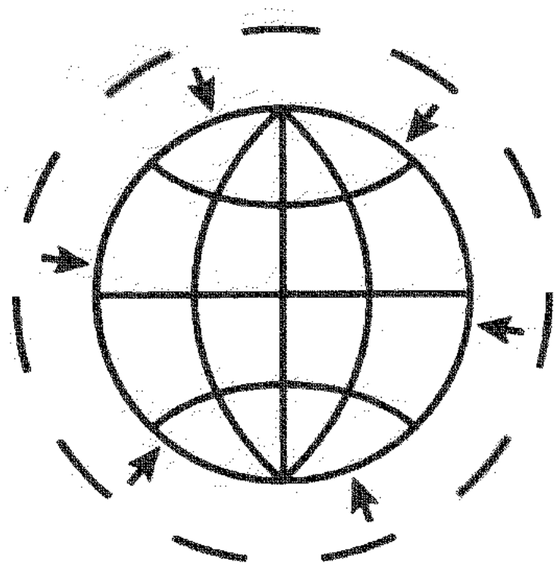
Скорость света

$c = 3 \cdot 10^8$ м/с



Атмосферное давление

$p_0 = 101$ кПа



ПЛОТНОСТИ НЕКОТОРЫХ ВЕЩЕСТВ

г/см^3

ТВЕРДЫЕ ТЕЛА	
Алюминий	2,7
Береза (сухая)	0,70
Бетон	2,2
Дуб (сухой)	0,80
Ель (сухая)	0,60
Железо, сталь	7,8
Золото	19,3
Кварц	2,6
Кирпич	1,6
Латунь	8,5
Лед	0,90
Магний	1,7
Медь	8,9
Мрамор	2,7
Никель	8,8
Олово	7,3
Парафин	0,90
Песок	1,5
Платина	21,2
Пробка	0,24
Свинец	11,3
Серебро	10,5
Сосна (сухая)	0,40
Стекло	2,6
Фарфор	2,3
Цинк	7,1
Чугун	7,0

ЖИДКОСТИ	
Бензин	0,71
Вода при 4°С	1,0
Вода морская	1,03
Глицерин	1,26
Керосин	0,80
Масло	0,80
Молоко	1,03
Нефть	0,80
Ртуть	13,6
Спирт	0,80
Эфир	0,71

ГАЗЫ (при 0°С и атм. давлении)	
Воздух	0,00129

ISBN 978-5-600-01908-9
9 785600 019089